Fr. 3326. a.

<36636520990013

Bayer. Staatsbibliothek

Byr. gen. ~~###~~.

65 (1

Physica. Systemata & methodi 195.

Tiberius Cavallo's

ausführliches Handbuch

der

Experimental-Naturlehre

in ihren

reinen und angewandten Theilen.

Aus dem Englischen

mit Anmerkungen

von

D. Johann Bartholomä Trommsdorff

Professor der Chemie auf der Universität zu Erfurt, wie auch Apotheker daselbst, und mehrerer gelehrten Gesellschaften Mitglied.

Erster Band.

Mit 9 Kupfertafeln.

Erfurt,
in der Henningsschen Buchhandlung 1804.

Bayerische Staatsbibliothek München

(Die Kupfer werden nachgeliefert.)

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Das Haupt-Kennzeichen, das den Menschen als Menschen charakterisirt und ihn von der übrigen thierischen Schöpfung unterscheidet, ist die Fähigkeit: die Kenntnisse seiner Vorfahren zu erben, und für die nachfolgenden Generationen, Schätze der Erfahrung zu sammeln.

Die Biene formt noch jetzt ihre Zellen genau eben so, wie ehedem. Die Nester aller Vögelarten sind noch jetzt unveränderlich nach dem alten Modelle gebaut, das jeder Art eigen ist und jede singt noch den alten Gesang. Das Schaaf, die Fliege und die kleineren Vögel bedienen sich gegen ihre Verfolger noch derselben Waffen, wie vormals. Jede Gattung wird noch von denselben Gefahren bedroht; jede hat noch eben die Bedürfnisse, dieselben Mängel und dieselben

Sitten und Gewohnheiten und dem einzelnen Thiere helfen alle die, von den vor ihn lebenden gemachten Erfahrungen und Verbesserungen schlechterdings nichts.

Nur den Menschen erhebt das große Vorrecht, das ihm sein Schöpfer verlieh: Nutzen von den Kenntnissen seiner Vorfahren zu ziehen und diese Kenntnisse, so wie die von ihm selbst gemachten Verbesserungen auf seine Nachwelt zu vererben.

Der seit langen Zeiten aufgehäufte Schatz von Erfahrungen, die in vielen Schriften niedergelegt sind, oder sich durch Ueberlieferung von Geschlecht auf Geschlecht fortgepflanzt haben, erhöht fortschreitend den Zustand des Menschengeschlechts; befriedigt dessen Bedürfnisse; ersetzt was ihm fehlt; vermehrt die Sicherheit desselben und befördert seine Glückseligkeit. Der Pflug, der Weberstuhl, die Schmiede, die Presse, das Treibhaus und noch unzählige andere Erfindungen unserer Vorfahren, die nach und nach durch Gebrauch und Erfahrung noch immer mehr sind verbessert worden, gewähren unseren Zeiten unschätzbare Vortheile und die gesammten und mit einander verbundenen Wirkungen derselben, erheben in der That die Glieder

einer jeden civilisirten Nation so weit über die nicht unterrichteten Wilden, daß beyde nicht mehr zu einerley Gattung zu gehören scheinen.

Diese Erfahrung gehörig in besondere Fächer vertheilt und geordnet, giebt nun die verschiedenen Gegenstände unseres Wissens. Dies Ordnen und die Erklärung eines jeden einzelnen Gegenstandes, nennt man eine Wissenschaft, und die praktische Anwendung derselben heißt eine Kunst.

Diese Künste und Wissenschaften aber sind zu zahlreich und zu ausgebreitet, als daß es möglich wäre, daß jeder einzelne Mensch sie nach ihrem ganzen Umfange fassen und lernen könnte. Die Arbeit mußte also vertheilt und einzelne Zweige derselben von einzelnen Menschen bearbeitet werden. Aber alle diese Zweige leiten ihren Ursprung von einerley natürlichen Kräften ab, und es sind immer dieselben allgemeinen Naturkräfte, die ihre Entstehung bestimmen und ordnen, und man kann beynahe alle Arten der Anwendung derselben berechnen oder beweisen. Die Untersuchung ihres Ursprungs und ihrer gegenseitigen Abhängigkeit von einander, die Erläuterung ihrer Grundursachen

die Art ihre Gränzen durch Versuche und Berechnung zu erweitern und die Anwendung derselben auf unsre mannichfaltigen Bedürfnisse, alles dies zusammen genommen ist es, was man überhaupt die Experimental-Physik oder Naturlehre nennt, mit deren Anfangsgründen sich dieses Werk beschäftiget.

Während der letzten zwanzig oder dreyßig Jahrhunderte, da, wie uns schriftliche Dokumente belehren, mehr oder weniger genaue Beobachtungen über die Eigenschaften der Naturkörper gemacht wurden, sind mannichfaltige Theorien über die Natur dieser Körper, oder über die Gegenstände der Physik überhaupt gebildet worden, und sehr verschiedene Vorstellungen davon in Umlauf gekommen; allein, die kleine Zahl von wirklichen Factis und die ungeheuer viel grössere schwankender und unbewiesener Meinungen, die diese Theorien bildeten, machten sie immer unzulänglich und oft sogar abgeschmackt, wovon dann Verwirrung der Vorstellungen und Hinderung des Fortschritts der Wissenschaft selbst, die natürliche Folge war.

Die Beschaffenheit und das Schicksal dieser Theorien machte die Verständigen und die Forscher all-

mählig vorsichtiger und überzeugte sie von der Nothwendigkeit: an die Stelle der Träume der Einbildungskraft Erfahrungen, und strengmathematisches Räsonnement zu setzen. Diese rationelle Richtung, diese vorsichtige Art zu verfahren, die man besonders seit dem sechzehnten Jahrhundert beobachtet hat, hat denn auch eine sehr große Menge nützlicher Entdeckungen zur Folge gehabt und weil dadurch zugleich den Fortschritten der Wissenschaft ihre eigentliche Bahn geöffnet wurde, so sind die Naturkündiger zugleich dadurch in den Stand gesetzt worden, die Prinzipien verschiedener Zweige derselben zu erforschen, mehrere neue Gegenstände zu untersuchen, und neue Zugänge zu den unerschöpflichen Schätzen der Natur zu eröffnen.

Der Fortschritt zu der Untersuchung auf dem Wege der Erfahrung und der Versuche und die mathematische Art zu folgern sind zwar beyde langsam und mühsam zugleich, aber sie sind sicher und führen zu wahren und nützlichen Kenntnissen. Auch hat ja der Mensch keine anderen Mittel, seinen Weg durch die dunkeln Labyrinthe der Natur auszuspähen. Man bemerkt es mit Erstaunen, was die mancherley Zweige der

Physik der Handarbeit und den ausserordentlichen Anstrengungen des menschlichen Geistes, alles zu danken haben. Jene tiefen Untersuchungen, die zuweilen fruchtlos und zuweilen von einem mittelbaren oder unmittelbaren Erfolge begleitet werden, entfalten zwar eben so sehr die Schwäche als die Stärke des menschlischen Verstandes: aber man muß es doch gestehen, daß, im Ganzen genommen, wundervolle Vortheile die Frucht dieser ausserordentlichen Anstrengungen gewesen sind, und daß die Wissenschaft in den letzten zwey Jahrhunderten ohne Widerspruch mit wachsender Schnelle fortgeschritten ist.

Ich bin nicht gesonnen, meine Leser durch die Versicherung zu täuschen, daß ich alle Lehren und Grundsätze der Physik so vorgetragen habe, daß sie auch das schwächste Verstandesvermögen fassen und begreifen könne. Denn wäre dies mein Zweck gewesen, so hätte ich ja die schwereren Zweige der Naturlehre ganz mit Stillschweigen übergehen müssen, oder die Falschheit jener Versicherung würde durch mehrere Blätter der folgenden Abhandlung dargethan worden seyn. Gewöhnlich gelangt man nur auf verschlungenen und in

mancherley Krümmungen sich windenden Wegen zu Entdeckungen neuer Thatsachen oder zu den Grundsätzen, Prinzipien und Lehren der Natur, und die nachfolgende Sichtung und Betrachtung des gefundenen, scheidet erst davon das Ueberflüßige, ersetzt das Fehlende, und ordnet den vermischten Vorrath der Materialien, wovon dann die Folge ist, daß das Räsonnement oft abgekürzter und natürlicher oder die Beschaffenheit des beurtheilten Gegenstandes mehr ins Licht gestellt und verständlicher gemacht wird. Allein diese Vereinfachung hat auch ihre Grenzen, die sie nicht überschreiten darf und die nach Verschiedenheit der Gegenstände enger oder weiter sind, und man kann auch Dinge, die bey dem, der sie fassen soll, eine Menge von mathematisch verbundenen Vorkenntnissen und Begriffen voraussetzen, unmöglich solchen Personen verständlich machen, denen jene Vorkenntnisse fehlen, oder deren Geist nicht fähig ist, die damit unzertrennlich verbundene Reihe von Schlußfolgen zu fassen.

Ich habe, nach dem Beyspiele der verständlichsten Schriftsteller, jeden einzelnen Gegenstand meiner Abhandlung aus verschiedenen Gesichtspunkten betrachtet und versucht, alle so einfach und deutlich zu erklä-

ren als mir möglich war. Wo es geschehen konnte, hab ich allgemein verständliche Kunstausdrücke und Kunst-Anordnung zu vermeiden und gewöhnliche Ausdrücke zu wählen gesucht, und diejenigen Gegenstände, von denen mir es schien, daß sie die größeste Anzahl der Leser leicht unverständlich finden möchte, hab ich in die Anmerkungen verwiesen, wo sie also diejenigen finden können, für die sie gehören.

Einige Wiederholungen wird, wie ich hoffe, der Leser darum verzeihen, weil sie zu mehrerer Beleuchtung und Aufklärung verschiedener Gegenstände nothwendig waren.

Was die Anordnung der Materien meines Werkes betrifft, so muß ich bemerken, daß ich mit den allgemeinen Eigenschaften der Materie, oder solchen, die, wie eine lange und unveränderliche Erfahrung gelehrt hat, allen Körpern ohne Unterschied zukommen, angefangen habe und dann zur Untersuchung derjenigen, die nur einer besondern Art von Körpern eigen sind und endlich derjenigen, die man nur bey wenigen oder nur bey einzelnen Körpern antrifft, fortgegangen bin.

Daß ich den astronomischen Theil meines Werkes zuletzt abgehandelt, ist darum geschehen, weil die Bekanntschaft mit den Himmelskörpern nicht in so unmittelbarer Verbindung mit unserm Wohlseyn steht, als die Bekanntschaft mit solchen Dingen, die so nahe um uns sind und aus denen selbst unser eigener Körper gebildet ist.

Die Anzahl der Versuche zu vervielfältigen und weitläuftige historische Anmerkungen beyzubringen, hab ich sorgfältig vermieden, um nicht nützlichen Bemerkungen den Platz durch überflüßige zu rauben. Die verschiedenen Gegenstände der Physik können zwar ohne eine gewisse weitläuftigere Erklärung nicht verständlich genug vorgetragen werden, allein diese Erklärung durfte doch auch die mit Absicht gesteckten Grenzen nicht überschreiten, wenn das Werk nicht zu bändereich werden sollte. Indessen befindet sich, was diesen Fall betrifft, ein Schriftsteller immer in einer mißlichen Lage, da oft für gewisse Leser die Erläuterung eines Gegenstandes zu weitläuftig scheint, die für andere nicht hinreichend ist. Wenn es für den mehr unterrichteten langweilig ist, einen und denselben dunkeln Gegenstand aus mehreren Gesichtspunkten betrachtet

zu sehen, so ist dies doch wieder ein gutes Hülfsmittel für den minder unterrichteten und den Anfänger. Es läßt sich daher die Grenze zwischen dem was hinlänglich oder nicht hinlänglich ist, sehr schwer bestimmen und indem diese Bestimmung den Schriftsteller selbst in Verlegenheit setzt, bietet sie zugleich ein weites Feld zu Lob oder Tadel dar, je nachdem die Bedürfnisse seiner Leser beschaffen sind. Bey der Ausarbeitung dieses Werkes ist also mein beständiges Bestreben gewesen, eine natürliche Ordnung, Genauigkeit der Behauptungen und angenommenen Sätze, Deutlichkeit und Kürze mit einander zu verbinden. Ich habe versucht unter dem mannichfaltigen Vorrathe eine schickliche Auswahl zu treffen, und die Dunkelheit zu entfernen. An einigen Stellen habe ich neue Thatsachen hinzugefügt, und an anderen habe ich neue und wahre Erklärungen von natürlichen Wirkungen aufzufinden gesucht. Eben so habe ich bey verschiedenen Gegenständen das Mangelhafte angezeigt und es der Sorgfalt eifriger Liebhaber der Wissenschaft zu besserer Beleuchtung empfohlen. Ob aber die Ausführung diesen mir vorgesetzten Zwecken wirklich genugsam entspreche, das überlasse ich mit Bescheidenheit der Entscheidung

des unpartheiischen und urtheilsfähigen Theiles meiner Leser.

Da dieses Werk leicht in sehr verschiedene Hände fallen kann, so halte ich es für nützlich, noch einige wenige Bemerkungen und Anweisungen, den Gebrauch desselben betreffend, nicht sowohl für solche hier beyzufügen, die Kenner sind, als vielmehr für solche, denen der Gegenstand entweder ganz oder doch zum *Theil neu* ist, um ihnen, so viel an mir ist, unnütze Arbeit zu ersparen, oder zu große Erwartungen zu vermeiden.

Man kann die Leser eines Buches gewöhnlich in folgende Classe theilen. Einige nämlich bilden sich ein, daß man ein Mährchen oder ein Werk der Dichtkunst, oder ein historisches oder wissenschaftliches Werk mit einerley Leichtigkeit und Geschwindigkeit durchlesen könne, wenn sie dann finden, daß sie nicht fähig sind das wissenschaftliche Werk zu verstehen, so schließen sie daraus entweder: daß der Schriftsteller dunkel sey, oder: daß sie selbst nicht Fähigkeit genug haben es zu begreifen. Andere bilden sich ein, daß schon eine einmalige sorgfältige Durchlesung eines wissenschaftlichen Buches

hinreichend sey, sie über einen ihnen neuen Gegenstand zu belehren, und endlich giebt es auch Leser, die nicht eher zur nächsten Seite eines Buches fortgehen, bis sie alles vorhergehende völlig verstanden haben. Diese letzte Art aber ein Buch zu lesen, und besonders die Physik zu studieren, ist, ob sie gleich die zweckmäßigste ist, doch keinesweges die leichteste und angenehmste und ermüdet gewöhnlich den Lernenden, ehe er den vierten Theil des Werks gelesen hat.

Da, wo man viel neue Ideen einsammeln will, muß man nothwendig auch viel Aufmerksamkeit anwenden. Um also eine Erzählung oder ein Gedicht gehörig zu verstehen, bedarf es keiner größeren Anstrengung des Geistes als nöthig ist, den Zusammenhang der verschiedenen Theile oder Begebenheiten zu bemerken und einen mäßigen Grad von Aufmerksamkeit auf die Schönheiten der Ausführung, in so fern sie ein Werk des Styles und der Einbildungskraft des Schriftstellers sind, zu beweisen, da, was die Thatsachen und die Bedeutung der Worte betrifft, diese so sehr mit den Vorfällen des gemeinen Lebens übereinkommen, daß es zum Verstehen derselben keiner großen Mühe bedarf. Eben dieses gilt fast ganz von dem Lesen historischer Werke. Ganz anders aber ist der Fall in An-

sehung wissenschaftlicher Gegenstände. Denn diese erfordern, wegen der großen Mannichfaltigkeit neuer Sachen und neuer Vorstellungen, die man mit ungewöhnlichen, im gemeinen Leben nicht vorkommenden Worten ausgedrückt hat, und wegen ihrer Abhängigkeit von einander selbst, oder von nicht gewöhnlichen Thatsachen, eine uusausgesetzte Anstrengung und Aufmerksamkeit des Gedächtnisses und der Denkkraft — welche, ob sie gleich durch Ordnung, Ausdauer und gehörig darauf verwendete Zeit, erleichtert werden, doch gewiß für Viele zu ermüdend seyn dürften.

Es sey mir daher erlaubt in diesem Bezug folgende Methode zu empfehlen. Der Anfänger des Studiums der Naturlehre lese zum erstenmal das gegenwärtige Werk, zwar mit Bedacht und langsam, jedoch mit Uebergehung aller der Anmerkungen, die mit einem * (Sternchen) bezeichnet sind und ohne es sich beunruhigen zu lassen, wenn er etwa beym Fortlesen nicht alles völlig verstehen, oder sich nicht aller Umstände wieder erinnern sollte. Dadurch wird er eine oberflächliche Vorstellung von dem Gegenstande bekommen; der Sinn mehrerer Worte wird ihm geläufig werden und die mannichfaltigen und wunderbaren Eigenschaften der Körperwelt werden ihm wahrscheinlich

Vergnügen machen. Dann beginne er eine zweyte noch bedächtigere Durchlesung und versuche jeden Theil und jede Figur der Kupferplatten völlig zu verstehen und mehr oder weniger von den Anmerkungen — je nachdem sie ihm deutlich sind oder nicht — zu untersuchen, und könnte er dabey Vorlesungen über die Experimental-Physik beywohnen, so würde es für ihn von dem größten Nutzen seyn, denn dadurch würde bewirkt werden, daß er die verschiedenen Gegenstände Maschienen, Handgriffe u. s. w. leicht fassen und immer behalten würde.

Während dieser zweyten Durchlesung richte er eine besondere Aufmerksamkeit auf die zahlreichen Kunstausdrücke, deren Bedeutung entwickelt ist. Endlich rathen wir drey oder noch mehr Mal besonders diejenigen Theile des Werkes zu lesen, die der besondern Neigung des Lesers vorzüglich entsprechen, oder deren Wiederholung seine Fassungskraft oder sein Gedächtniß verlangt.

Wallsstreet, den 4ten August
1803.

Tib. Cavallo.

Inhaltsanzeige.

Seite.

Erstes Kapitel.

Von der Physik, ihrer Benennung, ihrem Gegenstande, ihren Axiomen, und von den Regeln sie zu behandeln und zu studiren 1 : 8

Zweytes Kapitel.

Allgemeiner Begriff von der Materie und ihren Eigenschaften, von den Elementen, und Erklärung mehrerer in der Physik gebräuchlichen Ausdrücke 8 : 19

Drittes Kapitel.

Von den allgemeinen, oder allen Körpern zukommenden Eigenschaften 19 : 36

Inhaltsanzeige.

Seite.

Viertes Kapitel.

Von der Bewegung überhaupt, den Gesetzen derselben, und den Eigenschaften der einfachen Bewegung : : 37 : 49

Fünftes Kapitel.

Von der Bewegung, die durch die Centripetal- und Centrifugalkraft hervorgebracht wird, und von dem Schwerpunkte : 51 : 69

Sechstes Kapitel.

Von der Art, die Lage des Schwerpunktes mit Gewißheit zu bestimmen, und Aufzählung der vorzüglichsten Eigenschaften desselben 70 : 86

Siebentes Kapitel.

Theorie des Stoßes bei der gleichförmigen Bewegung : : 87 : 108

Achtes Kapitel.

Von der zusammengesetzten Bewegung. Von der Zusammensetzung und Auflösung der Kräfte, und vom schiefen Stoße : 109 : 128

Inhaltsanzeige.

Seite.

Neuntes Kapitel.

Von der krummlinigen Bewegung ; 128 ; 157

Zehntes Kapitel.

Von dem Hinabgleiten der Körper auf der geneigten Ebene. Die Lehre von den Pendeln 157 ; 193

Eilftes Kapitel.

Von dem Centrum der Schwingung, und dem Centrum des Stoßes ; 193 ; 209

Zwölftes Kapitel.

Von den mechanischen Potenzen ; 210 ; 244

Dreizehntes Kapitel.

Von den zusammengesetzten Maschienen. Von den bewegenden Potenzen und der Friktion 245 ; 272

Vierzehntes Kapitel.

Beschreibung der hauptsächlichsten, zur Erläuterung der Lehre von der Bewegung nothwendigen Maschienen, und von dem besondern Gebrauch derselben ; ; 273 ; 213

Inhaltsanzeige.

Seite.

Funfzehntes Kapitel.

Einige Anwendungen der vorgetragenen Lehre von der Bewegung, und Bemerkungen über die Zusammensetzung der Fuhrwerke mit Rädern 314 : 327

Sechzehntes Kapitel.

Von geworfenen Körpern : 328 : 344

Erstes Kapitel.

Von der Physik; — ihrer Benennung; — ihrem Gegenstande; — ihren Axiomen und den Regeln sie zu behandeln und zu studieren.

Das Geschäfte der Physik oder Naturlehre ist: die Geschichte der Erscheinungen, die sich bey den natürlichen Dingen, das heißt: bey den Weltkörpern ereignen, zu sammeln; ihren Ursachen und Wirkungen nachzuspüren und sie zu untersuchen und davon solche Naturgesetze abzuleiten, die zur Erreichung mannichfaltiger nützlicher Zwecke angewendet werden können.

Unter natürlichen Dingen sind überhaupt alle Körper zu verstehen, und diese zusammen genommen, nennt man das Universum.

Ein Phänomen, oder eine Erscheinung heißt alles, was man durch die Sinne erkennen kann. Das Fallen eines Steines; die Ausdünstung des Wassers; die Auflösung des Salzes in demselben; ein Blitz u. s. w. ist also ein Phänomen *).

Da alle Erscheinungen von Eigenschaften abhängig sind, die verschiedenen Körpern zukommen — wie zum Beyspiele die Eigenschaft des Fallens zur Erde, dem Steine; des Verdunstens dem Wasser; des Schmelzens

*) Das Wort Phänomen ist griechischen Ursprungs, indem es von Phaino, ich erscheine, herkömmt.

im Wasser, dem Salze u. s. w. — so sagt man: daß das Geschäfte der Physik oder Naturlehre sey, die Eigenschaften der verschiedenen Weltkörper zu untersuchen, ihren Ursachen nachzuspüren und nützliche Folgerungen daraus herzuleiten.

Zufolge dieser Erklärung wird also der Leser in dem vorliegenden Werke eine Belehrung von den vornehmsten Eigenschaften der unter bestimmte Classen geordneten Naturkörper und eine Erklärung ihrer Wirkungen und der Ursachen, von denen diese abhängen, finden, in so weit nehmlich vernünftige Schlußfolgerungen und Erfahrung uns Gewißheit darüber gegeben haben. Ferner wird er darinn die vorzüglichsten Hypothesen finden, die man zur Erklärung solcher Thatsachen aufgestellt hat, deren Ursachen bis jetzt noch nicht unwidersprechlich haben bewiesen werden können, so wie eine Aufstellung der Naturgesetze, oder derjenigen Regeln, die man aus dem Zusammentreffen ähnlicher Thatsachen hergeleitet hat, und endlich wird er noch einen Unterricht über den Gebrauch der physikalischen Instrumente und über die Art, diejenigen Experimente zu machen, erhalten, die theils zur Erläuterung desjenigen, was man schon als richtig erkannt hat, und theils zur ferneren Untersuchung der Eigenschaften der Naturkörper, nothwendig sind.

Es würde überflüßig seyn, sich weitläuftig über den Zweck oder die Absicht und Bestimmung der Naturlehre zu verbreiten. Die Anwendung und der Nutzen derselben, oder die Vortheile, die sie dem Menschengeschlechte gewährt, drängen sich uns auch schon bey einer oberflächlichen Untersuchung der uns umgebenden Dinge auf. Die Eigenschaften der Luft, die wir athmen; die Wirkung und die Kraft unsrer Glieder; das Licht, der Schall und andere Wahrnehmungen unsrer Sinne; die Wirkungen der Maschinen, die in der Haushaltung, bey der Schiffahrt u. s. w. gebraucht werden; die Abwechslung

der Jahreszeiten, der Lauf und die Bewegung der Himmelskörper u. s. w.; sind alles Gegenstände der Aufmerksamkeit und Betrachtung des Naturkundigers. Unser Wohlbefinden, selbst unser Daseyn hängt von ihnen ab.

Schon eine geringe Bekanntschaft mit dem politischen Zustande der Erde ist hinreichend zu beweisen, daß die Bearbeitung der verschiedenen Zweige der Naturgeschichte, die Europäer und ihre Kolonien in der That über den Rest der Menschheit erhoben hat. Ihre Entdeckungen und Verbesserungen in der Sternkunde, in der Optik, der Schiffahrt, der Chemie, dem Magnetismus, der Mineralogie und in den zahlreichen Künsten, die von diesen und anderen Zweigen der Physik abhängen, haben sie mit unzähligen Artikeln der Nothwendigkeit und des Luxus versehen, haben ihre Reichthümer vermehrt und haben ihre Kräfte zu einem Grade erhoben, der weit über die Erwartungen unsrer Vorfahren hinaus geht.

Man kann die verschiedenen Eigenschaften der Materie füglich unter zwey Classen ordnen; es giebt nehmlich allgemeine Eigenschaften, die allen Körpern zukommen, und besondere Eigenschaften, oder solche, die man nur bey gewissen Körpern ausschließlich antrifft.

In dem ersten Theile dieses Werkes wollen wir die allgemeinen Eigenschaften der Materie untersuchen. Diejenigen, welche nur gewissen Körpern zukommen, sollen der Gegenstand des zweyten seyn. Ein dritter Theil soll sich mit der Untersuchung der Eigenschaften solcher Körper beschäftigen, die man hypothetische nennt, weil ihr Daseyn noch nicht befriedigend bewiesen ist. In dem vierten Theile wollen wir unsere Blicke über die Grenzen dieser Erde erheben, und die Zahl, die Bewegungen und andere Eigenschaften der Himmelskörper untersuchen, und der fünfte oder letzte Theil wird verschiedene besondere Punkte erörtern, wie

zum Beyspiele die Beschreibung von noch hinzugekommenen Versuchen, von Maschinen u. s. w. ist, die nicht schicklich unter die vorhergehenden Abtheilungen konnten gebracht werden.

Die Axiome (allgemein angenommene Sätze) der Physik, oder diejenigen Axiomen, die von der allgemeinen und unveränderten Erfahrung hergeleitet werden, sind so ausgemacht und so allgemein bekannt, daß es schon genug ist, nur einiger derselben hier zu erwähnen.

I. Kein Ding ist ohne Eigenschaften;

II. Daher kann keine Substanz oder nichts von Nichts hervorgebracht werden.

III. Die Materie kann nicht vernichtet, oder in Nichts verwandelt werden.

Es möchte vielleicht manche geben, die die Richtigkeit dieses Axioms nicht so leicht zuzugeben geneigt wären, wenn sie daran denken, daß so viele Dinge durch das Feuer scheinen gänzlich zerstört zu werden, und daß das Wasser vermittelst der Verdunstung verschwindet u. s. w. Allein man muß bemerken, daß in diesen und ähnlichen Fällen die Substanzen nicht vernichtet, sondern blos zerstreut und von einem Platze zu einem anderen geschafft, oder in so kleine Theilchen zertheilt werden, daß sie nicht mehr durch unsere Sinne wahrgenommen werden können. So verschwindet von einem in das Feuer gelegtem Stücke Holz der größte Theil, und es bleibt nichts als ein wenig Asche übrig, deren Gewicht und Umfang kaum den hundertsten Theil des Gewichts und der Größe des verbrannten Holzes beträgt. In diesem Falle ist das Stück Holz in seine einzelnen Bestandtheile zerlegt worden, und diese hat das Feuer auf verschiedenen Wegen zerstreut. Der flüßige Theil nehmlich wird zu Dampf oder Dünsten, und die leichten Kohlentheilchen hängen sich entweder an dem Kamine an, oder werden durch die Luft zerstreut u. s. w. Würden nun nach der

Verbrennung die zerstreuten Stoffe wieder gesammelt, — welches wenigstens zum Theil geschehen kann — so würde die Größe des Gewichtes derselben, der Größe des Gewichtes des verbrannten Holzes gleich seyn.

IV. Jede Wirkung hat eine Ursache, oder wird durch eine Ursache hervorgebracht und ist ihr angemessen.

In Ansehung dieser Axiome überhaupt muß noch bemerkt werden, daß ich nur das als gewiß behaupte, was immer auf dieselbe Art erfolgt und durch Versuche bestätiget worden ist, und dem weder Vernunftgründe noch Versuche widersprechen. Allein ich bin nicht gesonnen zu behaupten, daß sie eben so unwiderspreclich ausgemacht wären, als die geometrischen Axiome, und noch weniger bin ich Willens, mir herauszunehmen der Macht des allmächtigen Schöpfers dieser Dinge, dessen Macht und Endzwecke unser Verstand nie begreifen wird, Grenzen vorzuschreiben.

Nach dieser Aufstellung der vornehmsten Axiome der Physik müssen nun zunächst die Regeln bestimmt werden, die man bey der Behandlung derselben befolgen muß, und die nach reiflicher Ueberlegung sind festgesetzt worden, um allen Irthümern so sehr als möglich vorzubeugen, und den, der die Natur studiert, auf dem kürzesten und sichersten Wege zur Erlangung wahrer und nützlicher Kenntnisse zu führen.

Dieser Regeln sind nicht mehr als vier, nehmlich:

I. Man darf nicht mehrere Ursachen natürlicher Dinge annehmen, als solche, welche wahr und hinreichend sind, die Erscheinungen zu erklären.

II. Man muß daher einerley natürliche Wirkungen, so weit es möglich ist, denselben Ursachen zuschreiben.

III. Diejenigen Qualitäten (Eigenschaften) der Körper, die weder des Wachsthums noch der Abnahme fähig sind, und die man bey allen Körpern, die unseren Versuchen unterworfen werden können, findet, werden als allgemeine, allen Körpern ohne Ausnahme zukommende Eigenschaften angenommen.

IV. In der Experimentalphysik müssen wir alle die Behauptungen, welche durch eine allgemeine Folgerung von den Phänomenen hergeleitet werden, aller dagegen aufgestellten ihnen widersprechender Hypothesen ohngeachtet, so lange als genau und möglichst wahr betrachten, bis andere Phänomene eintreten, die sie entweder berichtigen oder beweisen, daß sie Ausnahmen gestatten.

Was den Grad der Gewißheit betrifft, den man bey Gegenständen der Physik zu erwarten hat, so ist nöthig zu bemerken, daß sie keiner so unwidersprechlichen Gewißheit fähig sind, als die Zweige der Mathematik. — Die Behauptungen dieser letzteren Wissenschaft sind so deutlich von einer Reihe so sehr einfacher und ausgemachter Axiome hergeleitet, daß sie den Verstand vollkommen überzeugen, und keine derselben kann ohne offenbare Absurdität verworfen werden. In der Physik aber kann man blos sagen, daß, weil gewisse besondere Wirkungen unter gewissen Umständen unausgesetzt erfolgt sind, sie höchst wahrscheinlich so lange so erfolgen werden, als die nehmlichen Umstände da sind, und daß dieses Erfolgen wahrscheinlich von diesen Umständen abhängt. Und das ists, was wir unter Naturgesetzen verstehen, die wir in dem folgenden Kapitel noch näher bestimmen werden.

Man kann in der That mehrere physische Prinzipien (Grundsätze) annehmen, und dadurch, daß man von ihnen weiter schließet, die Ableitung gewisser Folgerungen beweisen. Da diese Beweisführung aber doch nicht mehr darthut, als daß die angenommenen Prinzipien jene Folgerungen nothwendig geben, so können diese Folgerungen selbst keinen größeren Grad der Gewißheit haben, als ihre Prinzipien, so daß sie wahr oder falsch, oder wahrscheinlich sind, je nachdem die Prinzipien, von denen sie abhängen, wahr, oder falsch, oder wahrscheinlich sind. Man hat zum Beyspiele gefunden, daß ein Magnet, wenn man ihm seine Freyheit läßt, sich immer von selbst nach gewissen Weltge-

genden richtet, welche Eigenschaft die Erfindung des Kompasses zur Folge gehabt hat; eben so hat man ferner bemerkt, daß diese lenkende Kraft eines natürlichen oder künstlichen Magneten, nicht durch die Dazwischenkunft oder die Nähe von Gold oder Silber, oder Glas, oder mit Einem Worte, irgend einer anderen bekannten Substanz, Eisen und eisenhaltige Körper ausgenommen, gehemmt wird. Wenn man nun diese Beobachtung als einen Grundsatz annimmt, so folgt daraus, daß die Kapsel des Kompasses aus jeder beliebigen Substanz, nur nicht aus Eisen kann bereitet werden. Aber man muß auch bekennen, daß diese Behauptung keinesweges so ausgemacht ist, als eine geometrische, und daß man sie, um sich bestimmt auszudrücken, nur höchst wahrscheinlich nennen könne; denn ob man gleich gefunden, daß alle Körper, mit denen in dieser Rücksicht Versuche angestellt worden, das Eisen ausgenommen, keinen Einfluß auf die richtende Kraft des Magnetes oder der Magnetnadel geäußert, so wissen wir doch nicht mit Gewißheit, ob nicht noch einmal ein Körper oder eine gewisse Verbindung von Körpern könne entdeckt werden, die jene Eigenschaft vielleicht aufhebt.

Dieser Bemerkung ohngeachtet bin ich doch weit entfernt davon, den Skepticismus aufzumuntern. Meine Absicht geht blos dahin zu zeigen, welchen Grad von Gewißheit man in Ansehung physikalischer Kenntnisse zu erwarten habe, und zu verhüten, daß der Schüler dieser Wissenschaft weder ein blinder Glaubiger, noch ein unnützer Zweifler *) werden möge.

*) Die Skeptiker (Zweifler) waren eine philosophische Sekte, deren Hauptgrundsatz war: daß alle Dinge ungewiß und unbegreiflich wären, und daß man daher nie etwas als gewiß behaupten, sondern alles bezweifeln und dahin gestellt seyn lassen müsse. Der Ausdruck: Skeptiker kömmt von einem griechischen Worte her, das zum Betrachten, Ueberlegen, Bedenken geschickt und geneigt seyn heißt.

Derjenige, der einige Fortschritte in dem Studium der Natur zu machen wünscht, muß außer der genauen Beobachtung der oben angegebenen Regeln sich noch mit den verschiedenen Zweigen der Mathematik, wenigstens mit den Anfangsgründen der Geometrie, der Arithmetik, der Trigonometrie und den vorzüglichsten Eigenschaften der Kegelschnitte bekannt machen, denn da fast alle physische Wirkungen von Bewegung, Größe und Gestalt abhängen, so ist es unmöglich, Geschwindigkeiten, Kräfte, Gewicht, Zeiten u. s. w. berechnen zu können, ohne einen hinreichenden Grad von mathematischen Kenntnissen zu besitzen, welche Wissenschaft man mit Recht die Sprache der Natur nennen kann.

Zweytes Kapitel.

Allgemeiner Begriff von der Materie und ihren Eigenschaften.

Von den Elementen und Erklärung mehrerer in der Physik hauptsächlich gebräuchlicher Ausdrücke.

Die Materie oder die Substanz der Körper, die wir sehen, fühlen, schmecken, oder mit Einem Worte, die auf unsere Sinne wirket, können wir lediglich durch ihre Eigenschaften erkennen. Wir wissen, daß es eine Sonne giebt, weil wir ihre lichtvolle und runde Gestalt sehen und ihre Wärme fühlen; wir wissen, daß die Erde da ist, weil wir sie sehen und unsere Glieder sie fühlen. Wir erkennen das Daseyn der Luft, weil wir den Widerstand fühlen, den sie der Bewegung anderer Körper entgegensetzt u. s. w. Diese Sonne aber, diese Erde, diese Luft, muß zufolge des ersten Axioms, aus Etwas bestehen. Dieses Etwas nennt man die Materie.

Ueber die eigentliche Natur dieser Materie aber sind wir völlig unwissend, indem wir nicht im Stande sind zu sagen, ob sie aus Theilen von einer bestimmten Größe, Gestalt und Härte bestehe, und ob alle Körper des Universums aus einer und derselben Art der Materie, die nur verschieden modificirt werden, oder aus verschiedenen Arten von Materie bestehen, und wenn wir den letzten Fall annehmen wollten, können wir wieder die mögliche Anzahl dieser Arten nicht bestimmen.

Einige Philosophen haben fest behauptet, daß es nur eine Einzige Art von Urmaterie gebe, und daß die Verschiedenheit der Körper blos eine Folge von der verschiedenen Zusammenordnung derselben sey; so wie man vom Teige, vom Brode und vom Bisquit sagen könne, daß sie aus einer und derselben Materie, nehmlich aus Mehl bestehen.

Andere haben geglaubt, daß es zwey Arten der ursprünglichen Materie, oder zwey Elemente gebe; andere haben deren drey angenommen, und noch andere vier, oder fünf, oder sechs, oder sieben und noch mehrere. Die Geschichte solcher willkührlichen Behauptungen darf jedoch nie für die Kenntniß von Thatsachen genommen werden *).

*) Wer die verschiedenen Vorstellungen, die sich die Gelehrten von der ursprünglichen Materie und der Zahl der Elemente, oder einfachen Grundstoffe gemacht haben, zu untersuchen wünscht, kann folgende Schriftsteller darüber zu Rathe ziehen, jedoch darf er nicht hoffen, seine Mühe durch eine richtige Belehrung belohnt zu sehen. Aristoteles; Plato; Boyle von den Grundstoffen der Naturkörper; Newtons Optik; Woodwards natürliche Geschichte der Erde; Muschenbröcks Anfangsgründe der Naturlehre; Reils Einleitung zu Vorlesungen über die Naturlehre; Higgnis über das Licht; Chambers Cyclop. und Huttons mathematisches Wörterbuch unter dem Artikel: Element *).

*) Die vorzüglichere dynamische Vorstellung von Materie werden die Leser in Imanuel Kants metaphysischen Anfangsgr. der Naturwissensch. Frf. u. Lpz. 1794 finden. T.

Das Wahre von der Sache ist, daß unsre gegenwärtigen Kenntnisse uns noch nicht in den Stand setzen, nach hinreichenden Gründen die Zahl der Elemente oder der einfachen Bestandtheile der Körper zu bestimmen. Neueren Chemikern haben zwar in der That ihre zahlreichen Zerlegungen das Resultat gegeben: daß alle Körper, mit denen man Versuche angestellt hat, entweder zu den, in dem folgenden Verzeichnisse bemerkten Substanzen gehören, oder aus einer Verbindung einiger von ihnen bestehen. Allein man sollte die Anzahl derselben nicht als ausgemacht betrachten, denn außerdem, daß man guten Grund hat zu vermuthen, daß mehrere derselben in noch einfachere Bestandtheile möchten können aufgelöst werden, so werden bey dem gegenwärtigen schnellen Fortschritt philosophischer Untersuchungen, fast täglich noch neue Substanzen entdeckt, und einige in jenem Verzeichnisse sind noch blos hypothetisch.

Das nachstehende Verzeichniß enthält die bloßen Namen der Substanzen, welche gegenwärtig von philosophischen Chemikern als einfache Grundstoffe sind erkannt worden, oder die diese Chemiker noch nicht haben zerlegen können. Die vollständige Erklärung derselben findet man in anderen Kapiteln dieses Werkes, und der Leser wird ersucht, sich gegenwärtig weder bey der Erforschung der Bedeutung ihrer Namen aufzuhalten, noch auch irgend eine andere Notiz von ihnen zu nehmen.

Lichtstoff.
Wärmestoff.
? Elektrische Flüßigkeit.
? Magnetische Flüßigkeit.
Sauerstoff.
Wasserstoff.
Stickstoff.
Kohlenstoff.
Schwefel.

Phosphor.
Radical der Salzsäure.
Radical der Boraxsäure.
Radical der Flußsäure.
Arsenik.
Molybdän.
Tantalum.
Tellurium.
Columbium.
Wolfram.
Chromium.
Titanium.
Uranium.
Magnesium.
Nickel.
Kobalt.
Mißmuth.
Spießglanz.
Zink.
Eisen.
Zinn.
Bley.
Kupfer.
Queckſilber.
Silber.
Platina.
Gold.
Kieſelerde.
Thonerde.
Baryterde.
Strontianerde.
Beryllerde.
Yttererde.
Kalkerde.
Talkerde.

Zirkonerde.
Gewächsalkali.
Mineralalkali *).

Obgleich die meisten von den Ausdrücken, die in dem vorliegenden Werke oft vorkommen, auch im gemeinen Leben gewöhnlich sind, so macht es doch die bey philosophischen Beschreibungen erforderliche Genauigkeit nothwendig, die Bedeutung derselben genau zu bestimmen, um so viel, als möglich ist, aller Zweydeutigkeit oder Ungewißheit der Ausdrücke vorzubeugen.

Außer denen, in diesem Kapitel bereits erwähnten Worten, giebt es auch noch verschiedene andere, welche ebenfalls besonders müssen erklärt und bestimmt werden; dies soll jedoch gelegentlich im Werke selbst, da wo sie vorkommen werden, geschehen, wenn der Leser bereits besser in den Stand gesetzt worden ist, ihre Bedeutung leichter zu fassen.

Raum kann man (ob das Wort gleich keiner genau bestimmten Erklärung fähig ist) die allgemeine und unbegrenzte Ausdehnung nennen, in der alle Körper enthalten sind, da denn derjenige Theil des Raums, der von einem besonderen Körper eingenommen wird, der Ort, oder die Stelle dieses Körpers genannt wird.

Man macht einen Unterschied zwischen absoluten (vollkommnen) und zwischen relativen Raume. Den absoluten Raum, nennt man denjenigen, der sich auf nichts bezieht und sich immer gleich und immer unbeweglich bleibt. Der relative Raum ist dem absolu-

*) Der Verfasser hatte auch die Grundlagen der Bernsteinsäure, Milchzuckersäure u. s. w. so wie das Ammoniak mit aufgeführt, die aber nicht hierher gehören, und weggeblieben sind. Das Tantalum, Tellurium und Columbium, so wie die Beryllerde und Yttererde, fehlten im Original, und sind hier hinzugefügt worden.

ten an Größe und Gestalt gleich, aber nicht in Ansehung der Lage. Wenn man zum Beyspiele sich ein Schiff als in dem Universum vollkommen unbeweglich stehend denkt, so würde man den in seinem Inneren enthaltenen Raum, absoluten Raum nennen müssen. Würde aber dasselbe in Bewegung gesetzt, so wäre der nehmliche in seinem Inneren befindliche Raum, relativer Raum zu nennen.

Der Ort (Platz) wird ebenfalls in den absoluten und in den relativen unterschieden. Der absolute ist unbeweglich und bleibend, da sich der relative auf andere Körper bezieht *). Würde also jemand in dem Winkel eines fortseegelnden Schiffes sitzen, so müßte man sagen, daß er sich in Beziehung auf die übrigen Theile des Schiffes immer an demselben Orte befinde, da er zugleich seinen absoluten Ort beständig verändert.

Ruhe ist das Bleiben eines Körpers an einerley Ort, und man muß ebenfalls unter absoluter und relativer Ruhe unterscheiden, je nachdem der Ort, den ein Körper einnimmt, entweder absolut oder relativ ist **).

Säße also Jemand in einem Winkel eines Schiffes, das sich nicht in dem Universum fortbewegte, so würde man sagen müssen, daß er sich in einer absoluten Ruhe befinde; würde aber das Schiff in Bewegung gesetzt, während er sitzen bliebe, so würde man sagen müssen, daß er sich in relativer Ruhe befinde, nehmlich in Be-

*) Deutlicher könnte man wohl mit teutschen Physikern sagen der absolute Ort eines Körpers sey der bestimmte Theil des Raums, den er einnimmt, da sein relativer Ort, seine jedesmalige Lage gegen andere Körper ist.

**) Absolute Ruhe ist also, wenn ein Körper immer an seinem absoluten Orte bleibt und relative Ruhe, die Beybehaltung seiner Lage gegen andre Körper.

ziehung auf die Theile des Schiffes, ob er gleich wirklich oder absolut in Bewegung wäre. — Wenn ferner das Schiff gleichförmig bis zu einer seiner Länge gleichkommenden Entfernung fortbewegt, und jener Mensch mit seinem Stuhle zugleich und mit derselben gleichförmigen Bewegung von dem Vordertheile des Schiffes nach dem Hintertheile desselben gezogen würde, so würde er in Beziehung auf die Theile des Schiffes in Bewegung seyn, aber er würde doch immer sich an demselben absoluten Ort befinden.

In Ansehung der Ausdrücke Materie und Körper bemerke ich hier blos den folgenden Unterschied zwischen ihnen, nehmlich: daß der Ausdruck Materie in keiner Beziehung zu irgend einer bestimmten Gestalt steht, da der Ausdruck Körper, gewöhnlicher die Bedeutung einer abgesonderten und bestimmten Quantität der Materie hat. So sagen wir sehr richtig: daß die Bewegungen der Himmelskörper schwer zu bestimmen seyen, und daß die Materie, welche die Atmosphäre bildet, heterogen oder ungleichartig sey. Es würde daher unrecht seyn, wenn wir die Stellung der Wörter: Körper und Materie in diesem Satze verwechseln und sagen wollten: Die Bewegungen der himmlischen Materie seyn schwer zu bestimmen, und der Körper, welcher die Atmosphäre bildet, sey ungleichartig.

Zeit, im strengen Verstande genommen, ist keiner Erklärung fähig, und das einzige, was wir in Ansehung derselben bemerken können, ist der Unterschied zwischen absoluter und relativer Zeit. Die absolute Zeit entflieht immer gleichförmig, hat aber keine Beziehung auf die Bewegung der Körper. Relative Zeit ist der Theil der absoluten Zeit, während dessen eine gewisse Bewegung vor sich geht, und wir nehmen einige dieser Bewegungen, wenn sie immer gleichförmig und spät erfol-

gen, als Zeitmesser an. So nennt man den Theil der absoluten Zeit, den die Sonne braucht, um ihren scheinbaren Umschwung um die Erde zu vollenden, einen Tag; der vier und zwanzigste Theil eines solchen Tages heißt eine Stunde; dieser Tag dreyhundert und fünf und sechzigmal genommen, heißt ein Jahr u. s. w.

Die Eigenschaften eines Dinges sind solche Beschaffenheiten und Wirkungen, die diesem Dinge zukommen und wodurch es sich von andern Dingen, die diese Eigenschaften nicht besitzen, unterscheidet. So ist es zum Beyspiel eine Eigenschaft der Sonne, daß sie leuchtet; des Magnets: daß er das Eisen anzieht u. s. w.

Die Härte eines Körpers ist der Grad des Widerstandes, den dieser Körper gegen jede Gewalt äußert, die in der Absicht auf ihn angewendet wird, seine Theile von einander zu trennen. Die Flüßigkeit ist also der Mangel dieses Widerstandes, so daß eine vollkommene Flüßigkeit ein Körper ist, dessen Theile durch Anwendung eines äußerst kleinen Theiles von Kraft können getrennt werden. Die Folge wird uns lehren, daß wir weder vollkommen harte, noch auch vollkommen flüßige Körper kennen, so daß wir blos die zwischen diesen beyden Extremen liegenden Gradationen untersuchen können. Aber die Gradationen, die durch die Benennungen von Härte, Strenge, Sprödigkeit, Zähigkeit, Weichheit, Klebrigkeit, Flüßigkeit u. s. w. ausgedrückt werden, sind keiner genauen Definition und Bestimmtheit fähig.

Ursach und Wirkung sind Ausdrücke, die sich auf einander beziehen, indem die Wirkung dasjenige ist, was von der Ursache hervorgebracht worden, und die Ursache das, was die Wirkung hervorbringt.

Die Ursachen sowohl als die Wirkungen, werden in erste, zweyte u. s. w., oder in unmittelbare oder entfernte eingetheilt. Wenn zum Beyspiele die Son-

nenhitze die Luft verdünnt, so bewirkt diese Verdünnung Wind und dieser Wind treibt das Schiff, in dessen Segel er bläßt, vorwärts. In diesem Falle ist die Sonnenhitze die Ursache des Windes und der Wind ist die Wirkung der Verdünnung und zugleich die Ursache von der Bewegung des Schiffes; die Bewegung des Schiffes wird nemlich durch die Einwirkung des Windes hervorgebracht, so daß also der Wind die unmittelbare, die Sonnenhitze aber die entfernte Ursache von der Fortbewegung des Schiffes ist.

Ein Naturgesetz oder ein mechanisches Gesetz, *) ist eine allgemeine Wirkung die immer und unausgesetzt unter gewissen bestimmten Umständen erfolgt und bemerkt worden ist. So wissen wir aus einer beständigen und allgemeinen Erfahrung, daß ein Körper, wenn er sich selbst überlassen ist, und von keinem anderen Körper daran verhindert wird, gegen den Mittelpunkt der Erde zu fällt. Diese Beobachtung nehmen wir also als ein Naturgesetz an, daß wir wie folget ausdrücken: die mancherley Körper der Erde haben eine Neigung gegen den Mittelpunkt derselben zu streben oder zu drücken.

Das Daseyn oder nicht Daseyn eines leeren Raums, oder einer von aller Materie entblößten Ausdehnung hat oft Streitigkeiten unter den Gelehrten veranlaßt. Die Beweise derselben für ihre Meinung hängen aber immer von irgend einer, von ihnen angenommenen Hypothese, über die eigentliche Natur oder die letzten Bestandtheile der Materie ab, und da wir über diesen Punkt schlechterdings in einer gänzlichen Unwissenheit sind, so können ihre Beweise

*) Der Ausdruck mechanisch bezieht sich immer auf etwas, das mit der Natur und den Gesetzen der Bewegung in Beziehung steht oder durch sie geordnet wird.

weise die Frage auch keinesweges entscheiden. *) — Alles was wir nach richtigen Voraussetzungen über den leeren Raum folgern können, ist:

1. Daß die Möglichkeit seines Daseyns leicht gedacht werden kann.

2. Daß wir aber nicht mit Gewißheit bestimmen können, ob er wirklich da sey oder nicht.

3. Daß, wenn man annimmt, daß die Gestalt der kleinsten Theilchen der Materie unveränderlich sey, die Bewegungen der Körper, so wie sie unausgesetzt in dem Universum statt haben, sich nicht, ohne einen leeren Raum anzunehmen, erklären lassen.

Der Ausdruck Unendlichkeit hat ebenfalls viele Streitigkeiten veranlaßt. Man hat viele abgeschmackte Voraussetzungen angenommen um scheinbare Beweise zu unterstützen und hat dann mehrere eben so abgeschmackte Folgen davon hergeleitet. Diese Irthümer sind hauptsächlich davon hergekommen, daß man mit den Worten unendlich oder Unendlichkeit immer die Vorstellung von etwas Bestimmten verbunden hat, anstatt daß man die, von etwas Unbestimmten damit hätte verbinden sollen. Von dieser Vorstellung ist dann die Folge gewesen, daß die Unendlichen oft mit einander sind verglichen worden und daß man das eine Unendliche das doppelte oder dreyfache, oder die Hälfte u. s. w. von einem anderen Unendlichen genannt hat. Da aber die Unendlichen, (in dem wahren Sinne des Worts, welches etwas Grösseres oder Geringeres als irgend eine bemerkbare Quantität, aber

*) Deutsche Leser die mit dem Geiste der kritischen Philosophie vertraut sind, mögen diese, und andere Aeußerungen des Verfassers überschlagen; für sie würde jede berichtigende Anmerkung überflüssig seyn, und für andere Leser müßte sie sehr ausführlich seyn, wenn sie den Zweck nicht verfehlen sollten, wozu es aber hier an Raum fehlt.

nicht etwas bestimmbares, anzeigen soll), keiner Vergleichung fähig sind, so kann das Verhältnis einer unbestimmten Quantität zu einer anderen unbestimmten Quantität nicht angegeben werden und folglich kann man auch nicht sagen, daß das Eine Unendliche größer oder kleiner sey als das Andere, oder daß es ihm gleich sey.

Man hat zur Unterstützung jener Behauptung gesagt: daß wenn man eine Linie nur an dem einen Ende, eine andere aber von beyden Enden ins Unendliche verlängere, die letztere unendliche Linie mit der ersten verglichen, gleichsam doppelt unendlich seyn müße. Allein dabey hat man offenbar eine begrenzte oder bestimmte Länge angenommen, nemlich die, daß die letztere Linie an beyden Enden eben so sey verlängert worden, als die erstere an dem einen allein.

Ferner hat man gesagt: Man nehme die Länge eines Zolles und nehme an, daß er in eine unendliche Zahl von Theilen sey getheilt worden; dann denke man sich dasselbe von der Länge eines Fußes, so ist es ja offenbar, daß das letztere Unendliche dem ersteren gleich ist, wann dieses zwölfmal genommen wird. Allein dies ist, nach meiner ohnmasgeblichen Meinung ein Trugschluß; denn der Ausdruck unendlich bezieht sich in dem angenommenen Falle nicht auf die Ausdehnungen des Fußes oder des Zolles, sondern auf die Zahl der Theile in welche diese Ausdehnungen sind getheilt worden, diese aber können in Ansehung der Zahl nicht in einem benennbaren Verhältnisse zu einander stehen, eben weil sie unendlich sind.

Das Wahre von der Sache ist, daß ein Zoll zwölfmal genommen, einem Fuße gleich ist und daß, wenn man jede dieser Ausdehnungen in eine Anzahl von gleich langen Theilen theilt, ein Fuß denen in der Ausdehnung eines Zolles enthaltenen Theilen, wenn sie zwölfmal genommen werden, gleich seyn wird. Das will man aber nicht damit sagen, wenn man von der Zertheilung eines Fußes oder

eines Zolles in eine unendliche Zahl von Theilen spricht. Wenn man also sowohl den Fuß als auch den Zoll in eine unendliche Anzahl von Theilen theilt, so haben diese Zahlen kein benennbares Verhältnis zu einander, obgleich die Summe der Theile des Fußes unbezweifelt der Summe der Theile des Zolles, wenn diese zwölfmal genommen wird, gleich seyn wird *).

Drittes Kapitel.

Von den allgemeinen, oder allen Körpern zukommenden Eigenschaften.

Es ist bereits bemerkt worden, daß ein Körper sich von dem anderen vermittelst der ihm besonders zukommenden Eigenschaften unterscheidet. So erkennt man, zum Beyspiele, das Wasser an seiner Flüßigkeit, an seinem Mangel des Geschmacks, des Geruchs und der Farbe, das Gold erkennt man an seiner vorzüglichen Schwere und an der ihm eigenen Farbe; das Salz verräth sich durch seinen besonderen Geschmack u. s. w. Aber es giebt auch ge-

*) So wohl in der Arithmetik als auch in der Geometrie giebt es zahlreiche Beyspiele von einer unendlichen Zahl von Grössen, die eine endliche oder bestimmte Summe haben. In der Geometrie wird gezeigt, daß eine endliche Linie in eine unendliche Anzahl von Theilen kann getheilt werden; und es ist einleuchtend, daß die ganze Summe dieser Theile, der Linie selbst gleich seyn muß, welches also eine endliche Größe giebt; und in der Arithmetik wird, — um von vielen Beyspielen nur Eines anzuführen — gezeiget, daß wenn man ein Halbes und wieder die Hälfte von diesem Halben, und dazu die Hälfte von dem letzten Halben und so ins unendliche hin, nimmt, die Summe von dem Ganzen der von Eins gleich kömmt, das heißt:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ u. s. w. $= 1$.

wiße Eigenschaften, die dem Wasser, dem Golde, dem Salze und überhaupt allen Körpern ohne Ausnahme zukommen, wie, zum Beyspiele die Eigenschaften der Ausdehnung und der Schwere sind; denn alle Körper sind ausgedehnt und alle sind sie auch mehr oder weniger schwer. Und diese nennt man allgemeine Eigenschaften der Materie, oder solche die alle Körper mit einander gemein haben. Es sind, so weit wir sie bis jetzt kennen, sechs derselben, nemlich: Ausdehnung, Theilbarkeit, Undurchdringlichkeit, Beweglichkeit, Trägheit oder Unthätigkeit und Schwere.

Ich habe mit Absicht gesagt: so weit wir sie jetzt kennen, weil die Materie auch andere Eigenschaften besitzen kann, die wir noch nicht haben kennen lernen. Und diese Bemerkung gilt auch in Ansehung der Allgemeinheit dieser Eigenschaften; wir nennen sie nemlich darum allgemeine, weil man bis jetzt noch keinen Körper entdeckt hat, dem sie fehlten. Allein der Mensch ist nicht mit allen Körpern des Universums bekannt und selbst von denen, deren Daseyn unbezweifelt ist, giebt es mehrere, die er seinen Versuchen nicht unterwerfen kann.

Die Ausdehnung eines Körpers ist die Menge des Raums, die er einnimmt. Diese Ausdehnung aber hat ihre Grenzen und diese bestimmen oder umschreiben die Materie dieses Körpers. Sie wird auch sonst die Größe oder der Umfang eines Körpers genannt.

Es kann zwar eine gewiße Menge von Materie so gering oder so fein seyn, daß sie die Poren oder die Zwischenräume der meisten anderen Körper durchdringen kann; aber einige Ausdehnung muß sie demohngeachtet haben, und man sagt eben in Bezug auf diese Eigenschaft, daß ein Körper größer oder kleiner, oder eben so groß sey, als ein anderer. Die Ausmessung eines Körpers besteht also in der Vergleichung der Ausdehnung desselben mit

einer gewissen gegebenen oder schon bestimmten Ausdehnung, die als vergleichender Maaßstab angenommen wird, wie, zum Beyspiele, der Zoll, der Fuß, die Elle, die Meile ist und nach einer solchen Vergleichung sagt man: ein gewisser Körper sey drey Fuß lang, oder die Länge eines andern betrage den hundertsten Theil eines Zolles u. s. w. *)

Ein Körper ist nicht bloß ausgedehnt, sondern er ist dies in drey verschiedenen Richtungen; er hat nemlich Länge, Breite und Dicke. So ist ein gewöhnlicher Bogen Schreibepapier ohngefähr sechzehn Zoll lang, vierzehn Zoll breit und den hundertsten Theil eines Zolles dick. Man könnte jede von diesen Ausmessungen die Länge, oder die Breite, oder die Dicke nennen, allein der Gebrauch hat schon lang bestimmt, daß man die längste Ausdehnung die Länge, die ihr am nächsten kommende die Breite und die kürzeste die Dicke nennt.

Die Außenseite eines Körpers, seine Grenze oder das was an andere Körper, die mit ihm in Berührung kommen, grenzt, nennt man die Oberfläche desselben. Diese kann in Ansehung des Maaßes nur auf eine zwiefache Art bestimmt werden, nemlich nach der Länge und Breite; sie kann aber keine Dicke haben, weil sie sonst nicht die Außenseite des Körpers seyn könnte. Eine Oberfläche an sich selbst ist jedoch nicht denkbar. Wir sprechen zwar von Oberflächen, als unabhängig von der Materie, wenn wir, zum Beyspiele, eine Oberfläche mit einer anderen vergleichen, oder die Art Oberflächen zu messen und zu theilen, beschreiben: allein in diesen Fäl-

*) In einem anderen Theile dieses Werkes soll der Versuche die man zur Festsetzung eines allgemeinen Maaßes gemacht hat; ferner der Schwierigkeiten die sich der vollständigen Erreichung dieser Absicht entgegensetzen und zu letzt der vorzüglichsten Arten des Maaßes die jetzt gebräuchlich sind, erwähnt werden.

len existiren die Oberflächen blos in unsrer Vorstellung und wir denken uns selbst dann dabey etwas körperliches. Mit Einem Worte: unsre Sinne können eine Oberfläche ohne das Daseyn eines Körpers nicht begreifen oder, um eigentlicher zu reden, die Aussenseite eines Körpers kann ohne den Körper selbst nicht existiren.

So wie die Oberfläche die Aussenseite, oder die Grenze eines Körpers ist, so ist eine Linie die Grenze einer Oberfläche. Man nehme, zum Beyspiele, an, daß eine Oberfläche in zwey Theile getheilt sey, so nennt man die gemeinschaftliche (common) Grenze der beyden Theile eine Linie, die nur Eine Art der Ausdehnung hat, nemlich blos die Länge.

Der Punkt ist der Anfang oder das Ende einer Linie und hat folglich keine Ausdehnung. Die Mathematiker geben den Begriff von ihm: daß er etwas sey, das weder Theile noch Grösse hat. Wenn man also eine Linie in zwey Theile theilt, so ist die Theilung oder die Grenze zwischen diesen beyden Theilen ein Punkt.

Da wir oben bewiesen haben, daß keine Oberfläche ohne einen Körper existiren oder mit unseren Sinnen begriffen werden kann, so folgt unwidersprechlich daraus, daß man sich weder eine Linie noch einen Punkt ohne einen Körper vorstellen kann. Wir sprechen zwar von einer Linie oder der Bahn eines Planeten, und sagen daß ein horizontal geworfener Stein eine krumme Linie beschreibe; allein wir meinen blos damit, daß der Planet oder der Stein durch gewisse Orte gegangen sey, nicht aber, daß diese Linien wirklich als etwas Subſtantielles existirten. Wenn wir einen Bogen Papier betrachten, so sehen wir seine Oberfläche, deren Saum oder Begrenzung ist eine Linie und das Ende dieser Linie, oder dieses Aeussersten des Papieres ist ein Punkt. Allein, wenn man das Papier hinweg nimmt, so verschwinden die Oberfläche, die Linie

und der Punkt aus unseren Augen und existiren blos noch in unsrer Einbildungskraft.

Theilbarkeit der Materie ist diejenige Eigenschaft derselben, nach welcher sie sich in Theile zerlegen läßt. Einige Naturforscher haben sie als eine der Materie selbst bestimmt zukommende Eigenschaft betrachtet; allein sie kann mit grösserem Rechte als eine Eigenschaft der Ausdehnung betrachtet werden, denn man kann leicht begreifen, daß eine gewisse gegebene Ausdehnung, und wäre sie auch noch so groß, in irgend eine Anzahl von Theilen kann getheilt werden, aber es ist keinesweges bekannt, ob die Materie fähig ist oder nicht bis ins Unendliche, das heißt ohne Grenzen, getheilt zu werden.

Daß eine gewisse Ausdehnung, wie, zum Beyspiele, ein Zoll oder eine andere, auch noch so kleine Länge ist, einer unendlichen Theilbarkeit fähig ist, kann mit Hülfe der Arithmetik oder der Geometrie, bis zur Ueberzeugung dargethan werden. Man kann, zum Beweise, sich die Hälften der angenommenen Ausdehnung, dann die Hälften von diesen Theilen, dann wieder die Hälften dieser Hälften und so ins Unendliche hin denken; denn wenn man auch mit dieser Theilung noch so lange fortfährt, so werden doch immer noch die Hälften der letzten Theile übrig bleiben, die wieder in andere Hälften können zertheilt werden u. s. w. — Man nehme an, daß die Linie A B der ersten Figur der ersten Tafel die angenommene Ausdehnung sey, ziehe durch die äussersten Punkte dieser Linie zwey unbestimmte Linien E F und C D, so daß sie einander parallel laufen und nehme nun auf einer dieser Linien, etwa auf E F einen Punkt L und ziehe von demselben aus gerade Linien nach mehreren Theilen der Linie B D hin, so wird jede dieser Linien die angenommene Ausdehnung A B in einem anderen oder verschiedenen Punkte durchschneiden. Da nun die Linie B D nach D zu bis ins Unendliche hin kann fortgeführt, und von der

Linie L gerade Linien zu einer unendlichen Anzahl von Punkten auf der ausgedehnten Linie B D können gezogen werden, so kann also die Ausdehnung A B ohne Ende, oder in eine nicht bestimmbare Zahl von Theilen getheilet werden.

So hätten wir zwar bewießen daß die Ausdehnung in eine unbegrenzte Zahl von Theilen kann zertrennt werden, fragt man aber nach den Grenzen der Theilbarkeit der Materie selbst, so befinden wir uns in dieser Rücksicht in einer gänzlichen Dunkelheit. Wir können zwar gewisse Körper in bewundernswürdig feine und viele Theilchen theilen und die Werke der Natur bieten mehrere Flüssigkeiten und feste Körper von einer ausserordentlichen Zartheit dar, aber so wohl unsre Geschicklichkeit, als auch jene kleinen natürlichen Gegenstände erreichen doch noch lange den Begriff des Unendlichen nicht. Da wir mit der eigentlichen Natur der Materie unbekannt sind, können wir nicht bestimmen, ob sie einer bis ins unendliche gehenden Zertheilung fähig sey, oder ob sie in ihren letzten Punkten aus Theilen von einer bestimmten Größe und einer vollkommenen Härte bestehe.

Ich will nun noch einige Beweise von der wundervollen Zartheit gewisser theils durch die Kunst hervorgebrachter, theils vermittelst der Vergrösserungsgläser unter den erstaunenswürdigen Werken der Natur entdeckter Körper beyfügen.

Das Spinnen der Wolle, der Seide, der Baumwolle und anderer diesen ähnlicher Körper liefert nicht unbedeutende Proben dieser Art, indem die dadurch hervorgebrachten Fäden oft so fein schon sind gesponnen worden, daß es allen Glauben hätte übersteigen können, wenn man nicht überzeugende Beweise von der Wahrheit der Sache erhalten hätte. Boyle führt den Fall an, da zwey und ein halber Gran Seide zu einem dreyhundert langen Faden gesponnen worden.

Vor einigen Jahren spann eine Dame in Lincolnshire aus Einem Einzigen Pfunde Wolle, einen Faden von hundert und acht und sechzig tausend Ellen, welches eine Länge von fünf und neunzig englischen Meilen ist. Eben so ward noch kürzlich in der Nähe von Manchester ein Pfund feine Baumwolle zu einem Faden von hundert und vier und dreyssig tausend und vier hundert Ellen versponnen.

Die Dehnbarkeit des Goldes giebt ebenfals ein auffallendes Beyspiel von der grossen Zartheit der Materie als Produkt des menschlichen Kunstfleisses und Scharfsinns. Ein Einziger Gran Gold ist schon oft zu einer Fläche von funfzig Quadratzoll ausgedehnt worden. Theilt man jeden dieser Quadratzolle in Quadrattheile des hundertsten Theiles eines Zolles, die noch immer dem blossen Auge völlig sichtbar seyn würden, so bekömmt man dadurch von jedem Quadratzoll die Zahl von zehnmal hundert tausend solcher Theile und multiplicirt man nun diese Zahl mit funfzig Zollen, so giebt dies das Produkt von fünfmalhundert tausend; das heist: ein Gran Gold kann wirklich in wenigstens eine halbe Million von Theilen getheilt werden, von denen jeder noch dem bloßen Auge vollkommen sichtbar ist. Betrachtet man nun einen dieser Theile durch ein gutes Vergrösserungsglas, so wird er als eine grosse Fläche erscheinen von der man, durch dieses Hülfsmittel noch den zehn tausendsten Theil leicht unterscheiden kann.

Ein scharfsinniger Künstler in London hat die Geschicklichkeit besessen, auf eine Glasplatte und auch auf Silber Parallellinien so nahe an einander zu ziehen, daß zehn tausend derselben erst den Raum eines Zolles einnehmen. Man kann sie aber nur durch Hülfe eines guten Vergrösserungsglases erkennen.

Ein anderer hat einen Silberdraht gezogen, dessen Durchschnitt nicht mehr als den sieben hundert und funfzigsten Theil eines Zolles beträgt.

Diese Wunder des menschlichen Scharfsinns, erscheinen jedoch noch äusserst roh und plump, wenn man sie mit den unendlich feinen und zarten Werken der Natur vergleicht die man überall bemerken kann. Das Thierreich, das Pflanzenreich und selbst das Mineralreich bieten unzählige Beyspiele dieser Art dar.

Wie zart oder fein müssen, zum Beyspiele, nicht die Geruch gebenden Theilchen des Moschus seyn, da ein wenig davon, in einer kurzen Zeit ein ganzes Zimmer mit seinem Geruche erfüllen kann, ohne einen merklichen Theil seines Gewichtes zu verlieren! Aber gesetzt auch es hätte davon den hundertsten Theil eines Grans verlohren, so muß sich diese geringe Quantität, indem sie in dem ganzen Zimmer vertheilt und zerstreut wird, so sehr ausdehnen, daß auch nicht ein Quadrat Zoll von Raum übrig bleibt, wo der Sinn des Geruchs nicht von einigen Theilen desselben angegriffen würde. Wie gering muß also nicht das Gewicht und die Grösse eines einzigen dieser Theilchen seyn!

Schon mit dem bloßen, mit keinem Glase bewafneten Auge, kann man oft Insekten entdecken, die so klein sind, daß man sie kaum unterscheiden kann, und schon die flüchtigste Betrachtung überzeugt uns daß die Glieder, die Blutgefässe und andere unentbehrliche Theile dieser Thiere jedes menschliche Kunstwerk unendlich an Feinheit übertreffen müssen. Allein das Vergrößerungsglas hat Wunder enthüllt, die alles dies noch weit übersteigen und die unseren Vorfahren, die dieses vorzügliche Instrument noch nicht kannten, gänzlich verborgen geblieben sind.

Man hat mit Hülfe desselben Insekten entdeckt, die so klein sind, daß sie noch nicht einmal den zehntausendsten Theil eines Zolles erreichen, so daß also 1000000000000

derselben Platz auf einem Raume von einem Cubiczoll haben, und doch muß jedes einzelne dieser Thierchen aus Theilen bestehen, die mit einander verbunden sind, und mit Blutgefässen, mit Flüssigkeiten und mit Werkzeugen zu seiner Bewegung, seinem Wachsthume, seiner Fortpflanzung u. s. w. versehen seyn. Wie unbegreiflich klein aber müssen nicht diese Organe seyn! und doch sind auch sie unwidersprechlich wieder aus anderen noch kleineren, unseren Sinnen noch unerreichbareren Theilen zusammengesetzt.

Wir könnten leicht noch viele Seiten mit Beyspielen und Berechnungen dieser Art anfüllen, da aber die unterhaltende Erzählung solcher wunderbaren Thatsachen keine eigentliche Belehrung in Ansehung der allgemeinen Eigenschaften der Materie, von welchen in diesem Theile meines Werkes die Rede ist, gewähren, muß ich den wißbegierigen Leser auf andere Schriften verweisen *). Ein weiteres Nachdenken über diese Theilbarkeit der Materie leitet das Gemüth auch auf mehrere unterhaltende und besondere Betrachtungen **).

*) Dahin gehören: Boyles Schrift über die Ausflüsse; Keils Einleitung in die Naturlehre; Rochaults Physik; die philosophischen Transactionen, Gravesands Physik; Muschenbroeks Physik u. a. m.

**) Verschiedene Schriftsteller haben bey Gelegenheit der Lehre von der Theilbarkeit der Materie zweyer sinnreichen Theoreme erwähnt, die ich, weil sie für den Forscher von Nutzen seyn können, hier mittheile. Sie sind auf die Voraussetzung gegründet, daß die Materie bis ins Unendliche hin theilbar sey.

Erstes Theorem.

Wenn eine auch noch so geringe Quantität von Materie und ein auch noch so großer endlicher Raum gegeben wird, so ist es möglich daß sich die Materie in diesem ganzen Raume verbreiten und ihn so anfüllen kann, daß darin auch kein Zwischenräumchen (Pore) bleibt, dessen Diameter oder Durchschnitt grösser als eine gegebene gerade Linie ist.

Es ist nicht möglich, daß die Betrachtung dieser Wunder der Natur in unserem Gemüthe nicht das Gefühl der Demuth und die größte Bewunderung zugleich erwecken

Der gegebene Raum, sey also ein Würfel, dessen Seite Fig. 2. Taf. 1. A B ist, so daß der Würfel $\overline{AB|}^3$ gleich sey; die angenommene Quantität der Materie werde mit b^3 bezeichnet und die Linie D. sey die Grenze (das Maaß) des Durchschnitts der Zwischenräume.

Man sieht ein, daß die Seite A B, da sie eine endliche Quantität ist, in Theile kann getheilt werden, die der Linie D gleich sind. Die Zahl dieser Theile bezeichne man mit N, so daß $nD =$ ist A B und $N^3 D^3 = \overline{AB|}^3$. Man nehme ferner an, daß der gegebene Raum in Würfel getheilt worden, deren Seiten alle der geraden Linie D gleich sind und die Zahl dieser Würfel, die auf der Figur mit E, F, G, H bezeichnet sind, sey N^3. Weiter nehme man an, daß der Theil b^3 in Theile zertheilt worden, deren Zahl n^3 und daß in jedem Würfelraum einer von diesen Theilen befindlich sey: so wird die Materie b^3 über den ganzen gegebenen Raum vertheilt seyn. Da nun ein jeder von jenen in Würfel vertheilten Theilen in eine konkave Kugel kann gebildet werden, deren Durchschnitt der gegebenen Linie D gleich ist: so folgt daraus, daß jede dieser Kugeln die zunächst bey ihr Befindliche berühren wird, und so wird also die Quantität der Materie b^3, und wenn sie auch noch so gering wäre, den gegebenen endlichen Raum und wäre er auch noch so groß, auf eine solche Art ausfüllen, daß darinnen kein Zwischenräumchen bleibt, dessen Durchschnitt grösser wäre, als die gegebene Linie D.

Zweytes Theorem.

Es können zwey an Größe sich vollkommen gleiche, in Ansehung der Quantitäten der Materie aber sehr ungleiche Körper gedacht werden, bey denen, ob sie gleich irgend ein gegebenes Verhältnis zu einander haben, doch die Summen ihrer Zwischenräume oder leeren Räume fast dem Verhältnis der Gleichheit nahe kommen.

Der Beweiß dieses Theorems läßt sich leicht aus dem Vorhergehenden führen, da man sich es denken kann, daß die

sollte. Vor unseren Blicken sehen wir, von dem Menschen an, eine Stufenfolge belebter Wesen, die ihm weder an Grösse noch Dauer gleichkommen, so weit niedersteigen, daß unser Auge, selbst dann, wenn es mit den vortreflichsten Vergrösserungsgläsern bewaffnet ist, kaum im Stande ist ihr zu folgen; und diese Stufenreihe, weit entfernt die Kräfte der Natur zu erschöpfen, spricht vielmehr für das wahrscheinliche Daseyn noch unendlich viel kleinerer Wesen als diese sind und wir kennen keinen Grund dieser Reihe eine Grenze zu setzen.

Die Art dieser Thiere zu sehen, bietet Stoff zu mancherley Betrachtungen dar. Wenn wir, zum Beyspiele, aus der großen Anzahl einer Gattung derselben, etwa derjenigen dieser Thiere, die in einem Glase unreinen Wassers erzeugt werden, und die gewöhnlich nur einige Stunden leben, und deren Größe noch nicht den fünftausendsten Theil eines Zolles erreicht — man hat dergleichen wirklich gesehen — uns ein Einzelnes denken und

Materie eines Körpers bis zu irgend einem Theil der ursprünglichen Größe (bulk) kann verdichtet werden.

Man nehme, zum Beyspiele an, daß von zwey, an Größe gleichen, Körpern A und B, die Materie des Körpers A die Materie des Körpers B. hundertmal ausmache; so kann man sich denken, daß die Materie des Körpers B bis zu dem 1000000sten Theil ihrer ursprünglichen Grösse kann verdichtet werden und so wird folglich die Materie des Körpers A in ein hundert 1000000sten Theil derselben Größe verdichtet werden, und in diesem Falle werden sich die in der ursprünglichen Größe von B gelassenen Zwischenräume zu den Zwischenräumen der ursprünglichen Größe von A wie 999999 zu 999900 verhalten, welche Zahlen einander beynahe gleich sind.

Man kann statt der angegebenen Zahlen das Verhältnis der Quantitäten der Materie nach Belieben vermehren und also eben so auch das Verhältnis der ursprünglichen Größen der Körper zu den Zwischenräumen, in welche sie verdichtet werden können.

fragen: was es wohl für Kenntnisse oder Vorstellungen von dem Menschen — von der Erde — von dem ganzen Weltall haben möge? so dürfen wir wohl ohne Anstand die Antwort geben, daß es, weit entfernt eine bestimmte und klare Vorstellung von dem Daseyn der Menschen zu haben, wahrscheinlich das Glas schmutzigen Wassers für die ganze bewohnbare Welt halten werde. Ausser diesem Wasser zeigt ihm weder die Tradition noch seine eigene Erfahrung etwas anderes, als die unvermeidliche Zerstöhrung seiner Gattung und eine verwirrte Sammlung von ungeheuren Gegenständen, deren Beschaffenheit und Bewegungen ihm schlechterdings unerklärlich bleiben.

Wenden wir diese Betrachtung auf uns selbst an, so finden wir, daß wir uns in einer fast ähnlichen Lage befinden: die Planeten, die Sterne, die Kometen und vielleicht eine unendliche Menge anderer Körper die wir mit unseren Sinnen nicht zu erreichen vermögen, beurkunden das Daseyn von Kräften, die unendlich über uns erhaben sind und die wir vielleicht noch weniger fassen können, als jenes Thierchen den Menschen. Beschränkt auf diese Erde, die nur ein Punkt in dem Universum ist, fühlen wir unsre Kräfte unbedeutend und unsre Kenntnis von der Natur unvollkommen und uns weit entfernt die wahre Ordnung der Dinge und die grosse Weisheit die dem Ganzen seine Regeln giebt, zu begreifen! Bey diesen erhabenen Forschungen gewährt uns unsre Vernunftkraft nur einen geringen Beystand; der Leitfaden, den die Analogie uns darbiethet, ist kurz und unzureichend und unsre Einbildungskraft verliert sich sehr bald in dem grenzenlosen Umfang der Unendlichkeit. —

Undurchdringlichkeit ist diejenige Eigenschaft, durch welche ein Körper den anderen von der Stelle ausschließt, die er einnimmt. Daher kann man einen Kubikzoll Gold nicht in einen Kubikzoll Silber treiben. Man kann zwar die beyden Metalle zu Einem Stücke in einan-

der verschmelzen; aber dann wird dies eine Stück zwey Kubikzoll messen. Das würde aber nicht bewiesen, daß das Gold den nehmlichen Kubikzoll Raum einnähme, den das Silber einnimmt, sondern blos, daß die Theile der beyden Metalle an einander gereiht worden. Eben so wird man, wenn man eine Quantität Wasser in ein starkes, etwa ein eisernes Gefäß schüttet und dieses gut verschließet, nicht im Stande seyn, die Seiten des Gefäßes gegen einander zu pressen, da die Materie, die die Hohlung desselben ausfüllt, hinreichend ist, auch dem stärksten Drucke zu widerstehen.

Allein, ob es gleich ausgemacht ist, daß Undurchdringlichkeit eine allgemeine Eigenschaft der Körper ist, so muß man doch auch in dieser Rücksicht bemerken, daß bey gewissen Vermischungen zweyer oder mehrerer Körper von verschiedener Natur, ein Verlust der Größe statt hat. Wenn man zum Beyspiele einen Kubikzoll Weingeist mit einem Kubikzoll Wasser vermischt, so beträgt der Umfang oder die Größe der Mischung etwas weniger, als zwey Kubikzoll, das Gewicht der Mischung aber wird, vorausgesetzt, daß nichts davon verdunstet ist, der Summe des Gewichtes der beyden Flüßigkeiten, also zwey Kubikzollen gleich seyn; woraus also folget: daß die eine dieser Flüßigkeit einige Höhlungen oder Zwischenräume der anderen müsse ausgefüllt haben. Es ist auch nicht unwahrscheinlich, daß irgend eine feinere Flüßigkeit, während der Vermischung der beyden Körper, ihnen entgangen seyn könnte.

An anderen Stellen dieses Werkes, werden wir dieses Verlustes des Gewichtes und anderer, bey verschiedenen Arten von Mischungen statt habender Erscheinungen, erwähnen. Was aber die Eigenschaft der Undurchdringlichkeit selbst betrifft, möchte ich sie lieber ausschließlich für eine Eigenschaft der wirklichen, in den Körpern, von Höhlungen und Zwischenräumen unabhängig exi-

stirenden Materie, als für eine allgemeine, den Körpern in ihrem gewöhnlichen Zustande der Existenz, ohne jene Einschränkung zukommende Eigenschaft betrachten.

Beweglichkeit der Materie ist diejenige wesentliche und allgemeine Eigenschaft, vermöge deren ein Körper fähig ist, von einem Theile des absoluten Raums, den er einnimmt, zu einem andern Theile desselben bewegt zu werden. Die Erfahrung beweißt unabänderlich, daß die, zur Bewegung eines Körpers erforderliche Kraft, mit seiner Schwere im Verhältniß steht. Daraus schließen wir eben, daß alle Körper bewegt werden können, sobald eine Kraft angewendet wird, die sie in Bewegung setzen kann.

Es ist eine, durch eine allgemeine und beständige Erfahrung bewiesene Thatsache, daß die Verzögerung des Laufs eines in Bewegung gesetzten Körpers, mit der Ursache dieser Verzögerung, die er auf seinem Wege erfährt, in einem genauen Verhältnisse steht *). Wenn also, zum Beyspiel, zwey an Gestalt, Gewicht und Substanz vollkommen gleiche Körper A und B, jeder durch einen gleichen Stoß in Bewegung gesetzt werden, und auch beyde einerley Hindernisse erfahren, indem sie beyde durch Körper von einerley Art bewegt werden, und auch beyde über Flächen laufen, die einander völlig gleich sind, so werden diese beyden Körper auch einerley Raum in einerley Zeit durchlaufen. Erfährt aber der Körper A nur die Hälfte der Hindernisse oder der Stöhrung, die der Körper B erfährt, so wird A noch einmal so weit laufen, als B; erfährt A nur ein Viertheil der Stöhrungen, die B erfährt, so wird A auch noch viermal so weit gehen, als B, und, mit einem Worte, A wird einen gerade um

so

*) Oder, daß sich die Summe der Verzögerung genau so verhält, wie die Summe der Ursache derselben.

so viel längeren Weg, als B durchlaufen, als es weniger Hindernisse antrifft, und wenn also die Bewegung von A durch gar nichts gestöhrt wird, so wird es unendlich weiter gehen, als B, das heißt: es wird sich immer fortbewegen. Daraus ergiebt sich also auch, daß ein einmal in Bewegung gesetzter Körper nicht die Kraft hat, sich selbst aufzuhalten, und daß seine Bewegung nicht aufhören kann, wenn nicht eine von aussen herkommende Kraft auf ihn Einfluß hat und wirket.

Durch eben diese Art zu schließen beweißt man auch, daß ein ruhender Körper nicht die Kraft hat, sich selbst in Bewegung zu setzen, und daß er folglich immer in Ruhe bleibt, wenn er nicht durch irgend eine Gewalt ausser ihm fortgestoßen wird. Denn da wir sehen, daß ein bestimmter Stoß erforderlich ist, um zu machen, daß sich ein Körper in einer bestimmten Geschwindigkeit fortbewege, zum Beyspiele, daß er in einer Minute den Raum einer Meile durchlaufe, und daß er also bey der Hälfte des Stoßes nur eine halbe Meile, und bey einem Hunderttheile des Stoßes auch nur den hundertsten Theil einer Meile durchläuft: so muß natürlich daraus folgen, daß sich ohne allen Stoß ein Körper auch nicht im mindesten bewegen werde. Kein Körper hat also die Kraft, sich selbst in Bewegung zu setzen, wenn er in Ruhe ist, oder sich selbst aufzuhalten, wenn er sich in Bewegung befindet, und dieser Zustand der Materie, da sie sich immer leidend verhält, wird die Trägheit, (Inertia), oder der Mangel der Thätigkeit der Körper genannt.

Man kann gegen diese Eigenschaft der Körper gar keinen Einwand von der Bemerkung oder Erfahrung hernehmen, daß sich ja doch ein Mensch und jedes andere belebte Wesen, von selbst oder willkührlich bewegen, und auch seine Bewegung eben so wieder hemmen konne; denn in Ansehung dieses Falles muß bemerkt werden, daß das

belebte Wesen bey dem Anfang seines Lebens einen allgemeinen Anstoß bekömmt, und daß alle seine Handlungen, so lange es lebt, eine Folge dieses ursprünglichen Stoßes sind. — Ich will versuchen, diesen Punkt durch ein faßlicheres Beyspiel zu erläutern.

Es ist bekannt, daß eine Uhr, die acht Tage lang geht, wenn sie einmal aufgezogen ist, ihren Pendul auch acht Tage lang ununterbrochen fortbewegt, und so oft eine Stunde abgelaufen ist, eine gewisse Zahl von Schlägen an die Glocke thut. Es ist eben so bekannt, daß diese Bewegung des Penduls, des Hammers u. s. w. eine Folge und Wirkung der ursprünglichen Kraft oder des Stoßes ist, den derjenige, der die Uhr aufgezogen, der Maschine mitgetheilt hat. Da könnte leicht der nicht hinlänglich Unterrichtete sagen: wenn es wahr ist, daß sich Körper nicht selbst in Bewegung setzen, oder wenn sie bewegt werden, dieselbe nicht selbst wieder hemmen können, woher kömmt es denn, daß das Schlagwerk der Uhr sich selbst in Bewegung setzt und sich von selbst wieder hemmt? Die Antwort auf diesen Einwurf ist folgende: die Kraft, die der Feder oder dem Gewichte der Uhr mitgetheilt wurde, ist durch den Mechanismus so geordnet, daß sie nur nach und nach, und nur so viel auf einmal wirkt, als hinreichend ist, den Pendul und die Räder in Bewegung zu erhalten, und daß, wenn ein besonderer Theil dieser Räder an ein gewisses Triebwerk oder eine gewisse Vorrichtung kömmt, dieser einen Theil der anderen Kraft, zum Beyspiel, der Feder oder des Gewichtes des Schlagwerkes loßmacht, der dann den Hammer in Bewegung setzt.

Das, was eben über die Uhrwerke gesagt worden, mag hinreichen, die Bedenklichkeit über die anscheinende Kraft eines mehr zusammengesetzten Mechanismus, wie zum Beyspiele der eines thierischen oder Pflanzenkörpers ist, sich selbst in Bewegung zu setzen, zu heben. Denn

ob uns gleich die Aehnlichkeit noch viel einfacherer Bewegungen anzunehmen berechtiget, daß die Bewegung eines Thieres oder einer Pflanze von einem ersten, ursprünglichen Stoße abhange, so nehme ich mir doch nicht heraus, den Ursprung, die Abhängigkeit und die möglichen Modificationen dieser Urkraft zu erklären.

Anziehungskraft ist die Eigenschaft, durch welche ein Körper oder ein Theil der Materie einen anderen Körper anzieht, oder ihm näher zu kommen sucht. Es giebt verschiedene Arten von Anziehung, als: die magnetische Anziehung, welche zwischen dem Magnete und dem Eisen statt hat; die elektrische Anziehung, die man blos unter gewissen Umständen an den Körpern bemerkt, u. a. m. Aber diese Art der Anziehung ist nur gewissen Körpern allein eigen, und muß folglich an anderen Stellen dieses Werkes untersucht werden. Aber es giebt auch eine Art von Anziehungskraft, die allen Körpern ohne Unterschied eigen ist; sie ist überdies gegenseitig, und scheint das ganze Weltall zu durchdringen. Es ist nehmlich die Eigenschaft, die die Körper haben, nach dem Mittelpunkt der Erde zu streben oder zu fallen, und man hat sie allgemeine Schwere genannt, weil die Quantität oder Größe dieses Strebens in verschiedenen Körpern, das Maas ihres Gewichtes oder ihrer Schwere ist *).

Erfahrung, Vernunftschlüsse und Analogie zeigen, daß diese Schwerkraft nicht blos zwischen der Erde und den sie umgebenden Körpern statt habe, sondern auch zwischen allen Theilen der Materie. Ein Erdenkörper hat eine Schwere zu dem andern, oder einer strebt gegen den andern; der Mond hat eine Schwere zur Erde; die

*) Das heißt: die Größe des Bestrebens zu fallen, das ein Körper äußert, heißt sein Gewicht.

Erde und alle Planeten haben eine Schwere gegen einander und gegen die Sonne, und wahrscheinlich hat die Sonne sammt ihrem ganzen Planetensystem wieder eine Schwere gegen einen anderen Körper.

Die Bewegung gewisser Körper, die von der Erde hinwegzufliegen scheinen, kann nicht als eine Ausnahme von diesem allgemeinen Gesetze angesehen werden, denn in diesen Fällen weichen die Körper blos anderen sie umgebenden schwereren Körpern, nehmlich solchen, die eine größere Neigung gegen die Erde haben. So steigt der Rauch von brennenden Körpern aufwärts, oder von dem Mittelpunkte der Erde hinweg, weil die ihn umgebende Luft, welche schwerer als Rauch ist, ihn aus seiner Stelle treibt und sie einnimmt. Ist aber die Luft entfernt, oder wird sie wenigstens so verdünnt, daß sie leichter wird, als der Rauch, so wird der Rauch, wie der Stein oder ein anderer schwererer Körper niederwärts fallen. Eben so wird ein Stück Kork, wenn man es in ein leeres Gefäß fallen läßt, darin niederwärts und nach dem Boden zu fallen, aber es wird aufwärts steigen, sobald man Wasser in das Gefäß gießt, und dem Wasser Platz machen, weil dieses eine größere Neigung gegen den Mittelpunkt der Erde hat, als eine eben so große Masse von Kork.

Die tägliche Erfahrung lehrt und beweist es einem jeden, daß alle Körper, die sich nah an der Oberfläche der Erde befinden, nach dem Mittelpunkte derselben streben, und zwar auch selbst dann, wenn sie durch andere Körper daran verhindert werden, und von dieser Erfahrung kennt man keine Ausnahme. Allein der Leser wird natürlich dabey fragen: „woher weiß man, daß die Pla„neten und die Erde eine Schwere gegen die Sonne ha„ben?“ die Antwort ist: weil wir durch genaue Messungen der Bewegungen dieser Planeten wissen, daß sie sich nach den nehmlichen Gesetzen richten, die diejenigen Kör-

per befolgen, die auf eine bestimmte Art nahe an der Oberfläche der Erde geworfen werden, und deren Bewegung ohne Zweifel durch die Kraft der Schwere bestimmt wird. Wir schreiben also, nach einer richtigen Art zu schließen, gleiche Wirkungen gleichen Ursachen zu, und folgern daher, daß die Planeten eine Schwere gegen die Sonne haben, eben so wie Steine, Wasser und andere irrdische Körper eine Schwere gegen die Erde haben.

Welches wohl die Ursachen der Schwerkraft seyn mögen, oder wie es möglich sey, daß ein Körper durch einen bestimmten Raum auf den andern wirken könne? das sind zwar Fragen, die einem Nachdenkenden sehr natürlich von selbst einfallen werden, die wir aber schlechterdings nicht zu beantworten vermögen.

Man hat eine Menge von Vermuthungen ersonnen, und viele hypothetische Voraussetzungen vorgeschlagen, um Licht über diese Fragen zu verbreiten, allein ich werde meine Leser nicht mit der Aufzählung derselben ermüden, da sie entweder zu den absurden gehören, oder in Dunkelheit gehüllt sind. Alles was wir darüber sagen können ist, daß die Wirkung gewiß und ausgemacht, und die Kenntniß ihrer Gesetze höchst nützlich für die Menschheit, aber die Ursache derselben unter den Geheimnissen der Natur verborgen ist.

Viertes Kapitel.

Von der Bewegung überhaupt; den Gesetzen derselben, und den Eigenschaften der einfachen Bewegung.

In dem vorhergehenden Kapitel hoffe ich von den allgemeinen Eigenschaften der Materie die drey ersten hinlänglich erläutert zu haben, da aber die drey anderen,

nehmlich: Beweglichkeit, Trägheit und Schwerkraft die Grundlage der weitläuftigen Lehre von der Bewegung oder den Maschinen sind, so verdienen sie eine besondere und vollständige Untersuchung.

Fast allen Erscheinungen der Natur liegt die Bewegung zum Grunde. Das Erscheinen und das Verschwinden der Himmelskörper; das Wachsen der Thiere und Pflanzen; die Zusammensetzung und die Zersetzung zusammengesetzter Substanzen, des Feuers u. s. w., alles das wird durch die Bewegung bewirkt. Man muß also die Gesetze der Bewegung als die Grundlage der Physik betrachten, und ohne diese Grundsätze deutlich gefaßt zu haben, ist es nicht möglich, auch nur einige Fortschritte in dem Studium der Natur zu machen.

Die Wichtigkeit und der Umfang des Gegenstandes macht es nothwendig, die Materialien in verschiedene Kapitel zu vertheilen, so daß jedes derselbigen diejenigen in sich fassen wird, die in einem mehr unmittelbaren Zusammenhange unter einander stehen, um Kürze und Deutlichkeit mit einander verbinden zu können.

Es ist eine natürliche Folge der Trägheit der Materie, daß man annehmen muß, daß jeder Körper ohne Ausnahme, der in Bewegung ist, durch irgend eine thätige Kraft darein versetzt worden, nehmlich durch einen Anstoß von außen.

Diese antreibende Kraft kann von zweyerley Art seyn. Sie kann nehmlich entweder blos den ersten Anstoß mittheilen, und dann aufhören zu wirken, wie der Stoß ist, der einer Flintenkugel gegeben wird, wenn sie losgeschossen wird; oder sie wirkt ohne nachzulassen auf den in Bewegung sich befindenden Körper, wie die Gewalt der Schwere auf einen Stein, wenn er von einer Höhe herabgeworfen wird. Um sie gehörig unterscheiden zu können, nenne ich die erste blos einen Anstoß,

(impulse), und die letztere eine beschleunigende Kraft, (accelerative force).

Ein Körper kann zu ein und derselben Zeit durch eine, zwey oder mehr Kräfte in Bewegung gesetzt werden, und diese Kräfte können entweder alle einfache, oder alle beschleunigende Kräfte seyn, oder einige können von der einen, die andern aber von der andern Art seyn.

Die meisten Bewegungen, die gewöhnlich in der Welt statt haben, sind die Wirkung von mehr als einem Anstoß, auch geschehen sie nie mit vollkommner Freiheit, sondern allezeit in einem widerstehenden Medium. Um mich so verständlich als möglich zu machen, will ich zuerst die Arten der Bewegung untersuchen, die von einem einfachen Stoße in einem nicht widerstehenden Medium geschehen, und dann zu der Untersuchung der mehr verwickelten Fälle fortgehen.

Man hat von unzähligen Versuchen und Beobachtungen, vermittelst der strengsten Schlußfolgerungen, drey allgemeine Gesetze der Bewegung abgeleitet und festgestellt. — Sie sind folgende:

I. Jeder Körper bleibt in seinem Zustande der Ruhe, oder bewegt sich in einer geraden Linie fort, so lange er nicht durch Kräfte von aussen genöthiget wird, seinen Lauf zu verändern.

II. Die Veränderung der Bewegung steht immer mit der bewegenden, auf den Körper wirkenden Kraft im Verhältniß, und geschieht immer nach der geraden Linie, in welcher diese Kraft ist mitgetheilt worden.

III. Wirkung und Gegenwirkung sind sich einander immer gleich, und auch einander entgegen; oder die gegenseitigen Wirkungen zweyer Körper auf einander sind sich immer gleich und nach entgegengesetzten Seiten gerichtet.

Das erste dieser Gesetze ist offenbar nichts anders, als die Trägheit der Materie, auf eine andere Art ausgedrückt, blos die Behauptung ausgenommen: daß sich der Körper in einer geraden und nicht in einer krummen Linie fortbewege, welcher Umstand vielleicht einige Erläuterung verdienet.

Der Beweis dieser besonderen Eigenschaft ist ebenfalls von der beständigen, unveränderten Erfahrung hergenommen. Denn wir finden, daß, wenn ein Körper sich in einer gebogenen Linie bewegt, es immer eine zweyte, hinzugekommene Kraft ist, die ihn nöthiget, von seinem geradlinigten Laufe abzuweichen. Dann steht diese Abweichung auch immer in einem genauen Verhältnisse mit jener zweyten Kraft. So würde ein in horizontaler Richtung geworfener Stein, auf immer horizontal in einer geraden Linie fortgehen, wenn er nicht durch die Schwerkraft niederwärts gezogen würde, und wir finden durch die Berechnung, daß die Abweichung von der horizontalen Richtung in einem genauen Verhältnisse mit der Schwerkraft steht.

Davon hat man das zweyte Gesetz abgeleitet, nehmlich: daß die Veränderung der Bewegung immer mit der dem Körper mitgetheilten bewegenden Kraft im Verhältniß steht, und in der Richtung der geraden Linie geschieht, in der jene Kraft ist mitgetheilt worden. Denn geschähe sie in einer gebogenen Linie, so würde dies die Wirkung einer dritten Kraft zu erkennen geben, und stände sie nicht im Verhältniß mit der bewegenden Kraft, so würde die Wirkung nicht der Ursache gehörig angemessen seyn.

Das dritte Gesetz kann leicht durch Beyspiele erläutert werden, und schon das geringste Nachdenken über die Erscheinungen, die gewöhnlich vorkommen, ist hinreichend, die Wahrheit und Allgemeinheit desselben zu beweisen.

Wenn man eine seiner Hände gegen die andere schlägt, so fühlen beyde Hände den Schlag überein. Schlägt man eine Glasflasche mit einem eisernen Hammer, so bekommen der Hammer und die Flasche den Schlag, eins wie das andere, und es ist gleichgültig, ob man den Hammer gegen die in Ruhe befindliche Flasche bewegt, oder die Flasche gegen den in Ruhe befindlichen Hammer. Zwar wird die Flasche zerbrechen, indessen der Hammer ganz bleibt, aber blos darum, weil derselbe Schlag, der hinreichend ist, Glas zu zerbrechen, nicht hinreichend ist, ein Stück Eisen zu zerbrechen. — Aus eben dem Grunde verursacht ein Schlag mit der Hand ins Gesicht zwar eine Verletzung des Gesichtes desjenigen der geschlagen wird, aber nicht der Hand desjenigen, der damit schlägt.

Wenn man an einem Seile, das an einem Pferde angebunden worden, einen Stein so befestiget, daß es ihn hinter sich her ziehen kann, so muß es dazu einen Grad der Kraft anwenden, der dem Widerstande gleich ist, den der Stein leistet, denn das zwischen dem Pferde und dem Steine ausgespannte Seil, zieht mit gleicher Gewalt das Pferd nach dem Steine, und diesen nach dem Pferde zu, und der Stein wird nie dem Pferde folgen, wenn die Kraft desselben nicht größer ist, als der Widerstand des Steines.

Eben so lehrt die Erfahrung, daß wenn man einen, auf einem besonderen Stück Kork befestigten Magnet, und ein ebenfalls auf einem besonderen Stück Kork befestigtes Eisen auf eine gemeinschaftliche Wasserfläche setzt, sich beyde gegenseitig anziehen und sich so lange gegen einander hin bewegen, bis sie auf einer Stelle zusammentreffen. Hält man den Magnet auf seiner Stelle fest, so zieht sich das Eisen zu ihm hin, und hält man das Eisen unbeweglich, so schwimmt der Magnet zu demselben hin und setzt sich mit ihm in Berührung.

Ein durch Ruder in Bewegung gesetztes Boot ist ebenfalls eine überzeugende Erläuterung des dritten Gesetzes; denn dadurch, daß das eine Ende des Ruders seine Wirkung auf das Wasser äußert, macht das andere Ende desselben eine Gegenwirkung auf das Boot, und treibt es nach der entgegengesetzten Richtung.

Wir kommen nun zu der Untersuchung der Art der Bewegung, die durch einen einzigen Stoß, der blos im Augenblicke des Stoßens wirket, und dann dem Körper überläßt, sich in einem, keinen Widerstand leistenden, Medium fortzubewegen, hervorgebracht wird.

Ich habe bereits gezeigt, daß der Körper in diesem Falle fortfährt, sich in einer gleichförmigen Bewegung zu erhalten, das heißt: daß er in gleichen Zeiten gleiche Räume durchläuft, so wie dies eine aus einem Geschosse abgeschossene Kugel, oder ein aus der Hand geworfener Stein thun würden, wenn sie nicht durch den Widerstand der Luft aufgehalten oder verhindert würden, und die Schwerkraft nicht auf sie wirkte. Es ist jedoch nothwendig, nun noch einige besondere, diese Art der Bewegung betreffende Bemerkungen hier beyzufügen.

Zuerst könnte man fragen: „Wie setzt die antreibende Kraft den Körper in Bewegung, oder was theilt sie demselben mit?“ die Antwort ist: daß die bewegende Kraft dem Körper überhaupt gar nichts mittheilt, sondern daß sie denselben blos in einer gewissen Zeit durch einen gewissen Raum bewegt, nach welcher Zeit der Körper, wenn er sich selbst überlassen worden, fortfährt, sich auf dieselbe Art, oder in demselben Verhältnisse fortzubewegen, das heißt: fortfährt, gleiche Räume in gleichen Zeittheilen zu durchlaufen, und dies blos vermöge der Eigenschaft der Trägheit, (Inertia), von der wir jedoch weiter nichts zu wissen uns rühmen, als daß man sie als eine allgemeine Eigenschaft der Körper gefunden hat.

Alles was in Ansehung der oben erwähnten einfachen Bewegung zu bemerken ist, beschränkt sich auf folgende Punkte: auf die Verhältnisse der Zeit, in welcher ein gewisser Raum durchlaufen wird; auf den Raum, der in einer gewissen Zeit durchlaufen wird, deren Große (Quantität) die Geschwindigkeit giebt; auf die Große der in Bewegung gesetzten Materie, und zuletzt auf das Moment, worunter ich die Kraft des in Bewegung befindlichen Körpers verstehe, und es dem Eindruck gleich rechne, den der in Bewegung befindliche Körper auf einen anderen ruhenden, ihm in gerader Richtung aufstoßenden Körper, machen würde.

Das Moment der Bewegung hat man oft die Größe der Bewegung, oder auch die Bewegung schlechthin genannt. Allein ich werde mich des letzteren Ausdrucks nie in diesem Sinne bedienen, weil man ihn leicht mit der Geschwindigkeit verwechseln konnte, indem er ebenfalls schon in dieser Bedeutuug ist gebraucht worden. Auch bemerke ich noch, daß ich die oben erwähnten vier Punkte, durch die Anfangsbuchstaben der Hauptworte ausdrücken werde, so daß Z die Zeit; R den Raum; G die Geschwindigkeit, und Q die Größe oder die Quantität der Materie, so wie M das Moment bezeichnet.

Unter dem Worte Geschwindigkeit, verstehe ich nichts anders, als das Verhältniß der Größe des Raums, der in einer gewissen Zeit durchlaufen wird. So sagt man zum Beyspiele: daß sich ein Körper in einer Sekunde mit einer Geschwindigkeit von drey Fuß fortbewege, oder auch: daß die Geschwindigkeit des Körpers A sich zu der Geschwindigkeit eines anderen Körpers B wie zwey zu drey verhalte, und meint damit, daß, wenn A in einer gewissen Zeit, zum Beyspiele in vier Meilen, einen gewissen Raum durchläuft, der Körper B in derselben

ben Zeit sechs Meilen zurücklegt, weil sich zwey zu drey, wie vier zu sechs verhält *).

Es ist daher einleuchtend, daß sich in gleichen Zeiten die Geschwindigkeiten wie die Räume verhalten; sind aber die Zeiten ungleich, dann verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die Quotienten der Räume, wenn jeder Raum mit seiner Zeit dividirt wird. Man nehme also zum Beyspiele an, daß der Körper A in zwey Minuten einen Raum von zehn Fuß, ein andrer Körper B aber in vier Minuten einen von acht Fuß durchlaufe, so so wird sich die Geschwindigkeit des Körpers A zu der Geschwindigkeit des Körpers B, wie $\frac{10}{2}$ zu $\frac{8}{4}$ verhalten, also: wie fünf zu zwey; denn wenn man die zehn Fuß durch zwey Minuten dividirt, so findet man, wie viel Fuß der Körper A in einer Minute durchläuft, und eben so, wenn man die acht Fuß mit vier Minuten dividirt, findet man, wie viel Fuß der Körper B in der nehmlichen Zeit durchläuft, nehmlich eine Minute, so daß man also durch die Division der Räume, durch die respektiven Zeiten nichts weiter thut, als daß man die Räume findet, die von den beyden Körpern in gleichen Zeiten durchlaufen werden, und sie dann mit einander vergleichet.

Ehe wir weiter gehen, muß noch bemerkt werden, daß wenn gesagt wird: daß gewisse Dinge, gewissen anderen Dingen ähnlich seyen, man blos dadurch das Verhältniß des ersteren zu den letzteren angeben und behaupten wolle, wenn man zum Beyspiele sagt: daß das erste wachse oder abnehme, je nachdem das letztere wächst oder abnimmt. Allein von Angaben und Behauptungen der Art, kann man keine wahren und bestimmten Folgerungen herleiten, wenn sie nicht mit Versuchen, die

*) Die Vergleichung der Zeit und des Raums der Bewegung, giebt also den Begriff von der Geschwindigkeit des Körpers.

T.

zur Vergleichung einiger dieser besonderen Dinge mit andern angestellt werden, verbunden worden, und dadurch erst Gewißheit erhalten. So ist zum Beyspiele oben behauptet worden, daß sich die Geschwindigkeiten verhielten, wie die Quotienten der Räume, die durch die Zeiten dividirt worden; aber diese Behauptung setzt uns doch nicht in den Stand, die Geschwindigkeit, oder den durchlaufenen Raum, oder die Zeit, die ein in Bewegung befindlicher Körper gebraucht hat, zu bestimmen, wenn wir nicht einige jener besonderen Dinge kennen. Wenn wir daher durch einen wirklich gemachten Versuch (zum Beyspiele durch die Ausmessung des Raums mit einem Maaßstabe, oder der Zeit mit einer Uhr) oder durch einen anderen Umstand sehen, daß ein Körper durch einen Raum von zehn Fuß in zwey Sekunden bewegt worden, und dann zehn durch zwey dividiren, so giebt zwar der Quotient fünf, als die Summe der Geschwindigkeit, das heißt nehmlich: daß sich der Körper in einer Sekunde fünf Fuß fortbewege; allein, wenn wir auf diese Art den Raum zu finden wünschen, müssen wir vorher die Geschwindigkeit und die Zeit kennen, und wollen wir die Zeit bestimmen, so müssen wir vorher die Geschwindigkeit und den Raum kennen. Der Nutzen solcher, die Verhältnisse bestimmender Ausdrücke, (Formeln) ist daher: uns in den Stand zu setzen, gewisse besondere Dinge, von anderen besonderen Dingen, die eben so ausgedrückt werden, und über die man durch wirkliche Versuche bereits Gewißheit erlangt hat, durch Berechnung abzuleiten.

Ich fahre nun fort, die übrigen, die oben erwähnte einfache oder gleichmäßige Bewegung betreffenden Dinge zu erklären.

Der Raum ist gleich der Geschwindigkeit durch die Zeit multiplicirt; (das heißt: R ist gleich GZ.) denn, wenn sich ein Körper in einer Minute aus der Geschwin-

digkeit von drey Fuß fortbewegt, so ist es klar, daß er sich in zwey Minuten zweymal drey, also sechs Fuß; dreymal drey oder neun Fuß in drey Minuten; viermal drey, oder zwolf Fuß in vier Minuten fortbewegen müsse, das heißt mit einem Worte: der Raum verhält sich oder ist wie das Produkt der Geschwindigkeit, (oder der Art zu gehen) durch die Zeit multiplicirt.

Die Zeit verhält sich, oder ist wie der Raum durch die Geschwindigkeit dividirt. (Oder: Z ist wie $\frac{R}{G}$); denn wenn zum Beyspiele ein Körper zwölf Fuß durchläuft, wenn seine Geschwindigkeit in der Minute drey Fuß ist, so ist offenbar, daß man, um die Zahl der Minuten zu finden, die der Körper gebraucht hat, um durch einen Raum von 12 Fuß zu gehen, nach der gewöhnlichen Regel de Tri verfahren und fragen muß: wenn der Körper in einer Minute einen Raum von drey Fuß durchläuft, wie viel Minuten wird er brauchen, um einen Raum von zwölf Fuß zu durchlaufen? die Aufgabe ist also folgende:

3: 1 :: 12:

Da nun die zweyte Zahl eine Einheit ist, so braucht man nur die 12 mit 3 zu dividiren, (also den Raum durch die Geschwindigkeit) so giebt der Quotient 4 die gesuchte Zeit.

Das Moment und die Größe der Materie sind die zwey letzten besonderen Punkte, die uns, in Beziehung auf diese Art von Bewegung noch zu erörtern übrig sind. Es ist bereits erinnert worden, daß das Moment die Kraft oder Stärke eines in Bewegung befindlichen Körpers und immer dem Eindrucke gleich ist, den dieser Körper auf einen andern, ihm gerade entgegen stehenden, aber in Ruhe befindlichen Körper macht.

Zufolge des vierten Axioms muß jede Wirkung durch eine ebenmäßige, mit ihr im Verhältniß stehende Ursache

hervorgebracht werden. Wird also ein Körper durch einen bestimmten Stoß genöthiget, sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit zu bewegen, so wird nothwendig die doppelte Kraft des Stoßes erfordert, wenn er sich noch einmal so geschwind und die dreyfache Kraft, wenn er sich noch dreymal so geschwind bewegen soll, und mit einem Worte: die bewegende Kraft oder der Stoß muß mit der Geschwindigkeit im Verhältnisse stehen, oder ihr genau angemessen seyn, und eben so muß auch, aus demselben Grunde, der Widerstand, der nöthig ist, um den Körper in seinem Laufe aufzuhalten, mit der Geschwindigkeit des Körpers im Verhältnisse stehen.

Man nehme also an, daß zwey verschiedene Körper A und B sich mit gleicher Geschwindigkeit bewegen, daß aber die Größe der Materie in dem Körper B doppelt die Größe der Materie des Körpers A sey, so ist es einleuchtend, daß das Moment des Körpers B noch einmal so groß, als das Moment des Körpers A, oder wie dieses doppelt genommen, seyn müsse. Denn wenn man sich den Körper B in zwey gleiche Theile getheilt denkt, so sieht man ein, daß jeder dieser Theile in dem Moment des Körpers A gleiches Moment haben müsse, da A der Hälfte von B gleich ist, und daß folglich beyde Hälften zusammen genommen ein Moment haben müssen, das doppelt so groß ist, als das Moment des Körpers A.

Nimmt man an, daß sich der Körper B noch einmal so geschwind, als der Körper A, oder noch einmal so geschwind, als er vorher that, bewege, so folgt, nach dem was oben ist gesagt worden, daß dann sein Moment noch einmal so groß seyn müsse, als sein voriges Moment; dieses war aber das doppelte Moment des Körpers A, (oder: es war noch einmal so groß, als das des Körpers A,) es muß also jetzt sein Moment das Moment des Körpers A viermal genommen seyn, oder es muß viermal größer seyn, als jenes) das heißt: es

muß, wegen seiner doppelten Quantität oder Größe der Materie mit zwey multiplicirt werden, und dann noch einmal mit zwey wegen seiner doppelten Geschwindigkeit; dies ist aber eben so viel, als sagte man: daß das Moment, wie das Produkt der Größe mit der Geschwindigkeit dividirt, sey; (also: M ist gleich Q. G.) — Oder man kann es auch durch eine Definition ausdrücken und sagen: daß unter dem Moment das Produkt der Größe der Materie durch die Geschwindigkeit zu verstehen sey *).

Ist die Größe der Materie des Körpers B, statt doppelt so groß zu seyn, als die Größe der Materie des Körpers A, noch dreymal, oder viermal, oder halb so groß, oder vielfach größer, so erhellet, nach eben dieser Art zu schließen, daß sein Moment dreymal oder viermal größer, oder halb so groß, oder vielfach größer seyn müsse, als das Moment des Körpers A, wenn die Geschwindigkeiten des Körpers A und des Körpers B einander gleich sind, nur daß dann, in dem Fall, daß die Geschwindigkeiten der Körper A und B ungleich sind, jene Momente durch die Geschwindigkeiten müssen multiplicirt werden; welches beweißt, daß die Behauptung überhaupt richtig ist.

Endlich:

*) Die Messungen, oder das Maaß der Momente der Körper, wenn sie sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen, (das man auch die Mutterkraft, oder lebendige Kraft zu nennen pflegt — vis matrix, vis viva), hat einen langen und heftigen Streit unter den Gelehrten Europa's veranlaßt. Allein die Erörterung desselben würde für unsern Zweck zu weitläuftig und für den Anfänger völlig ohne Nutzen seyn. Ich verweise daher diejenigen meiner Leser, die eine genauere Bekanntschaft mit diesem Punkte sich wünschen, auf zwey vortreffliche Abhandlungen darüber. Die erste ist betitelt: Versuch über die Größe, von Reid, in dem 45sten Bande der philosophischen Transactionen, und die zweyte ist: Eine Untersuchung des Maaßes der Kräfte der in Bewegung befindlichen Körper, von D. Irwin, in den philosophischen Transactionen von 1745.

Endlich: die Größe der Materie ist wie das Moment dividirt durch die Geschwindigkeit (also: Q ist gleich $\frac{M}{G}$); denn, wenn man in der obigen das Verhältniß ausdrückenden Formel (M ist wie GQ) die Geschwindigkeit oder G durch die Zahl 2 ausdrückt, so wird jene das Verhältniß bezeichnende Formel wie folget werden, nämlich: M ist wie 2 Q, das heißt: das Moment enthält zweymal die Größe der Materie. Ist aber das Moment wie die Größe der Materie zweymal genommen, so wird, wenn man die Hälften dieser Größen nimmt, (denn die Hälften oder die Viertheile, oder andere beliebige Theile oder Vielfache zweyer Größen, haben dasselbe Verhältniß zu einander, als die Größen selbst nach Euklids Elementen B. V. Propos. 15) die Hälfte des Moments der Größe der Materie gleich seyn, welches man so ausdrückt: Q ist gleich $\frac{M}{2}$. Und eben so, wenn die Geschwindigkeit durch irgend eine andere zahl ausgedrückt wird, zum Beyspiele durch 12, so wird das Verhältniß: M ist gleich GQ, nun: M ist gleich 12 Q, und wenn man den zwölften Theil dieser beyden Größen nimmt, sagt man, da das Moment zwölfmal der Größe der Materie gleich ist, der zwölfte Theil des Moments ist gleich der Größe der Materie, welches man also ausdrückt: Q ist gleich $\frac{M}{12}$; in dem letzteren Beyspiele aber wird die Geschwindigkeit durch die Zahl 12 bezeichnet, in dem Vorhergehenden hingegen durch die Zahl 2 und kann so durch jede andere beliebige Zahl bezeichnet oder ausgedrückt werden; die Größe der Materie ist also immer dem Quotienten des Moments, durch die Geschwindigkeit dividirt, gleich.

Ich will nun alle die Angaben oder Gesetze, die die einfache Bewegung betreffen, unter einen Gesichtspunkt zu-

sammenfassen und sie, der Deutlichkeit wegen, sowohl durch die Anfangsbuchstaben als auch in Worten ausdrücken.

G ist wie $\frac{R}{Z}$; R ist wie GZ;

Z ist wie $\frac{R}{G}$; M ist wie GQ; und

Q ist wie $\frac{M}{G}$.

In Worten ausgedrückt heißt diese Formel: Bey der einfachen Bewegung, nämlich wenn ein Körper durch einen bloßen Stoß, der nur anfangs wirkt und dann den Körper sich selbst überläßt, und der nun in einem nicht widerstehenden Medium sich selbst weiter fortbewegt, ist in Bewegung gesetzt worden; oder wenn mehrere Körper auf diese Art von einander getrennt in Bewegung gesetzt worden; sind die Geschwindigkeiten gleich den Räumen durch die Zeiten dividirt; die Räume sind gleich den Geschwindigkeiten durch die Zeiten multiplicirt; die Zeiten sind gleich den Räumen, durch die Geschwindigkeiten dividirt; die Momente sind gleich den Geschwindigkeiten, durch die Größen der Materie multiplicirt und endlich: die Größen der Materie sind gleich den Momenten, durch die Geschwindigkeiten dividirt.

So hätte denn hier der Leser einen Versuch die, die einfache Bewegung betreffenden besondern Punkte, dem Anfänger so faßlich als möglich, und mit so wenig mathematischen Kunstausdrücken, als es der Gegenstand, der nicht unter die unwichtigsten gehört, erlaubte, vorzutragen. Aber ich bitte auch den Leser ernstlich, sich vollständig mit dem Inhalte dieses Kapitels bekannt zu machen, ehe er zu dem folgenden fortgeht.

Fünftes Kapitel.

Von der Bewegung, die durch die Centripetal- und durch Centrifugal-Kräfte hervorgebracht wird; und von dem Schwerpunkte oder dem Mittelpunkt der Schwere.

Eine Centripetalkraft (oder Zentralkraft) ist diejenige Kraft oder Gewalt, die die Körper nöthiget oder antreibt sich gegen einen Punkt, den man den Mittelpunkt der Anziehung nennt, zu bewegen oder nach ihm zu streben. Eine Centrifugalkraft (Schwungkraft) im Gegentheile ist diejenige Kraft oder Gewalt, die die Körper antreibt, sich von einem Punkte, der daher der Mittelpunkt der Abstoßung heißt, zu entfernen. Die Schwere oder diejenige Gewalt, durch welche die Körper gezwungen werden nach dem Mittelpunkte der Erde zuzufallen, ist eine Centripetalkraft und kann uns als ein Beyspiel zur Erläuterung der allgemeinen Theorie dienen.

Ob aber gleich die Körper ihren Lauf gegen den Mittelpunkt der Erde richten, so darf doch die anziehende Kraft nicht als eine besondere eigenthümliche Eigenschaft dieses Mittelpunkts, oder irgend eines besonderen, in seiner Nähe befindlichen Körpers betrachtet werden. Anziehung ist eine der Materie überhaupt zukommende Eigenschaft und steht mit der Quantität oder Größe derselben im Verhältnisse. Die Theile der Erde haben gegenseitig eine Schwere gegen einander, oder ziehen sich einander an; ein Stein zieht einen andern Stein, oder irgend einen andern Körper an; die Erde zieht einen Stein eben so gut an, als dieser die Erde und so ziehen, um es kurz zu sagen, alle Körper einander gegenseitig an und wir kennen keinen einzigen Theil der Materie, von dem wir behaupten könnten, daß er diesem

Anziehungsgesetz, im Bezug auf alle übrigen Erdkörper, nicht unterworfen sey. Daß aber diese anziehende Kraft, wenn alles übrige gleich ist, mit der Quantität oder Größe der Materie im Verhältniße stehe oder ihr genau angemessen sey, kann leicht bewiesen werden. Man nehme, zum Beyspiele, an, daß A, B und C drey einander in jeder Rücksicht oder vollkommen gleiche Körper seyen, so ist es einleuchtend, daß, wenn A den Körper C mit einer gewissen bestimmten Kraft, (zum Beyspiel mit der Kraft einer Unze) anzieht, der Körper B, da er ihm vollkommen gleich ist, den Körper C ebenfalls mit der Kraft, die einer Unze gleich ist, und folglich A und B zusammen, oder ein diesen beyden gleichkommender Körper, den Körper C mit der Kraft von zwey Unzen anziehen müsse. Und eben so: wenn man zehn gleiche Körper nimmt, so ist es einleuchtend, daß zwey derselben einen jeden einzelnen von den übrigen mit einer zweymal so großen Kraft anziehen müssen, als ein einzelner thun würde, und daß also auch vier oder fünf oder sechs von diesen gleichen Körpern, einen einzelnen mit einer vier oder fünf oder sechsmal größeren Kraft, als ein einziger von ihnen beweisen würde, anziehen werden. Und dies beweißt die Allgemeinheit der Behauptung oder des Satzes unwidersprechlich.

Aus dieser Wahrheit folgt, daß wenn ein Körper A, einen andern Körper B verhindert nach dem Mittelpunkte der Erde zuzufallen, jener von diesem gedrückt wird, und dieser Druck ist der Größe der Materie von dem Körper B gleich. Dieser Druck nun heißt das Gewicht des Körpers B und die Größe desselben wird ausgedrückt indem man es mit einem gewissen willkührlichen als Maaßstab angenommenen Gewichte vergleicht, welches man eine Unze, ein Pfund, einen Gran u. s. w. nennen kann; so daß, wenn man sagt, ein gewisser Körper A wiege drey Pfund, ein anderer Körper B aber, ein Pfund, man da-

mit sagen will: daß die Größe der Materie in dem Körper A und folglich auch seine Neigung oder Anziehung gegen die Erde, dreymal die Größe der Materie des Körpers B oder der Anziehung des Körpers B gegen die Erde betrage.

Da die Anziehungskraft eine allgemeine Eigenschaft der Materie ist, so könnte man fragen, warum wir diese anziehende Kraft nicht an den Körpern bemerken, die uns gewöhnlich umgeben, als, zum Beyspiele, an zwey Kieselsteinen oder zwey Stücken Bley? Die Antwort auf diese Frage ist: daß die anziehende Kraft der Materie überhaupt zu schwach sey, als daß man sie bemerken könne, wenn nicht die Körper, oder doch einer derselben sehr groß ist, wie dies der Fall mit der Erde und einem Kieselsteine oder einem andern Körper ist. Denn wenn man nimmt, daß der Kieselstein A dem 1000000000000000sten Theile der ganzen Erde gleich sey und daß ein anderer Körper B von der Erde mit einer Kraft, die einem Pfunde gleich ist, angezogen werde, so folgt daraus, daß der Körper B von dem Kieselsteine A mit einer Kraft, die dem 1000000000000000sten Theile eines Pfundes gleich ist, werde angezogen werden, welche also zu schwach ist, um eine merkliche Wirkung hervorzubringen. Aber demohngeachtet hat man in neuerer Zeit, die sich durch Genauigkeit in den Beobachtungen und durch Verbesserungen auszeichnet, Mittel gefunden, die anziehende Kraft auch kleinerer Körper deutlich bemerkbar zu machen und man wird in anderen Theilen dieses Werkes die in dieser Rücksicht gemachten Erfahrungen bemerkt finden.

Wenn man bedenkt, daß die Anziehungskraft bey den Körpern gegenseitig ist, wie zum Beyspiele zwischen einem Steine und der Erde, so könnte man veranlaßt werden zu fragen, warum sich die Erde nicht zu der nämlichen Zeit gegen den Stein bewege, da sich dieser gegen die Erde bewegt? Die Antwort ist: daß die Erde sich, zufolge der

Theorie, wirklich gegen den Stein bewegen muß, daß aber ihre Bewegung zu gering ist, als daß sie von unsren Sinnen könnte gefühlt oder bemerkt werden. Denn wenn man annimmt, daß die Erde wenigstens

1ooooooooooooooooooooo

größer sey als der Stein, so muß sich die Anziehungskraft der Erde zu dem Stein, gegen die Anziehungskraft des Steins zu der Erde verhalten, wie diese ungeheure Zahl gegen Eins. Da nun die Wirkungen immer mit ihren Ursachen in Verhältniß stehen, so folgt, daß, wenn sich der Stein bey seinem Fall nach der Erde, in einer bestimmten Zeit tausend Fuß bewege, die Erde sich in der nämlichen Zeit gegen den Stein $\frac{1000}{1ooooooooooooooooooooooooo}$ Theile eines Fußes, oder welches einerley ist, mit dem 1oooooooooooooooooooosten Theile eines Fußes, bewegen müsse; also mit einer Größe die viel zu klein ist als daß wir sie fühlen könnten.

Wären die beyden Körper in Ansehung der Größe nicht so unverhältnißmäßig von einander verschieden, so würden wir es sehen können, wie sie sich beyde gegen einander zu bewegen. Wenn daher zwey sich gleiche Körper wie A und B Fig. 3. Taf. 1. in einer gewissen Entfernung von einander gestellt und dann freygelassen werden, so daß sie nichts hindert oder aufhält, so werden sie sich gegen einander bewegen und einander in der Mitte ihres Wegs, von ihrer ersten Stelle an gerechnet, bey einem Punkte C begegnen. Sind aber die Körper sich nicht gleich, wie zum Beyspiel der Körper A Fig. 4. Taf. 1. dreymal so dick ist als B so werden sie sich in einem Punkte C begegnen, der der ursprünglichen Stelle von A gerade um so viel näher als der von B ist, als der Körper A dicker ist denn der Körper B, das heißt: AC wird einem Drittheile von BC gleich seyn. Denn da die Größe der Materie in A drey Theilen der Größe der Materie in B

gleich ist, so muß die Anziehung von A noch dreymal so stark oder groß seyn, als die Anziehung von B und folglich muß der Raum, den der Körper B durchlaufen hat, noch dreymal so groß seyn, als derjenige Raum, den der Körper A in der nämlichen Zeit durchlaufen hat.

Es ist klar, daß eben diese Art zu schließen auch auf Körper kann angewendet werden, die irgend ein Verhältniß zu einander haben; wir machen daher den Schluß: daß sich die Entfernungen der ursprünglichen Stellen der Körper, von dem Punkte C, als wo sie sich, wenn sie freygelassen worden, vermöge ihrer gegenseitigen Anziehung begegnen werden, verkehrt verhalten wie ihre Größen der Materie, also: wie sich die Größe der Materie von A zu der Größe der Materie von B verhält, so verhält sich die Entfernung B C zu der Entfernung A C.

Der Punkt C wird der Mittelpunkt der Schwere dieser beyden Körper genannt, da er wirklich der Punkt, oder Mittelpunkt, (das Zentrum) ist, gegen den sie sich neigen, oder zu dem sie eine Schwere haben und wo sie sich wirklich begegnen werden, wenn sie nicht durch irgend eine Kraft oder Stöhrung von außen her daran verhindert werden.

Was bisher in Ansehung zweyer Körper ist bemerkt worden, kann leicht auch auf die gegenseitige Anziehung von drey oder vier und mit Einem Worte jeder beliebigen Anzahl von Körpern angewendet werden, indem es immer einen Mittelpunkt der Schwere giebt, der ihnen allen gemein ist. Und eben dies ist auch der Fall mit einem einzelnen Körper, das heißt, auch bey jedem einzelnen Körper giebt es einen Punkt, der sein Schwerpunkt ist, gegen den, wenn der Körper in einzelne Theile getheilt würde, alle diese Theile eine Schwere haben oder sich neigen würden. Von der Natur und den Eigenschaften des Mittelpunkts der Schwere wird das nächste Kapitel Rechenschaft geben.

Da die anziehende Kraft mit der Größe der Materie in Verhältniß steht, so folgt daraus: daß alle Arten der Körper, so verschieden sie auch in Ansehung ihres Gewichtes von einander seyn mögen, wenn sie anfangen sich von einerley Höhe und zu einerley Zeit gegen die Erde zu bewegen, einen gleichen Grad der Geschwindigkeit der Bewegung haben müssen, das heißt: sie müssen alle in demselben Raume in einerley Zeit herabfallen. Denn wenn auch ein Körper A zweymal so schwer wäre als ein andrer Körper B, so muß doch, wenn man annimmt daß der Körper A in zwey gleiche Theile getheilt worden, jeder dieser Theile dem Körper B gleich seyn, und sich folglich mit diesem in einerley Zeit durch einen gleichen Raum bewegen. Es ist also einleuchtend daß, wenn die zwey Theile von A zusammen vereiniget werden, die Wirkung dieselbe seyn müsse. Eben diese Art zu schließen kann man auch auf Körper ausdehnen, deren Größen der Materie irgend ein anderes Verhältniß zu einander haben. Es würden daher alle Arten der Körper, wenn sie in Freyheit gelassen würden, von einerley Höhe genau zu einerley Zeit zu Boden fallen, wenn der Widerstand, den sie in der Luft finden, durch welche sie sich bewegen, nicht ungleich wäre. Ich sage: „wenn der Widerstand nicht ungleich wäre!" weil dieser Widerstand nicht mit der Größe der Materie, sondern mit der Oberfläche, wenn die Größen der Materie gleich sind, in Verhältniß steht. Dies kann durch eine Menge Versuche hinlänglich bewiesen werden. Man nehme zum Beyspiele eine kleine Quantität Baumwolle und breite sie so sehr auseinander als man kann und lasse sie dann aus der Hand zur Erde fallen, so wird man finden, daß die Baumwolle zu dem Herabfallen drey, vier oder mehr Sekunden Zeit brauchen wird. Nimmt man sie dann wieder auf und drückt sie zu einem sehr kleinen Kügelchen zusammen, so wird man, wenn man den Versuch wiederholt und sie nun wie vorhin fallen läßt, finden, daß dieselbe Quantität

Baumwolle, jetzt in weniger als einer Sekunde zu Boden fällt. Eben so wird, wenn man zu einerley Zeit eine Guinee und ein Stückchen gewöhnliches Blättchengold von einerley Höhe herabfallen läßt, die Guinee unverhältnißmäßig geschwinder als das Blättchengold zur Erde kommen; drückt man aber das Blättchengold in ein kleines Klümpchen zusammen und wiederholt nun mit diesem und der Guinee den Versuch, so wird man finden, daß beyde den Boden fast in demselben Augenblick erreichen werden *).

Der letztere Satz ist auch umgekehrt eben so einleuchtend, nämlich: daß, wenn Körper, die in der nämlichen Zeit, von einer und derselben Höhe gegen den Mittelpunkt der Erde herabfallen, gleiche Räume in gleicher Zeit beschreiben, die Anziehungskraft mit ihren Größen der Materie im Verhältnisse stehen müsse, sonst würden die Räume u. s. w. nicht gleich seyn.

Bisher haben wir diejenigen Eigenschaften erklärt, die gewöhnlich die Folge der Anziehungskraft sind, wenn diese mit der Größe der Materie im Verhältniß steht, und nun ist es nothwendig die wirkliche Bewegung der Körper, die sich gegen einen Mittelpunkt der Anziehung bewegen, zu untersuchen.

Der große Unterschied zwischen dem einfachen, bloßen Stoße, von dem im vorhergehenden Kapitel gere-

*) Dieser Satz kann vermittelst eines hohen gläsernen Recipienten, der an seinem obern Theile eine Vorrichtung hat, wodurch eine Guinee und eine Feder oder ein anderer leichter Körper können niedergelassen werden, zwar auf eine weniger leichte, aber dagegen desto einleuchtendere Art bewiesen werden. Wird nämlich dieser Recipient gerade in die Höhe gestellt und alle Luft aus ihm herausgezogen, so werden die Guinee und die Feder, wenn sie zu einerley Zeit losgelassen werden, auch genau in einem und denselben Augenblicke auf den Boden niederfallen. Ist aber der Recipient nicht völlig luftleer, so wird die Feder später niederfallen, als die Guinee, und noch viel später, wenn der Receipient ganz mit Luft angefüllt ist.

det worden, und zwischen einer Centripetal oder Centrifugalkraft ist der: daß der einfache Stoß eine gleichförmige Bewegung hervorbringt, das heißt eine solche, welche die Körper nöthigt, gleiche Räume in gleichen Theilen von Zeit zu beschreiben, da im Gegentheile die letztere Kraft eine ungleichförmige Bewegung hervorbringt, oder die Körper nöthiget ungleiche Räume in gleichen Theilen der Zeit zu beschreiben.

Diese Ungleichheit entsteht von der fortdauernden Wirkung der letzten Kraft; denn eine Centripetal oder Centrifugalkraft wirkt nicht blos anfangs oder dadurch, daß sie blos den ersten Anstoß giebt, sondern sie wirkt fortgesetzt auf die in Bewegung befindlichen Körper und treibt sie immer fort, nämlich so, daß sie die Centripetalkraft nach dem Mittelpunkte der Anziehung hin und die Centrifugalkraft von dem Mittelpunkte der Abstoßung abtreibt.

Man hat durch mehrere Facta, die in der Folge, sollen angeführt werden, gefunden, daß die Anziehung oder die Schwerkraft der Erde in demselben Verhältnisse abnimmt, als die Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkt der Erde, zunehmen; oder mit andern Worten: die Schwerkraft verhält sich in verschiedenen Höhen umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde. In einer Höhe, zum Beyspiele, die eben so weit von der Oberfläche der Erde entfernt ist, als diese Oberfläche von dem Mittelpunkte, ist die Kraft der Schwere nur um den vierten Theil so groß, als sie auf der Oberfläche ist; denn da die Entfernungen wie eins zu zwey sind, so sind ihre Quadrate wie eins und vier; so wie sich also eins zu vier verhält, verhält sich die Kraft der Schwere in der angenommenen Höhe, zu der Kraft der Schwere auf der Oberfläche.

Diese Verminderung der Intensität bey den Verhältnissen der Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Ausströmung, scheint nicht blos in Ansehung

der Schwerkraft statt zu finden, sondern auch in Ansehung aller Arten von Ausströmungen von einem Mittelpunkte überhaupt, wie zum Beyspiele das Licht, der Schall u. s. w. ist, so weit wir nehmlich nach dem Grade unserer gegenwärtigen Kenntnisse davon urtheilen können; da man freylich über dieses Gesetz, in Ansehung der Abnehmung des Schalles oder des Lichtes, noch nicht zu einem bestimmten Grade der Genauigkeit oder Gewißheit gelangt ist.

Indessen kann doch auch, ohne Versuche und Erfahrungen zu Hülfe zu nehmen, streng bewiesen werden: daß Ausströmungen, die von einem Mittelpunkte aus in gerader Linie fortgehen, und dabey durch nichts gehindert oder aufgehalten werden, an Intensität umgekehrt wie die Quadrate der Entfernung von dem Mittelpunkt abnehmen müssen *).

*) Man nehme an, A Fig. 5. Taf. 1. sey der Mittelpunkt der Ausströmung (etwa von der Flamme eines Lichtes) an OPBv ein viereckiges Loch, und ziehe nun von A zu den Winkeln oder Ecken dieses Viereckes gerade Linien, und führe sie in unbestimmter Länge gegen I, H, E, r, fort, so ist zuvörderst offenbar, daß das Licht, welches durch das viereckigte Loch OPBv geht, den ganzen Raum zwischen den vier geraden Linien AH, Ai, Ar und AE ausfallen wird. Zweytens ist es eben so einleuchtend, daß wenn eine ebene Oberfläche bey E dem Viereck OPBv parallel oder gerade gegenüber angebracht wird, der ganze Theil derselben, der zwischen den erwähnten geraden Linien liegt, nehmlich IHEr, durch das Licht, das durch OPBv geht, werde erleuchtet werden; da aber die Fläche IHEr größer ist, als OPBv, so kann das Licht auf derselben nicht so dicht seyn, als bey OPBv, und aus demselben Grunde wird, wenn eine Fläche bey D dem viereckigen Loche OPBv gerade gegen über angebracht wird, das Licht auf derselben weniger dicht seyn, als auf OPBv, aber dichter als auf IHEr u. s. w. Drittens ist es eben so einleuchtend, daß die Flächen IHEr, KGDs, LFCx viereckige Figuren sind, da das Loch OPBv als viereckig ist an-

Die Körper, die man aus einer gewissen Höhe herabfallen läßt, bewegen sich immer geschwinder, je näher sie der Oberfläche der Erde kommen. Wirkte die Kraft der Schwere auf einen Körper blos bey dem Anfange seines Herabfallens, so würde der Körper, zufolge der Gesetze der einfachen Bewegung, fortfahren, in gleichen Zeitabschnitten gleiche Räume zu beschreiben. Allein schon in dem nächsten Augenblicke treibt die Gewalt der Kraft der Schwere den Körper wieder weiter, wodurch folglich die Geschwindigkeit des Körpers verdoppelt werden muß, da der zweyte Stoß dem ersten gleich ist, und auch dieser unverändert bleibt. Aus eben dem Grunde muß in dem dritten Augenblicke die Geschwindigkeit des Körpers verdreyfacht werden und so fort; oder, um eigentlicher zu reden, die Geschwindigkeit wird sich vermehren, wie sich die Zeit vermehrt, also: die Geschwindigkeit ist wie die Zeit, welches heißen soll: daß die Geschwindigkeit an dem Ende von zwey Sekunden, sich zu

genommen worden. Es ist also nur noch zu beweisen übrig, daß, wenn die Entfernung AC der Entfernung AB dieselbe zweymal genommen, gleich ist, die Fläche des Vierecks LFCx viermal so groß seyn müsse, als die Fläche OPBv, und daß, wenn AD, AB dreymal genommen gleich sey, die Fläche KGDs neunmal so groß seyn müsse, als OPBv, oder, kürzer, daß die Flächen OB, LC, KD, u. s. w. den Quadraten der Entfernungen von A gleich seyn müssen — und dieser Beweis ist leicht zu führen, denn, da APB, ACF gleichseitige Dreyecke sind, (Euklid. S. 29. B. I.) so haben wir (Euklid. S. 4. B. 6.) AB: AC::PB:FC; PB aber und FC sind die gleichgestalteten Seiten der sich gleichen flachen Figuren OPBv, LFCx und (Euklid. S. 20. B. 6.) diese Figuren verhalten sich wie die Quadrate, oder wie die doppelten Verhältnisse ihrer gleichgestalteten Seiten. Also: OPBv:LFCx:: $\overline{PB}|^2$: $\overline{FC}|^2$ :: $\overline{AB}|^2$: $\overline{AC}|^2$. Und eben so kann man auch in Ansehung der anderen Vierecke KGDs u. s. w. verfahren.

der Geschwindigkeit am Ende von drey Sekunden, wie zwey zu drey verhält, oder die Geschwindigkeit am Ende einer Minute verhält sich zu der Geschwindigkeit an dem Ende einer Stunde wie eins zu sechzig u. s. w. *)

Die von solchen niederfallenden Körpern beschriebenen Räume können nicht blos den Zeiten des Niederfallens gleich seyn, denn dies würde nur dann der Fall seyn, wenn sich die Geschwindigkeit unverändert gleich bliebe. Da aber die Geschwindigkeit beständig zunimmt, so ist es einleuchtend, daß sich die Räume wie die Zeiten, durch die Geschwindigkeiten multiplicirt, verhalten müssen. Denn eine doppelte Geschwindigkeit wird den Körper nöthigen, sich in einem gleichen Theil der Zeit durch einen doppelten Raum zu bewegen, und durch einen viermal so großen Raum in zweymal so viel Zeit; eine vierfache Geschwindigkeit wird auch den Körper nöthigen, sich in einem gleichen Theil der Zeit durch einen vierfachen Raum, und in zweymal so viel Zeit durch einen achtmal größeren Raum zu bewegen und so fort. Da nun oben ist bewiesen worden, daß sich die Geschwindigkeiten wie die Zeiten verhalten, so ist es einerley, ob man sagt, daß die Räume den Zeiten durch die Geschwindigkeiten multiplicirt, gleich seyen, oder ob man sagt: daß die Räume den Zeiten, mit den Zeiten multiplicirt, oder den Quadraten der Zeiten, gleich sind, und

*) Die Geschwindigkeiten verhalten sich wie die Zeiten, wenn der Druck der Schwere unverändert bleibt, oder bey einerley Druck der Schwere. Wenn aber zwey mit verschiedenem Druck der Schwere wirkende Kräfte mit einander verglichen werden, so werden die Geschwindigkeiten sich wie die Produkte der Zeiten mit jenen verschieden wirkenden Kräften multiplicirt verhalten, da es offenbar ist, daß eine doppelte Kraft eine doppelte Wirkung, eine dreyfache Kraft eine dreyfache Wirkung u. s. w. hervorbringen wird. Wenn daher die Zeiten gleich sind, so sind die Geschwindigkeiten wie die drückende, oder forttreibende Kraft.

aus demselben Grunde ist es auch einerley, ob man sagt: daß die Räume den Geschwindigkeiten, multiplicirt durch die Geschwindigkeiten, oder daß sie den Quadraten der Geschwindigkeiten gleich sind *).

Diese Eigenschaft fallender Körper, (nehmlich, daß sie durch Räume gehen, die sich wie die Quadrate der Zeiten verhalten, worin sie fallen,) ist von anderen Schriftstellern auf eine andere Art demonstrirt worden, und da vielleicht einigen meiner Leser diese Art der Demonstration beweisender scheinen möchte, als die bisher vorgetragene, so will ich sie auch hier beyfügen, zumal da sie zugleich ein anderes Gesetz, die Geschwindigkeit der fallenden Körper betreffend, beweiset.

Man nehme an, daß AB Fig. 6. Taf. 1. die Zeit bezeichnet, in welcher ein Körper falle, und BC die Geschwindigkeit, die er am Ende dieser Zeit erlangt habe; dann mache man das Dreyeck ABC, und das Parallelogram ABCD vollständig. Man nehme ferner an: daß die Zeit in unzählige Theilchen ei, im, mp, po u. s. w. getheilt sey, und ziehen dann die Linien ef, ik, mn u. s. w. alle mit der Basis BC parallel laufend. Dann werden, da die Geschwindigkeit des fallenden Körpers, von dem Anfange seiner Bewegung an, stufenweise vermehrt worden, und BC den letzten Grad der Geschwindigkeit bezeichnet, die Parallellinien ef, ik, mn u. s. w. die Geschwindigkeit an den Enden der jedesmaligen Zeiten Ae, Ai, Am u. s. w. bezeichnen. Ferner, da die Geschwindigkeit in einem unbestimmbar kleinen Zeittheilchen als gleichförmig betrachtet werden kann, so wird die gerade Linie ef der Geschwindigkeit des Körpers in dem unbestimmbar kleinen Zeittheilchen ei gleich seyn; ik wird

*) In gleichen Zeiten verhalten sich also die Räume wie die antreibenden oder drückenden Kräfte. Man sehe die vorhergehende Anmerkung.

der Geschwindigkeit in dem Zeittheilchen im gleich seyn, und so fort. Da nun der in irgend einer Zeit mit irgend einer Geschwindigkeit durchlaufene Raum der Geschwindigkeit mit der Zeit multiplicirt gleich ist, wie der rechte Winkel unter dieser Zeit und Geschwindigkeit, so wird der in der Zeit ei mit der Geschwindigkeit ef durchlaufene Raum dem rechten Winkel if gleich seyn; der in der Zeit im mit der Geschwindigkeit ik durchlaufene Raum, wird dem rechten Winkel mk gleich seyn; der in der Zeit mp mit der Geschwindigkeit mn, wird dem rechten Winkel pn gleich seyn, und so fort. Der in der Summe aller dieser Zeiten durchlaufene Raum also, wird der Summe aller dieser rechten Winkel gleich seyn. Da aber die Zeittheilchen unendlich klein sind, so wird die Summe aller dieser rechten Winkel dem Dreyecke ABC gleich seyn. Da nun der, von einem sich in der Zeit AB mit gleichförmiger Geschwindigkeit BC fortbewegenden Körper durchlaufene Raum dem Rectangulum oder langen Viereck ABCD (also der Zeit multiplicirt mit der Geschwindigkeit) gleich ist, und dies lange Viereck gleich ist dem Dreyeck ABC zweymal genommen (Euclid. S. 31. B. 1.) so ist der von einem aus seinem Ruhepunkte fallenden Körper, in einer gegebenen Zeit durchlaufene Raum, der Hälfte des Raums gleich, den er mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit, die der gleich ist, welche der fallende Körper am Ende seines Falles erlangt hat, durchlaufen hat.

Da der Raum, den ein fallender Körper in der, Fig. 7. Taf. 1. mit AB bezeichneten Zeit, mit der Geschwindigkeit BC durchläuft, dem Dreyeck ABC gleich ist, und der in einer anderen Zeit AD und Geschwindigkeit DE durchlaufene Raum durch das Dreyeck ADE bezeichnet ist, so müssen diese Räume den Quadraten der Zeiten AB und AD gleich seyn, denn die ähnlichen Dreyecke ABC und ADE sind den Quadraten ihrer

gleichnamigen Seiten gleich, nehmlich A B C verhält sich zu A D E wie das Quadrat A B sich zu dem Quadrate A D verhält. (Euklid. S. 29. B. 6.)

Durch Fig. 8. der ersten Tafel sind die Räume vorgestellt, die fallende Körper nach und nach in gleichen Zeittheilchen beschrieben haben, um das Hauptgesetz der Gravitation (des Drucks, den die Körper durch ihre Schwere äußern) dem Gedächtnisse des Lesers desto tiefer einzuprägen. Die Linie A B bezeichnet daher den Weg eines Körpers, den man bey A hat fallen lassen, und der nach den Boden bey B herabfällt. Die Abtheilungen an der Linie A B bezeichnen die Stelle des Körpers am Ende von einer Sekunde, von zwey Sekunden und so fort, welche gleiche Zeittheile zur linken Hand sind bemerkt worden, da die an der rechten Seite befindlichen Zahlen ausdrücken, wie viel Fuß oder wirkliche Entfernungen von A bis zu der ersten Abtheilung, von A bis zu der zweyten Abtheilung und so fort, durchlaufen werden. Es ist also einleuchtend, daß der Körper in einer Sekunde 16,087 Fuß, in zwey Sekunden aber viermal 16,087, oder 64,348 Fuß durchlaufen hat, u. s. w.

Man muß auch noch bemerken, daß die in einer jeden einzelnen Sekunde durchlaufenen Räume sich wie die ungleichen Zahlen 1, 3, 5, 7 u. s. w. verhalten, das heißt: wenn der in der ersten Sekunde durchlaufene Raum 1 genannt wird, so ist der während der zweyten Sekunde allein durchlaufene Raum noch dreymal, und der in der dritten Sekunde durchlaufene noch fünfmal so groß und so fort. Dies läßt sich leicht berechnen; denn wenn man 16,087 von 64,348 abzieht, so ist der Rest 48,261 dreymal 16,087 gleich; zieht man 64,348 von 144,783 ab, so ist der Rest 80,435 fünfmal 16,087 gleich u. s. w.

Es ist weiter oben gezeigt worden, daß die Kraft der Schwere bey gleichen Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde mit der Größe der Materie im Verhältniß steht.

Dabey

Dabey muß aber noch bemerkt werden, daß, wenn die Entfernungen ungleich sind, die drückenden Kräfte, oder das Gewicht der Körper sich wie die Quotienten der durch die Quadrate der gegenseitigen (respectionalis) Distanzen dividirten Größen der Materie verhalten, oder, welches einerley ist, daß das Gewicht der Körper sich wie die respektiven Größen der Materie, und umgekehrt, wie die respektiven Quadrate der Entfernungen verhält, weil, wie gezeigt worden ist, die drückende Kraft (das Gewicht) umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Anziehung abnimmt. Wenn also ein Körper A, der fünfmal größer ist, als ein anderer Körper B, in einer Entfernung von 4000 Meilen von dem Mittelpunkt der Erde befindlich ist, indessen B 6000 Meilen davon entfernt ist, dann wird sich das Gewicht von A zu dem Gewichte von B verhalten, wie sich der Quotient von fünf durch das Quadrat von 4000 dividirt, zu dem Quotienten von eins durch das Quadrat von 6000 dividirt verhält, also: wie sich $\frac{5}{16000000}$ zu $\frac{1}{36000000}$ verhält *).

*) Man nehme zum Beyspiele die Aufgabe an: zu finden wie viel eine Bleykugel, die an der Oberfläche der Erde zwanzig Pfund wiegt, auf der Spitze eines drey Meilen hohen Berges wiege?

Es ist bekannt, daß der Halbdurchmesser der Erde ohngefähr 3985 Meilen beträgt; zu dieser Summe addirt man die Höhe des Berges, nehmlich drey Meilen, so hat man die beyden Entfernungen, nehmlich: von dem Mittelpunkte der Erde bis zu ihrer Oberfläche 3985 Meilen und von diesem Mittelpunkte bis auf die Spitze des Berges 3988 Meilen. Die Quadrate dieser Zahlen sind 15880225 und 15904144. Dann sagt man: wie sich 15904144 zu 15880225 verhalten, so verhalten sich zwanzig Pfund zu einem verhältnißmäßigen (proportional) Viertheil, welches nach der gewöhnlichen Regel de Tri (da man nehmlich 15880225 mit 20 multipli-

Bey den vorhergehenden Erläuterungen und Beyspielen sind die Berechnungen der Räume und der Geschwindigkeiten fallender Körper mit der Voraussetzung gemacht worden, daß die Kraft gleichförmig wirke, das heißt: daß während des Falles des Körpers von A Fig. 8. Taf. 1. nach dem Boden, die Anziehungskraft der Erde nicht zunehme, welche Voraussetzung aber, genau zu reden, nicht wahr ist, denn es ist bereits bewiesen worden, daß die Kraft der Schwere im umgekehrten Verhältnisse als die Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde abnimmt, so daß, je näher der Körper dem Boden kömmt, desto größer der Druck seines Gewichtes (gravitation) seyn wird. Indessen ist diese Vermehrung des Gewichtes, in kurzen Entfernungen von der Erde, so sehr gering, daß sie bey gewöhnlichen Fällen ohne Nachtheil kann bey Seite gesetzt werden. Da aber diese Theorie sich auf alle Arten drückender Kräfte (gra-

cirt, und dann das Produkt durch 15904144 dividirt) 19,969 beträgt, oder 19 Pfund und 15½ Unze, welches dann das Gewicht der Bleykugel auf der Spitze des Berges giebt, also beynahe eine halbe Unze weniger, als an der Oberfläche der Erde.

Man muß sich jedoch nicht vorstellen, daß die Bleykugel, die in einer Wage mit einem Gewichte von zwanzig Pfund, auf der Oberfläche der Erde gewogen worden, auf der Spitze des Berges leichter seyn oder weniger wiegen werde, als das Gewicht von 20 Pfund in der anderen Wagschaale. Dies kann darum nicht der Fall seyn, weil das Gegengewicht selbst auf der Spitze des Berges einen gleichen Theil seiner Schwere verliert, so daß das Gleichgewicht der beyden Wagschaalen nicht gestört wird. Wird aber die erwähnte Bleykugel mit einem von jenen Wiegeinstrumenten, die mit einer stählernen Spiralfeder versehen sind, gewogen, und dieses Instrument ist ganz vollkommen genau und richtig, dann wird man auch die Verminderung des Gewichtes derselben deutlich bemerken.

vitating pouvers) anwenden läßt, und da zuweilen sehr große Entfernungen in Anschlag und Berechnung kommen, so kann es von Nutzen seyn, die Art die Geschwindigkeiten, welche nach einem Mittelpunkte der Anziehung fallende Körper erlangen, wenn die Vermehrung der anziehenden Kraft mit in Rechnung gebracht wird, zu berechnen, hier noch beyzufügen *).

*) Diese Aufgabe ist aus Dr. Saunderson's Flurionsrechnung genommen.

Aufgabe.

Man nehme an, daß S Fig. 9. Taf. 1. der Mittelpunkt der Erde, und B irgend ein Punkt auf ihrer Oberfläche sey, die Kraft der Schwere aber sich auf allen Stellen gegenseitig wie die Quadrate ihrer Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde verhalte: so soll die Geschwindigkeit eines auf der Oberfläche der Erde befindlichen schweren Körpers, wie er erlangt, wenn er von irgend einer gegebenen Höhe herabfällt, bestimmt werden.

Man setze, daß x irgend eine unbestimmte Entfernung von dem Mittelpunkte der Erde, und v die Geschwindigkeit des von dieser Entfernung aus fallenden Körpers sey. $\frac{1}{SB|^2}$ sey die Kraft der Schwere bey B, und folglich $\frac{1}{xx}$ seine Kraft bey der Entfernung x. so ist zuerst offenbar, daß, nachdem der fallende Körper bey der Entfernung x angekommen, und dann ferner durch einen unendlich kleinen Raum wie $\dot{x}$ geht, die Zeit dieses unendlich kleinen Falls wie $\frac{\dot{x}}{v}$ seyn wird; das heißt, sie wird sich direkt wie der Raum, und verkehrt, wie die Geschwindigkeit verhalten, und der unendlich kleine Zusatz, den die Geschwindigkeit bey diesem Falle erhält, wird sich verhalten, wie die Zeit $\frac{\dot{x}}{v}$ und die beschleunigende Kraft $\frac{1}{xx}$ zusammen genommen, das heißt: $\dot{v}$ wird sich wie $\frac{\dot{x}}{vxx}$.

Es ist klar, daß, wenn die fortdauernde Wirkung der Kraft der Schwere, die Bewegung eines fallenden Körpers beschleuniget, sie die Bewegung eines aufsteigenden

verhalten; folglich wird sich $v\dot{v}$ wie $\frac{\dot{x}}{xx}$ verhalten; folglich werden die Fluenten dieser Fluxionen, welche in gleichen Zeiten erzeugt worden, gleichmäßig seyn; das heißt: $\frac{1}{2}vv$ wird sich verhalten wie $\frac{1}{SB} - \frac{1}{SA}$, oder wie $\frac{SA - SB}{SB \cdot SA}$, oder wie $\frac{AB}{SB + SA}$; vv wird sich also, da die Größen 2 und SB unveränderlich sind, wie $\frac{AB}{AS}$ verhalten.

Wenn man dies gefunden hat, so lasse man DB die Höhe seyn, von der ein Körper in der Zeit einer Sekunde auf die Oberfläche der Erde fällt, und da während eines so kleinen Falles die Stärke der Schwere als gleichförmig kann betrachtet werden, so ist es klar, daß ein Körper, der von D bis zu B fällt, eine Geschwindigkeit annehmen wird, die ihn in der Zeit einer Sekunde gleichförmig durch den Raum 2BD führen wird. Diese Geschwindigkeit lasse man 2BD bezeichnen, dann muß jede andere Geschwindigkeit durch den Raum bezeichnet werden, durch welchen ein Körper in der Zeit einer Sekunde geführt wird. Will man nun die Geschwindigkeit finden, die der Körper, da er von A bis B fiel, erlangt hat, so sage man: wie sich $\frac{DB}{DS}$ zu $\frac{AB}{AS}$ verhält, so verhält sich $4DB^2$ (als das Quadrat der bey dem Fall von D bis B erlangten Geschwindigkeit) zu $4DB + DS + \frac{AB}{AS}$ (als das Quadrat der Geschwindigkeit, die er bey dem Fall von A bis B erlangt hat) $= 4mm + \frac{AB}{AS}$, da m als ein Mittelverhältniß (mean proportional) zwischen DB und DS angenommen wird. Ein Körper also, der von A zu B fällt, erlangt eine Geschwindigkeit, die ihn in der Zeit von einer Minute durch den Raum $2m + \frac{\overline{AB|\frac{1}{2}}}{\overline{AS|\frac{1}{2}}}$ führen würde.

fortwährend zurückhalten oder langsamer machen müsse. Eine Kugel zum Beyspiele, welche aufwärts geworfen wird, wird durch die Kraft der Schwere oder des Drucks, die in einer entgegengesetzten Richtung auf sie wirket, von Grad zu Grad langsamer aufwärts steigen.

Die vorstehenden Erläuterungen, die Gesetze der Schwere oder einer Centripetalkraft betreffend, können leicht auch auf die Erklärung der Eigenschaften einer abstoßenden oder Centrifugalkraft angewendet werden, da eben diese Art zu schließen für beyde Kräfte beweisend ist, indem man blos das Wort: Anziehung gegen den Ausdruck Abstoßung, und das Wort Beschleunigung gegen den Ausdruck Verzögerung verwechseln darf. So wird nehmlich die Geschwindigkeit eines Körpers, der sich von dem Mittelpunkt der Abstoßung entfernt, in dem Verhältnisse langsamer, als die Zeit zunimmt; oder die Geschwindigkeiten verhalten sich verkehrt

Anmerkung. Bey der Bestimmung von DB und DS durch Versuche, hat sich gefunden, daß 2m ohngefähr sieben englische Meilen beträgt.

Erstes Corollarium. Wenn AB unendlich ist, so wird die Größe $\frac{AB}{AS}$ Eins gleich, und kann also bey der Frage nicht mehr in Anschlag kommen, und daher wird ein Körper, der von einer unendlichen Höhe fällt, auf der Oberfläche der Erde nur eine endliche Geschwindigkeit bekommen, nehmlich eine solche, die ihn in der Zeit von einer Sekunde gleichförmig durch sieben Meilen bringen wird.

Zweytes Corollarium. Daher wird, umgekehrt, ein Körper, der mit einer solchen Geschwindigkeit aufwärts geworfen wird, nie zurückkehren, sondern immer aufwärts steigen.

Drittes Corollarium. Auf eben die Art kann man die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers bestimmen, das Gesetz der Schwere sey auch, welches es wolle.

wie die Zeiten. Auch die Räume nehmen ab, oder verhalten sich verkehrt, wie die Quadrate der Zeiten.

Wenn ein Körper in perpendikulärer Richtung aufwärts, das ist, in einer geraden Richtung von dem Mittelpunkt der Erde, mit einer Geschwindigkeit, die er in einer gegebenen Zeit durch den Fall erlangt, geworfen wird, so gelangt er in derselben Zeit zu eben der Höhe, von welcher er fiel, und verliert sein Moment. Und wenn Körper in perpendicularer Richtung aufwärts geworfen werden, so verhält sich die Höhe ihres Aufsteigens wie die Quadrate der Zeiten ihres Aufsteigens.

Anmerkung. In diesem Kapitel ist keine Rücksicht auf den Widerstand genommen worden, den die Luft der Bewegung der Körper entgegensetzt. T.

Sechstes Kapitel.

Von der Art, die Lage des Mittelpunkts der Schwere mit Gewißheit zu bestimmen, und Aufzählung der vorzüglichsten Eigenschaften desselben.

Da in dem vorhergehenden Kapitel ein Begriff von dem Mittelpunkte der Schwere gegeben, und das Wesen desselben bestimmt worden ist, so will ich in dem gegenwärtigen die Methode angeben, seine Lage sowohl in einem System von Körpern, als auch in einem einzelnen Körper oder einer einzelnen Figur zu finden, worauf ich dann seine verschiedenen Eigenschaften angeben werde, deren Kenntniß bey dem Studium der Naturlehre, und besonders der Maschinenlehre von der größten Wichtigkeit ist.

Wenn der gemeinschaftliche Mittelpunkt der Schwere von zwey Körpern, deren Größe der Materie und der Entfernung von einander bekannt ist, soll bestimmt werden, so zieht man eine gerade Linie von dem Mittel-

punkt der Schwere des einen dieser Körper A Fig. 10. Taf. 1. zu dem Mittelpunkte der Schwere des andern derselben B, (von welchen Mittelpunkten wir vor der Hand annehmen, daß sie bekannt seyen, da wir gegenwärtig zeigen wollen, wie man den Mittelpunkt der Schwere eines einzelnen Körpers finden soll.) Dann theilt man diese Linie in E, so daß ihre Theile BE, AE etwa dasselbe Verhältniß zu einander haben, wie A zu B, so ist E der gesuchte Mittelpunkt. Man nehme zum Beyspiele an, daß A drey Pfund wiege, B zwey Pfund, und daß die Entfernung AB zwanzig Fuß betrage. Dann sage man: Wie sich drey zu zwey verhält, so verhält sich BE zu AE; dann sage man bey der Verbindung (Euklid. S. 18. B. 5.) wie sich 3 plus 2, das heißt 5 zu 2 verhält, so verhält sich BE plus AE, das heißt: 20 Fuß zu einem verhältnißmäßigen Viertheil, (fourth proportional), welches nach der gewöhnlichen Regel de Tri 8 und AE gleich ist, so daß der Mittelpunkt der Schwere oder der Schwerpunkt E 8 Fuß von A entfernt ist.

Wenn der Mittelpunkt der Schwere von drey Körpern, wie A, B und D Fig. 11. Taf. 1. sind, und deren Größen der Materie und der Entfernungen bekannt sind, soll bestimmt werden, so muß man zuerst den Mittelpunkt der Schwere E zwischen zweyen dieser Körper, zum Beyspiele, zwischen A und B, nach der oben angegebenen Methode finden. Dann muß man annehmen, daß die zwey Körper A und B beyde mit einander in dem Punkte E verbunden seyen, (collected) und endlich den Mittelpunkt der Schwere zwischen E und D finden, welches dann der Mittelpunkt der Schwere der drey Körper ist. Man ziehe also die gerade Linie DE, dann sage man, wie sich die Summe der Materie in A und B zu der Materie in D verhält, so verhält sich DC zu CE, und weiter sage man nach der Regel der Zusammensetzung: (by compolition) wie sich die Summe der Ma;

terie in A, B und D zu D verhält, so verhält sich D E zu C E, welches C als den gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Schwere der drey Körper giebt.

Auf eben die Art kann der Schwerpunkt von vier oder mehr Körpern gefunden werden, indem man sich nehmlich die Materie von drey Körpern, in dem gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Schwere dieser drey Körper verbunden denkt, und dann den gemeinschaftlichen Mittelpunkt oder Schwere des zuletzt erwähnten Mittelpunktes und des vierten Körpers findet, u. s. w.

Den Mittelpunkt der Schwere eines einzelnen Körpers kann man leicht auf folgende allgemeine Methode bestimmen. Man nimmt nehmlich an, daß der Körper in zwey oder mehrere Theile getheilt sey, und sucht dann den gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Schwere dieser gleichen Theile, welches dann der Mittelpunkt der Schwere des Körpers selbst ist. Bey gewissen regelmäßigen Figuren aber, wie zum Beyspiele eine zirkelrunde Oberfläche, oder ein Sphäroid, oder ein Würfel ist, ist es einleuchtend, daß der Mittelpunkt der Figur den Mittelpunkt der Schwere decken müsse. Denn wenn man zum Beyspiele die Fläche des Zirkels Fig. 12. Taf. 1. in zwey gleiche Theile A D B und A E B theilt, so ist es einleuchtend, daß der Mittelpunkt der Schwere dieser gleichen Theile, irgendwo in der Linie A B liegen müsse, und wenn man die Fläche, vermittelst der Durchschneidung des Zirkels nach irgend einer anderen beliebigen Richtung, etwa nach E D, in zwey andere gleiche Theile E A D und D B E theilt, so ist es klar, daß der Mittelpunkt der Schwere dieser zwey Theile irgendwo in dem Durchschnitte E D liegen müsse; der Mittelpunkt der Schwere des Zirkels muß also in der Durchschneidung der beyden Durchschnitte A B und E D, nehmlich in C liegen, welches also der Mittelpunkt des Zirkels ist.

Den Mittelpunkt der Schwere in einem geradlinigten flachen Dreyeck, wie das A B D Fig. 13. Taf. 1. ist, kann

man dadurch leicht finden, daß man zwey seiner Seiten, etwa AD und BD und zwar jede bey F und E, in zwey gleiche Theile theilet und dann, von diesen Theilungspunkten aus, gerade Linien nach den entgegengesetzten Winkeln zieht, indem dann der Durchschnitt Q dieser beyden Linien C der Mittelpunkt der Schwere des Dreyecks ist. Denn, da die Linie AE das Dreyeck in zwey gleiche Theile theilt*), so muß der gemeinschaftliche Mittelpunkt der Schwere dieser beyden Theile irgendwo in der Linie AE, und aus eben dem Grunde der gemeinschaftliche Mittelpunkt der Schwere der zwey Theile ABF und FBD irgendwo in der Linie BF liegen, der Mittelpunkt der Schwere des ganzen Dreyecks also, muß in C dem Durchschnitte der zwey Linien AE und BF seyn.

Den Mittelpunkt der Schwere einer Figur, die durch mehr als drey gerade Linien bestimmt ist, wie durch ABCDE Fig. 14. Taf. 1. findet man dadurch, daß man sie nach Gutdünken in irgend eine Anzahl von Dreyecken theilt, wie ABC, BCF, DFE, dann den Mittelpunkt der Schwere eines jeden Dreyecks sucht und endlich den gemeinschaftlichen Mittelpunkt aller dieser Dreyecke findet, welches auf eben die Art geschieht, wie oben der Mittelpunkt der Schwere zwischen drey oder mehr Körpern bestimmt wurde. Und auf ähnliche Art kann man also den Mittelpunkt der Schwere unregelmäßiger Körper finden.

Es giebt indessen doch auch verschiedene Figuren, deren Mittelpunkt der Schwere nicht leicht vermittelst der oben beschriebenen Methode, wenigstens nicht mit großer Genauigkeit, kann gefunden werden. Aber ein allgemeiner anwendbare und genaue Methode den Mittelpunkt Schwere zu finden, giebt uns die Lehre von den

*) Euklid. S. 1. B. 6.

Fluxionen, und ich theile sie den Lesern in der Note mit *).

*) Man nehme an, daß auf der Linie A B Fig. 15 Taf. 1. bey D, E, F, G, H, eben so viele Gewichte befestiget worden; der gemeinschaftliche Mittelpunkt dieser Linie und dieser Gewichte sey C: so daß, wenn der Punkt C auf einer Stütze ruht, keins von den über ihn herausragenden Enden ein Uebergewicht bekömmt und also die ganze beladene Linie vollkommon im Gleichgewicht bleibt.

Es ist im Vorhergehenden gezeigt worden, daß das Moment oder das Gewicht eines jeden Körpers, oder der Hebel, wie H (in dem nämlich der Körper als bey H aufgehängt gedacht wird,) der das entgegengesetzte Ende der Linie A hebet, durch das Produkt seiner Größe der Materie multiplicirt mit seiner Entfernung von der Stütze (Unterlage, Hypomochlium), oder dem Mittelpunkt der Schwere C, ausgedrückt wird, zum Beyspiel durch H . HC, (denn durch die Buchstaben D, E, F u. s. w. werden die Gewichte der einzelnen Körper bezeichnet.) Es folgt also daher, daß, weil die Linie mit allen ihren Gewichten im vollkommensten Gleichgewichte ist, die Summe aller der Momente, aller der Gewichte, die auf der Einen Seite von C befindlich sind, der Summe aller der Momente die sich auf der andern Seite von C befinden, gleich seyn müsse. Also: $H . HC + G . GC + F . FC = D . DC + E . EC$; das ist: $H . BC - BH + G . BC - BG + F . BC - BF = E . EB - BC + D . DB - BC$; oder $H . BC - H . BH + G . BC - G . BG + F . BC - F . BF = E . EB - E . BC + D . DB - D . BC$. Dann bekömmt man durch Versetzung: $H . BC + G . BC + F . BC + E . BC - D . BC = H . BH + G . BG + F . BF + E . EB + D . DB$; aus welcher Gleichung vermittelst der Division

$$BC = \frac{H . BH + G . BG + F . BF + E . EB + D . DB}{H + G + F + E + D}$$

wird, welches zeigt, daß die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere C von dem äußern Ende B dem Quotienten der Summe der Produkte aller der Gewichte, diese jedes

Die Haupteigenschaften des Mittelpunkts der Schwere sind folgende.

durch seine Entfernung von B multiplicirt, und mit der Summe aller Gewichte dividirt, gleich ist.

Aus obigen leiten wir nun folgende allgemeine Regel zur Auffindung des Mittelpunkts der Schwere in einem Systeme von Körpern ab: Man nehme an dem Einen Ende des Systems einen Punkt an; multiplicire das Gewicht eines jeden Körpers durch seine Entfernung von diesem Punkte; dividire die Summe der Produkte durch die Summe der Gewichte so wird der Quotient die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem angenommenen Punkte geben.

Man muß hierbey bemerken, daß, wenn der oben erwähnte Punkt, nicht an einem Ende des Systems, sondern an irgend einer andern Stelle zwischen den Körpern, etwa zwischen *D* und H Fig. 15. Taf. 1. genommen worden, dann die Produkte durch ihre respektiven Entfernungen von der an der einen Seite des angenommenen Punktes befindlichen Körpern, als negativ müssen betrachtet werden, während die anderen als positiv betrachtet werden, aber sie müssen alle nach der gewöhnlichen algebraischen Regel der Addition für positive und negative Quantitäten oder Größen, zusammen addirt werden. Dann giebt das Resultat davon, je nachdem es positiv oder negativ ausfällt, die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem angenommenen Punkte, entweder an der positiven oder negativen Seite dieses Punktes.

Man kann diese Regel auch auf solche Fälle, die einzelne Körper betreffen, anwenden, um, zum Beyspiele, den Mittelpunkt der Schwere eines Dreyecks, eines Kegels, einer Kugel u. s. w. zu finden, wenn man sich die angenommene Figur in eine unendliche Anzahl von Theilen getheilt denkt; denn durch die Methode der Fluxionen*) kann die Summe

*) Flurion bedeutet in eine unendlich kleine Größe, die unendlich mal genommen, einer gegebenen Größe gleich ist.

1. Wenn zwey Körper vermittelst einer unbeugsamen Schnur oder Ruthe, wie A B Fig. 27. Taf. 1. verbun-

sowohl der Momente, als auch der Gewichte aller dieser Theile leicht bestimmt werden.

Man lasse, zum Beyspiele, die Figur eine Fläche wie A *D* C Fig. 16. Taf. 1. seyn, deren Axe A *B* ist, und deren Theile mit Schwere begabt seyn sollen. Dann denke man sich, daß diese Figur in eine unendliche Anzahl von Gewichten F G, f g, u. s. w. die alle perpendikular, oder alle geneigt nach der Axe A *B* gerichtet sind und lasse x die Entfernung A E von dem kleinen Gewichte F G von A seyn. Dann bezeichne man die Breite eines dieser Gewichte durch $\dot{x}$, (als der Flurion der Axe A E); so daß also eines dieser unendlich kleinen Gewichte durch F G . $\dot{x}$ ausgedrückt wird, dessen Fluent, wenn x der ganzen Axe AB gleich wird, die Summe aller Gewichte giebt. Ferner, wenn eins dieser Gewichte durch seine Entfernung von A multiplicirt wird, so drückt das Produkt F G . $\dot{x}$. x das Moment desselben aus, und der Fluent dieses ausgedrückten Moments ist, wenn x der ganzen Axe A *B* gleich wird, die Summe aller Momente. Zufolge der allgemeinen Regel also, wird, wenn der Fluent von F G . x $\dot{x}$ durch den Fluenten von F G . $\dot{x}$ dividirt wird, der Quotient die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von A auf der Axe A *B* ausdrücken.

Ist die Figur ein fester Körper (Solid) so nehme man an, daß sie in eine unendliche Anzahl von Durchschnitten, oder kleinen Gewichten getheilt sey, die alle perpendicular oder alle geneigt, nach der Axe gehen; allein anstatt das Zeichen, welches einen dieser Durchschnitte bezeichnet, bey F G zu setzen, setze man es vielmehr in die erwähnten Flurions Bezeichnungen und verfahre dann, wie oben gezeigt worden. Oder, welches einerley ist, man nenne einen dieser Durchschnitte S, dann dividire man den Fluenten von S . $\dot{x}$ durch den Fluenten von S $\dot{x}$ so wird der Quotient den Mittelpunkt der Schwere geben.

Die einzige Schwierigkeit die bey dieser Berechnung statt hat, verursacht die Auffindung des Werthes von G F, oder von

den sind und die Schnur oder Ruthe mit einer Stütze (oder, wie man gewöhnlich sagt) mit einem fulcrum,

dem oben erwähnten Durchschnitt S in einer festen Figur, welcher, vermittelst der Gleichung der Figur, durch Formeln (terms) muß ausgedrückt werden, in welchen x der einzige veränderliche Buchstabe ist. Allein die folgenden Beyspiele werden die Art des Verfahrens ins Licht setzen.

Erstes Beyspiel. Den Mittelpunkt der Schwere einer geraden Linie, oder eines sehr dünnen Cylinders AB, Fig. 17. Taf. 1. zu finden, dessen Theile als schwer angenommen werden können.

Man nenne die Länge derselben AB, e und nehme an daß die Linie in eine unendliche Zahl kleiner Theile oder Gewichte getheilt sey. Einer dieser Theile werde blos mit $\dot{x}$ bezeichnet, (denn die Breite FG gilt für nichts,) und der Fluent von x sey x. Auch werde das Moment eines dieser Theilchen durch $x\dot{x}$ ausgedrückt, dessen Fluent $\frac{1}{2}x^2$ sey; so bekömmt man, wenn man den letzteren Fluenten durch den ersteren dividirt, $\frac{\frac{1}{2}x^2}{x}$, welches wenn $x = e$, $\frac{\frac{1}{2}e^2}{e}$ oder $\frac{e}{2}$ wird und zeigt, daß der Mittelpunkt der Schwere bey C, in der Mitte der Linie ist; das heißt: daß seine Entfernung von jedem Ende der Linie, der Hälfte der Länge derselben gleich ist.

Zweytes Beyspiel. Den Mittelpunkt der Schwere in einem Dreyeck ABC Fig. 18. Taf. 1. zu finden, wo die Axe AD = a, die Basis BC = b ist. EF ist mit der Basis parallel und = y und AO soll x genannt werden.

Die Aehnlichkeit der Dreyecke giebt AD: BC :: AO: EF, also: a: b :: x: $\frac{bx}{a} = y$. Das unendlich kleine Gewicht EF ist also durch $y\dot{x}$, oder $\frac{b\dot{x}x}{a}$ bezeichnet, dessen Fluent $\frac{bx2}{2a}$ ist; welcher, (wenn x der ganzen Axe AD

das unter den Mittelpunkt der Schwere C angebracht wird, unterstützt wird, so werden die Körper unbeweglich bleiben.

gleich ist), $\frac{ba^2}{2a}$ oder $\frac{ba}{2}$ wird. Auch das Moment des kleinen Gewichtes $\frac{bx\dot{x}}{a}$ ist durch $\frac{bx^2\dot{x}}{a}$ bezeichnet wovon der Fluent $\frac{bx^3}{3a}$ oder wenn x AD gleich ist, $\frac{ba^2}{3}$ ist. Dann giebt $\frac{ba^2}{3}$ dividirt mit $\frac{ba}{2}$ den Quotienten $\frac{2a}{3}$, welches die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem Scheitel A ist, nämlich: $\frac{2}{3}$ von der Axe AD.

Es ist wohl kaum nöthig zu erinnern, daß der Mittelpunkt der Schwere nothwendig in der Axe seyn müsse.

Drittes Beyspiel. Den Mittelpunkt der Schwere bey einer parobolischen Figur ABC Fig. 19. Taf. 1. zu finden.

Man nehme die Axe AD $=$ a; die Abscisse AF $=$ x und die Ordinate EF $=$ g, an. Wir wissen, daß bey Kegeln das Quadrat der Ordinate EF dem Produkte des Parameters mit der Abscisse multiplicirt, gleich ist, also: $y^2 = px$, daher $y = p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$ und $EG = 2y = 2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$; welches mit $\dot{x}$ multiplicirt, also: $2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \dot{x}$ eines der unendlich kleinen Gewichte giebt, in welche die parabolische Figur zertheilt angenommen wird, und der Fluent davon $\frac{2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}}{\frac{3}{2}}$ oder $\frac{4}{3} p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}}$ giebt die Summe aller dieser Gewichte. Ferner: $2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \dot{x}\, x$, oder $2p^{\frac{1}{2}} \dot{x}^{\frac{3}{2}} \dot{x}$ ist das Moment des kleinen Gewichts, dessen Fluent, der die Summe aller Momente bezeichnet, ist $\frac{2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}$ oder $\frac{4}{5} p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}}$ dividirt man dann den letzten Fluenten mit dem ersteren, so bekömmt man $\frac{4}{5} p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}} \div \frac{4}{3} p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{5} x$, oder, wenn x der ganzen Axe AD gleich ist, $= \frac{3}{5}$ a; so daß der Mittelpunkt der Schwere von dem Scheitel A, $\frac{3}{5}$ der ganzen Axe AD entfernt ist.

In dieser Lage wird keiner der beyden Körper mehr Neigung zur Erde haben, als der andere; denn da C ihr

Viertes Beyspiel. Den Mittelpunkt der Schwere eines rechten Kegels ABC Fig. 20 Taf. 1. zu finden.

Man nehme die Axe oder Höhe AD $=$ a; den Durchschnitt der Basis BC $=$ b; die Abscisse AO $=$ x und die Ordinate EO $=$ y an.

Dann hat man durch die Aehnlichkeit der Dreyecke AOE ADB, AD:DB:: AO:EO; also: $a : \frac{b}{2} :: x : y = \frac{bx}{2a}$, und wenn man c als den Umfang eines Zirkels annimmt, dessen Durchmesser die Einheit ist, so wird der Umfang eines Cirkels, dessen Durchmesser EF oder 2y ist, 2cy seyn, dessen Fläche ist $2cy \cdot \frac{1}{2}y$, also: cy^2, oder, wenn man $\frac{bx}{2a}$ statt y setzt, $\frac{cb^2x^2}{4a^2}$ Also giebt $\frac{cb^2x^2}{4a^2} \cdot x$ eines der unendlich kleinen Gewichte, in welche der Kegel als zertheilt angenommen wird, und der Fluent davon $\frac{cb^2x^3}{12a^2}$ ist die Summe aller dieser Gewichte. Ferner: $\frac{cb^2x^2}{4a^2} \cdot x \cdot x$ ist das Moment des kleinen Gewichts und dessen Fluent $\frac{cb^2x^4}{16a^2}$ ist die Summe aller Gewichte. Dividirt man dann den letzten Fluenten durch den ersten, so bekömmt man $\frac{cb^2x^4}{16a^2} \div \frac{cb^2x^3}{12a^2} = \frac{3}{4}x$, oder, wenn x der ganzen Axe AD gleich wird, $\frac{3}{4}a$; welches zeigt, daß die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von A auf der Axe AD $\frac{3}{4}$ der ganzen Axe AD gleich ist.

Fünftes Beyspiel. Den Mittelpunkt der Schwere einer Halbkugel ABO Fig. 21. Taf. 1. zu finden.

Man nehme an, die Axe oder der Halbdurchmesser AD sey $=$ a; DP, $=$ x; und MP, welches der Basis parallel ist, $=$ y. Da dann PMD ein rechtwinklichtes Dreyeck ist, so bekömmt man: $\overline{MP}|^2 = \overline{MD}|^2 - \overline{DP}|^2$, also: $yy = a^2 - x^2$. Und nimmt man c als den Umfang

gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere ist, so verhalten sich die Entfernungen AC und CB umgekehrt, wie die Gewichte dieser Körper; nämlich AC verhält sich zu CB wie sich der Körper B zu dem Körper A verhält. Sollte aber nun die Linie aus ihrer Lage AB und n die Lage FE gebracht werden, so würde der Körper B den Bogen BE und der Körper A den Bogen AF beschreiben, welche Bogen die Geschwindigkeiten dieser Körper geben, da sie die Räume sind, durch welche sie sich in einerley Zeit bewegen. Die Geometer haben aber bewiesen, daß diese Bogen dasselbe Verhältniß zu einander haben, als die Radii oder Entfernungen CB, CA; nämlich: BE verhält sich zu AF, wie sich BC zu AC verhält,

eines Zirkels an, dessen Durchmesser Eins ist, so wird der Umfang eines Zirkels, dessen Durchmesser EM oder 2 y ist, $2cy$ und dessen Fläche $2cy \cdot \frac{1}{2} y$, also cy^2 oder wenn man statt yy dessen oben gefundenen Werth, also $a^2 - x^2$ setzt, $ca^2 - cx^2$ seyn, und dies ist ein Durchschnitt der Halbkugel, welcher der Basis parallel ist. Ferner, $(ca^2 - cx^2) \cdot \dot{x}$ ist eins der unendlich kleinen Gewichte, in welche die Halbkugel als getheilt angenommen wird, und dessen Fluent $ca^2 x - \frac{cx^3}{3}$, ist die Summe aller dieser Gewichte. Weiter ist $(ca^2 - cx^2) \cdot x\dot{x}$ die Fluxion des Moments des kleinen Gewichts und dessen Fluent, nämlich $\frac{ca^2x^2}{2} - \frac{cx^4}{4}$ ist die Summe der sämmtlichen Momente. Und wenn x der ganzen Axe AD gleich ist, so werden diese zwey Fluenten $(ca^3 - \frac{ca^3}{3}$ oder $\frac{3ca^3 - ca^3}{3}$, oder $\frac{2ca^3}{3}$ und $\frac{(ca^4}{2} - \frac{ca^4}{4}$ oder $\frac{2ca^4 - ca^4}{4}$ oder $)\frac{ca^4}{4}$, dividirt man dann den letzten Fluenten durch den ersteren, so bekömmt man $\frac{ca^4}{4} \div \frac{2ca^3}{3} = \frac{3ca^4}{8ca^3} = \frac{3}{8}$ a. So daß der Mittelpunkt der Schwere von dem Punkte D, $\frac{3}{8}$ der Axe oder des Radius AD entfernt ist.

und es ist oben gezeigt worden, daß sich BC zu AC wie der Körper A sich zu dem Körper B verhält; daraus folgt also, daß sich der Bogen BE zu dem Bogen AF verhält, wie sich der Körper A zu dem Körper B verhält. Von vier verhältnißmäßigen Größen aber ist das Produkt der äußersten Glieder dem Produkte der Mittleren gleich; daher ist das Produkt des Körpers B multiplicirt mit dem Bogen BE (der das Moment von B ausmacht,) gleich dem Produkte des Körpers A multiplicirt mit dem Bogen AF, (welcher das Moment von A ausmacht,); so daß diese Körper, da ihre Momente gleich sind, einander das Gleichgewicht halten und folglich in Ruhe bleiben werden. Es ist einleuchtend, daß diese Art zu schließen auf den gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Schwere irgend einer Anzahl von Körpern und auch auf den Mittelpunkt der Schwere eines einzelnen Körpers, kann angewandt werden; nämlich: daß, wenn ein System von Körpern, die unter einander verbunden sind, oder ein einzelner Körper, mit dem Mittelpunkt der Schwere auf eine Stütze gesetzt wird, dieses System, oder dieser einzelne Körper, auf demselben vollkommen im Gleichgewichte und so fest bleiben wird, als wenn er auf einer flachen oder ebenen horizontalen Oberfläche läge.

II. Der Zustand, es sey nun der der Ruhe oder der Bewegung, eines gemeinschaftlichen Mittelpunktes der Schwere von zwey Körpern; wird nicht durch die Einwirkung dieser beyden Körper auf einander verändert.

Denn, man nehme in dem ersten Falle an, daß der Mittelpunkt der Schwere in Ruhe sey und daß sich die beyden Körper, zufolge ihrer gegenseitigen Anziehung einander in einer gewissen Zeit nähern; so folgt nach der vorhergehenden Theorie, daß sich die Räume, durch welche sie sich bewegen, umgekehrt, wie ihre Gewichte verhalten müssen, und daß folglich die zwischen ihren letzten Lagen und dem Mittelpunkt der Schwere übrig bleibenden Räu-

me, eben dasselbe Verhältniß zu einander behalten werden, als die ursprünglichen Entfernungen; der Mittelpunkt der Schwere wird also nicht von seiner ursprünglichen Stelle verschoben werden. Ein Beyspiel wird diese Erklärung einleuchtender machen.

Man nehme an, daß der Körper A Fig. 23. Taf. 1. zwey Pfund, und der Körper B sechs Pfund wiege. Die Entfernungen dieser Körper von dem Mittelpunkte der Schwere C, verhalten sich umgekehrt wie die Gewichte dieser Körper, nehmlich: BC ist zehn Fuß, und AC dreyßig Fuß, (also eins zu drey,) weil sich die Gewichte wie drey zu eins verhalten. Nun nehme man an, daß diese Körper, zu Folge ihrer gegenseitigen Anziehung, anfangen, sich gegen einander zu bewegen, und daß, wenn B in einer Minute zu der Stelle D, nachdem er über die Entfernung BD, die einem Fuße gleich ist, gegangen, gelangt ist, der Körper A in der nehmlichen Zeit über drey Fuß habe gehen müssen, und bey E müsse angekommen seyn; dann ziehe man BD von BC ab, das heißt: einen Fuß von zehn Fuß, so bleibt DC, welches neun Fuß gleich ist; und dann ziehe man auch AE von AC, also drey Fuß von dreyßig Fuß ab, so bleibt CE, welches sieben und zwanzig Fuß gleich ist, übrig. Diese beyden überbleibenden Entfernungen nun, nehmlich 9 und 27, verhalten sich zu einander wie eins zu drey; also u. s. w.

Im zweyten Falle, wenn zwey Körper zugleich mit ihrem Mittelpunkte der Schwere in Bewegung sind, kann die besondere Bewegung, die von ihrer gegenseitigen Anziehung entsteht, den Lauf ihres gemeinschaftlichen Mittelpunktes der Schwere nicht verändern, weil sie sich, wie oben schon ist gesagt worden, gegen den Mittelpunkt C in dem umgekehrten Verhältniß, wie ihre Gewichte bewegen müssen.

III. Eben diese Art zu schließen, kann offenbar auch auf die Fälle mit drey, oder vier, oder, mit einem Worte, auf jede beliebige Anzahl von Körpern angewendet werden, und eben so auch auf den Fall der Abstoßung, indem man in dem letzteren Falle nur den Ausdruck: Mittelpunkt der Anziehung, in den: Mittelpunkt der Abstoßung zu verändern braucht, und die Bewegung der Körper nicht gegen diesen Mittelpunkt, sondern von demselben rechnet. So kann man also den allgemeinen Schluß machen: daß der Zustand des gemeinschaftlichen Mittelpunkts der Schwere von mehreren Körpern, nicht durch die gegenseitige Einwirkung dieser Körper auf einander verändert werde.

IV. Wenn zwey beliebige Körper, mit gleichen oder ungleichen Geschwindigkeiten, nach einerley Stelle gezogen werden, so wird die Summe der Momente der beyden Körper dem Momente gleich seyn, das entstehen würde, wenn sich beyde Körper mit der Geschwindigkeit ihres gemeinschaftlichen Mittelpunkts der Schwere bewegen würden.

Wenn die Geschwindigkeiten der Körper A und B gleich sind, so ist die Richtigkeit der Behauptung an sich klar, denn dann muß sich ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere mit der nehmlichen Geschwindigkeit bewegen. Allein die Geschwindigkeiten mögen nun gleich oder ungleich seyn, so kann die Behauptung oder der Satz leicht bewiesen werden *).

*) Man lasse A und B Fig. I. Taf. II. zwey Körper seyn, die sich gegen D bewegen. C sey ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere, und indes sich A bis zu a bewegt, soll sich B bis b und C bis c bewegen. Da nun die Räume Aa, Bb und Cc die respectiven Geschwindigkeiten der beyden Körper und ihres Mittelpunkts der Schwere ausdrücken, so ha-

V. Wenn zwey Körper nach entgegengesetzten Seiten gezogen werden, so wird die Differenz oder der Unterschied ihrer Momente gegen diese entgegengesetzten Seiten,

ben wir weiter nichts zu beweisen, als daß die Summe der Produkte von A multiplicirt mit Aa und von B, multiplicirt mit Bb, dem Produkte A plus B multiplicirt mit Cc gleich ist; also daß $A . Aa + B . Bb = \overline{A + B} . Cc$.

Da C der Mittelpunkt der Schwere ist, so verhält sich A zu B, wie BC sich zu AC, und wie bc sich zu ac verhält. Dann wechselnd: BC:bc::AC:ac, und umgekehrt BC:BC — bc::AC:AC — ac. Aber BC — bc ist gleich Cc — Bb; Und AC — ac ist gleich Aa — Cc; also BC:AC::Cc — Bb:Aa — Cc. Es ist aber oben gezeigt worden, daß A:B::BC:AC; also A:B :: Cc — Bb:Aa — Cc. Da nun von vier verhältnißmäßigen Größen das Produkt der äußersten Glieder dem Produkte der mittleren gleich ist, so haben wir $A . Aa - A . Cc = B . Cc - B . Cc - B . Bb$, und durch Versetzung $A . Aa + B . Bb = \overline{A + B} . Cc$.

Wenn sich die Körper nicht auf einerley gerader Linie bewegen, ist der Beweis der nehmliche, mit der einzigen Ausnahme jedoch, daß in diesem Falle die Geschwindigkeit nicht auf den Weg, den die beyden Körper wirklich beschrieben haben, sondern auf den Weg ihres gemeinschaftlichen Mittelpunkts der Schwere muß gerechnet werden. Man nehme zum Beyspiele an, daß sich die Körper A und B Fig. 2. Taf. II. gegen D bewegen, indes sich ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere C auf der Linie CD bewegt; ferner: daß sich diese Körper in einer gewissen Zeit respektive bis zu a und b bewegt haben, und daß sich zu der nehmlichen Zeit ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere von C bis zu c bewegt habe.

Von A, B, a und b ziehe man (drop) BH, AF, ag und bK, welche alle perpendicular mit HD, der Richtung des Mittelpunkts der Schwere sind. Dann bezeichnet Fg die Geschwindigkeit von A, und HK die Geschwindigkeit von B, denn das ist die wahre Annäherung, welche die Körper gegen D gemacht haben. Nun haben wir folgende

(welcher der Summe ihrer Momente gegen die nehmliche Seite gleich ist,) demjenigen Momente gleich seyn, welches entstehen würde, wenn beyde Körper mit der Geschwindigkeit ihres gemeinschaftlichen Mittelpunkts der Schwere gegen die nemliche Seite gezogen oder geführt würden *).

Proportionen: A : B :: BC : AC :: (da die rechtwinkelichten Dreyecke ACF, BCH gleich winklicht, und folglich ähnlich sind, nach Euklid. Th. 15. B. I. und Th. 4. B. VI.) H C : CF :: Kc : cg. Dann ist der fernere Beweis eben so, wie bey dem vorhergehenden Falle.

*) Man nehme an, daß sich der Körper A. Fig. 3. Taf. II. in der nehmlichen Zeit von A zu a bewege, in welcher sich der Körper B in einer entgegengesetzten Richtung von B zu b bewegt, indes sich ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere von C zu c bewegt. Dann werden ihre respektiven Geschwindigkeiten durch Aa, Bb und Cc bezeichnet. Um nun den Satz zu beweisen, muß man beweisen, daß A multiplicirt mit Aa minus B, multiplicirt mit Bb, gleich ist A multiplicirt mit Cc plus B, multiplicirt mit Cc; oder: $A . Aa - B . Bb = (A + B) . Cc$.

Die Eigenschaft des Mittelpunkts der Schwere giebt A:B::BC:AC::bc:ac; davon der Wechselsatz (alternately) BC : bc :: AC : ac, und umgekehrt: BC : BC — bc :: AC : AC — ac. Es ist aber gezeigt worden, daß A : B :: BC : Ac; also bekömmt man durch Substitution und Alternation A : B :: BC — bc : Ac — ac.

Ferner: BC — bc ist gleich Bb + Cc und AC — ac ist gleich Aa — Cc; also: A : B :: Bb + Cc : Aa — Cc; da denn das Produkt der äußersten Glieder dieser vier Proportionalgrößen dem Produkte der mittleren gleich seyn muß, nehmlich: $A . Aa - A . Cc = B . Bb + B . Cc$; und durch Versetzung:

$$A . Aa - B . Bb = A + B . Cc.$$

VI. Was in den vorhergehenden Paragraphen in Bezug auf den Mittelpunkt der Schwere zweyer Körper ist gesagt worden, kann auch auf den Mittelpunkt der Schwere von drey, oder vier, oder, mit einem Worte: auf irgend eine beliebige Anzahl von Körpern angewendet werden. Denn aus den vorstehenden Sätzen folgt, daß man zwey oder mehrere Körper als in ihrem gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Schwere zusammen gezogen, betrachten kann, und so kann davon die Anwendung auch immer auf den Fall, daß nur zwey Körper in Anschlag kommen, gemacht werden.

Wenn man fragt: warum man bey Berechnung des Mittelpunkts der Schwere keine Rücksicht auf die Verminderung der anziehenden Kraft im Verhältniß zu den Quadraten der Entfernungen nehme? so ist die Antwort: daß, da in diesem Falle die Entfernung eine und dieselbe ist, nehmlich: die Entfernung des Körpers A von dem Körper B Fig. 22. Taf. I. ist einerley mit der Entfernung des Körpers B von A, die Berechnung dadurch nicht geändert werde *).

*) Zum Beyspiele: Wenn man sagt: daß die Anziehung von A gegen B sich verhalte, wie das Gewicht von A, dividirt durch das Quadrat der Entfernung, nehmlich: $\frac{A}{\overline{AB}|^2}$, und daß die Anziehung von B gegen A sich verhalte, wie das Gewicht von B dividirt durch das Quadrat der Entfernung, nehmlich: $\frac{B}{\overline{AB}|^2}$; so haben diese beyden Brüche einerley Nenner, $\overline{AB}|^2$, folglich ist gleichgültig, ob man saget: AC : BC :: $\frac{B}{\overline{AB}|^2}$: $\frac{A}{\overline{AB}|^2}$ oder AC : BC :: B : A.

Siebentes Kapitel.

Theorie des Stoßes bey der gleichförmigen Bewegung der Körper.

Obgleich in dem vorliegenden Theile dieses Werkes ausdrücklich nur von solchen Eigenschaften der Körper die Rede ist, welche allen ohne Unterschied zukommen, ohne auf die besonderen Eigenschaften, welche einen Körper von dem andern unterscheiden, Rücksicht zu nehmen; so ist es doch nothwendig, in diesem Kapitel einer einzigen besonderen Eigenschaft der Körper zu erwähnen, nehmlich der verschiedenen Wirkungen, die sie beym Zusammentreffen mit anderen Körpern, je nachdem sie elastisch oder nicht elastisch sind, hervorbringen. Die Bedeutung dieser beyden Ausdrücke wird sich aus folgenden Definitionen ergeben:

1. Ein vollkommen harter Körper ist derjenige, dessen Gestalt durch den Stoß oder den Schlag, den er von einem anderen Körper bekömmt, nicht im geringsten verändert wird.

2. Ein vollkommen weicher Körper ist derjenige, dessen Gestalt durch den geringsten Druck verändert wird, und der nicht im Stande ist, seine ursprüngliche Gestalt wieder anzunehmen.

3. Ein elastischer Körper ist derjenige, der dem Drucke eines anderen Körpers weichet oder nachgiebt, wenn aber der Druck aufhört, seine vorige Gestalt wieder annimmt, und er wird

4. vollkommen elastisch genannt, wenn er seine ursprüngliche Gestalt gänzlich, und mit derselben Kraft,

mit welcher er sie verlohr, wieder annimmt; sonst wird et unvollkommen elastisch genannt.

5. Man sagt: daß ein Körper in gerader Richtung oder direkt einen anderen stoße, wenn die gerade Linie, in welcher er sich bewegt, durch den Mittelpunkt der Schwere des andern Körpers geht, und mit der Oberfläche desselben perpendiculär ist.

Ob es gleich unzählige Grade oder Stufen von einem vollkommen harten Körper bis zu einem vollkommen weichen, und eben so von diesem bis zu einem vollkommen elastischen giebt; so können wir doch nicht mit Gewißheit sagen, daß es wirklich einen Körper gebe, der irgend eine der erwähnten Eigenschaften vollkommen besitze. Indessen ist doch so viel gewiß, daß es bis jetzt noch durch keinen Versuch gelungen ist, gewisse Körper durch mechanische Mittel ihrer Elasticität völlig zu berauben.

Der Gegenstand der Theorie der stoßenden Körper ist: die Momente, die Geschwindigkeiten und die Richtungen von Körpern nach ihrem Zusammentreffen zu bestimmen, und diese Theorie werde ich in den folgenden Sätzen aufstellen und erläutern. Ich muß jedoch bemerken, daß in diesem Kapitel blos die Rede von solchen Körpern ist, die sich gleichförmig bewegen, das heißt: von solchen, welche in gleichen Zeittheilen gleiche Räume beschreiben, und daß dabey angenommen wird, daß sich die Körper in einem nicht widerstehenden Medium bewegen, und keine andere Einwirkung, als die des ersten Stoßes, der sie in Bewegung setzt, dabey erleiden. Denn obgleich solche einfache und regelmäßige Bewegungen in der Natur nirgend statt haben, so können doch, wenn die Theorie derselben einmal aufgestellt ist, die verwickelten Fälle, unter denen der Widerstand des Mediums und andere widerstehende Ursachen, begriffen sind, be-

quemer untersucht und sichere, der Natur solcher Ursachen angemessene Folgerungen hergeleitet werden.

I. Wenn Körper, welche sich in einerley gerader Linie bewegen, gegen einander stoßen, so wird der Zustand ihres gemeinschaftlichen Mittelpunkts der Schwere, dadurch nicht verändert; nehmlich: er wird entweder in Ruhe bleiben, oder er wird fortfahren, sich genau in derselben geraden Linie fortzubewegen, in welcher er sich vor dem Zusammentreffen der Körper bewegte.

Dieser Satz folgt so klar aus der Lehre von den Eigenschaften des Mittelpunkts der Schwere, die in Num. II. und III. des vorigen Kapitels angegeben worden, daß es nicht nöthig ist, hier noch etwas darüber zu sagen.

II. Es werden zwey nicht elastische Körper angenommen; wenn sich nun der eine von ihnen in einer geraden Linie bewegt, indes der andere in derselben Linie im Zustande der Ruhe ist, oder sich in der nehmlichen Richtung, aber auf eine langsamere Art, oder auch in einer entgegengesetzten Richtung, nehmlich gegen den ersten bewegt; so müssen sich diese Körper nothwendig begegnen, oder gerade gegen einander stoßen, und nun nach dem Stoße entweder in Ruhe bleiben, oder sich mit einander und mit ihrem vereinigten gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Schwere fortbewegen. Ihr Moment wird nach dem Stoße der Summe ihrer Momente vor demselben, wenn sie sich nehmlich beyde in einerley Richtung fortbewegen, gleich seyn, aber es wird der Differenz ihrer Momente gleich seyn, wenn sie sich in einer entgegengesetzten Richtung fortbewegen. — Ihre Geschwindigkeit nach dem Stoße wird dem Quotienten gleich seyn, den man bekömmt, wenn man die Summe ihrer Momente, wenn sie sich beyde auf einerley Wege bewegen, oder die Differenz ihrer Momente, wenn sie sich in entgegengesetzten Richtungen bewegen, durch die Summe ihrer Größen der Materie dividirt.

Daß in einem jeden dieser Fälle die zwey Körper sich begegnen, oder gegen einander stoßen müssen, ist so sehr klar, daß es keiner weiteren Erläuterung bedarf.

Daß nach dem Stoße diese beyden Körper entweder in Ruhe bleiben, oder sich mit einander, sammt ihrem gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Schwere fortbewegen müssen, ist eben so einleuchtend; denn da die Körper nicht elastisch sind, ist keine Kraft vorhanden, welche ihre Trennung verursachen könnte.

In Ansehung des Moments ist zu bemerken, daß derjenige Theil des Moments, der bey der Begegnung zweyer Körper für den einen verlohren geht, von dem anderen angenommen wird, weil, zufolge des dritten Gesetzes der Bewegung, Wirkung und Gegenwirkung sich immer einander gleich und einander entgegengesetzt sind. Wenn sich also die Körper vor dem Stoße auf einerley Weg, bewegten, so wird ihr nach dem Stoße vereinigtes Moment der Summe ihrer Momente vor dem Stoße gleich seyn. Wenn einer von den Körpern in Ruhe war, so wird, da sein Moment Nichts gleich ist, das vereinigte Moment, dem Momente des anderen Körpers vor dem Stoße gleich seyn. Wenn sich die Körper gegeneinander bewegten, so wird ihr Moment nach dem Stoße der Differenz ihrer vorigen Momente gleich seyn; und wenn in diesem Falle ihre Momente gleich sind, so verschwindet ihre Differenz, und daher werden die Körper nach dem Stoße unbeweglich bleiben.

Der letzte Theil des Satzes ist ebenfalls einleuchtend, da bereits gezeigt worden, daß bey gleichförmiger Bewegung die Geschwindigkeit dem Quotienten des Moments, dividirt durch die Größe der Materie, gleich ist.

Wenn die Gewichte und die Geschwindigkeiten der beyden Körper, die sie vor ihrem Zusammenstoßen hatten, bekannt sind, so kann ihre Geschwindigkeit nach dem Zu-

sammenstoßen durch folgende allgemeine Methode bestimmt werden.

Man lasse A und B, Fig. 4, 5, 6 und 7. Taf. II., welche Tafel die oben erwähnten Fälle darstellt, die beyden Körper bezeichnen; C sey ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere, und D die Stelle, an der sie zusammenstoßen. Dann mache man DE, DC gleich, so daß der Punkt D zwischen C und E sey, so wird DE die Geschwindigkeit der beyden Körper nach ihrem Zusammenstoßen geben. Denn da sich die beyden Körper nach dem Zusammentreffen in Verbindung mit ihrem gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Schwere zusammen fortbewegen, und da es bey dem vorhergehenden Satze und in Num. II. des vorigen Kapitels bewiesen worden ist, daß der Zustand des gemeinschaftlichen Mittelpunkts der Schwere der beyden Körper durch ihre gegenseitige Wirkung auf einander nicht verändert worden; so muß auch die Geschwindigkeit ihres gemeinschaftlichen Mittelpunkts der Schwere nach ihrem Zusammentreffen, seiner Geschwindigkeit vor dem Stoße gleich seyn, nehmlich: DE muß CD gleich seyn, sie ist also einerley mit der Geschwindigkeit der beyden Körper nach ihrem Zusammenstoßen, weil sie sich dann beyde mit ihrem gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Schwere fortbewegen.

Was die oben erwähnten Figuren betrifft, so ist leicht einzusehen, daß die vierte den Fall darstellt: wenn sich beyde Körper auf einerley Wege bewegen; die fünfte erläutert den Fall, da B vor dem Stoße sich in dem Zustande der Ruhe befindet, und sich also die zwey Punkte B und D durchschneiden oder decken. Die sechste zeigt den Fall: wenn sich die beyden Körper gegen einander bewegen, und die siebente: wenn sich die beyden Körper mit gleichen Momenten gegen einander bewegen, in welchem Falle sie nach ihrem Zusammentreffen ruhend bleiben werden. Die respektiven Geschwindigkeiten dieser

zwey Körper werden durch alle vier Figuren, bey AD und BD bezeichnet, denn sie durchlaufen diese Entfernungen in einerley Zeit, und AB ist die Differenz dieser Geschwindigkeiten. Auch werden ihre respektiven Momente durch das Produkt des Gewichts von A multiplicirt mit AD, und das Produkt des Gewichts von B, multiplicirt mit BD, dargestellt. Das Moment, das beyde Körper nach ihrem Zusammenstoßen haben, wird durch das Produkt ihres vereinigten Gewichtes mit DE multiplicirt dargestellt *).

*) Das folgende ist ein Beyspiel von der Berechnung des ersten Falles Fig. 4. mit Zahlen, welches hinreichend seyn wird, die Art zu zeigen, wie die anderen Fälle müssen berechnet werden.

Man nehme an, daß A 10 Pfund wiege, und sich in einer Minute 4 Fuß fortbewege.

B soll 6 Pfund wiegen, und sich in einer Minute 2 Fuß fortbewegen.

Und die Entfernung AB betrage 30 Fuß.

32

Den Mittelpunkt der Schwere findet man durch folgende Formel: 16 : 32 :: 10:

$$BC = \frac{32 \cdot 10}{16} = 20 \text{ Fuß; also:}$$

$$AC = 12 \text{ Fuß.} \quad \text{(Man sehe oben.)}$$

Man nehme $BD = x$ an, so wird AD, $32 + x$ gleich seyn. Denn die Zeit, die A braucht, um sich von A bis zu D zu bewegen, ist dem Quotienten des Raums $32 + x$, durch seine Geschwindigkeit dividirt gleich, nehmlich, sie ist $\frac{32 + x.}{4}$

Und die Zeit, die B braucht, um sich von B bis zu D zu bewegen, ist dem Quotienten des Raumes x, durch die Geschwindigkeit von B dividirt gleich, sie ist nehmlich: $\frac{x}{2}$. Da aber die Körper bey D zusammenstoßen, so müssen diese Zeiten gleich seyn, das ist: $\frac{32 + x}{4} = \frac{x}{2}$; daher: $64 + 2x = 4x$ und $x = 32 = BD$.

Dann $DE = DB + BC = 32 + 20 = 52$ Fuß; das heißt: Nach dem Zusammenstoßen werden sich die zwey Körper

Da, wenn einer von den Körpern in dem Zustande der Ruhe ist, die Geschwindigkeit, nach dem Zusammentreffen, dem Quotienten der Geschwindigkeit des in Bewegung befindlichen Körpers, dividirt durch die Summe der Quantitäten oder Größen der Materie der beyden Körper, gleich ist, so folgt daraus, daß, je größer der in Ruhe befindliche Körper ist, desto kleiner die Geschwindigkeit nach dem Zusammentreffen seyn wird. Zum Beyspiele: Wenn der in Bewegung befindliche Körper A ein Pfund wiegt, und sich in der Minute einen Fuß weit fortbewegt, und der in Ruhe befindliche Körper B auch ein Pfund wiegt, so wird die Geschwindigkeit nach dem Zusammentreffen in der Minute einen halben Fuß betragen; da ein halber Fuß der Quotient eines Fußes, dividirt durch die Summe ihrer Größe der Materie, ist; nehmlich zwey Pfund.

Wenn, alles übrige gleich, B zehn Pfund wiegt, so wird die Geschwindigkeit nach dem Zusammentreffen, in der Minute der eilfte Theil eines Fußes seyn. Wenn B 100000 Pfund wiegt, so wird die Geschwindigkeit nach dem Zusammentreffen in der Minute der 10001ste Theil eines Fußes seyn, und kurz: wenn B unendlich größer ist, als A, so wird die Geschwindigkeit nach dem Zusammentreffen unendlich klein seyn, welches eben so viel ist, als sagte man: daß in diesem Falle die Körper nach dem Stoße in Ruhe bleiben werden. Und das ist der Fall, wenn ein nicht elastischer Körper gegen ein unbewegliches Hinderniß stößt.

von D zu E, also über einen Raum von 52 Fuß, in eben so viel Zeit bewegen, als jeder von ihnen braucht, um bis zu D zu gelangen, das heißt: 16 Minuten. Um also zu finden, wie viel Fuß die Körper nach ihrem Zusammentreffen in einer Minute durchlaufen haben, dividire man 52 durch 16, dann zeigt der Quotient $3\frac{1}{4}$, daß sie sich in jeder Minute über einen Raum von $3\frac{1}{4}$ Fuß bewegen werden.

III. Wenn ein in Bewegung befindlicher Körper in gerader Richtung gegen einen andern Körper stößt, so ist die Größe des Stoßes, dem, von dem stärkeren Körper bey dem Zusammentreffen verlohrnen Momente gleich.

Zufolge des dritten Gesetzes der Bewegung sind Wirkung und Gegenwirkung einander gleich und entgegen; das Moment also, das der eine Körper verliert, bekömmt der andere. Oder die Größe dieses angenommenen Moments, (welches die Wirkung des Stoßes ist,) verhält sich wie das von dem stärkeren Körper verlohrne Moment; da die Größe der wirkenden Kraft durch die Größe der hervorgebrachten Wirkung bestimmt wird.

IV. Wenn ein gegebener Körper gerade gegen einen andern gegebenen aber ruhenden Körper stößt, so steht die Größe des Stoßes mit der Geschwindigkeit des ersten Körpers im Verhältniß. — Wenn sich der zweyte Körper in eben der Richtung, wie der erste, aber auf eine langsamere Art bewegt, so wird die Größe des Stoßes die nehmliche seyn, als wenn der zweyte Körper stille stände, und der erste mit einer Geschwindigkeit, welche der Differenz ihrer Geschwindigkeiten gleich wäre, auf ihn stieße. — Und endlich: Wenn sich die Körper gerade gegen einander bewegen, so ist die Größe des Stoßes die nehmliche, als wenn einer der Körper still stände, und der andere mit der Summe ihrer Geschwindigkeiten auf ihn stieße.

Das Moment eines gegebenen Körpers steht mit seiner Geschwindigkeit im Verhältniß; denn bey einer doppelten Geschwindigkeit ist auch das Moment doppelt, bey einer dreyfachen Geschwindigkeit ist es dreyfach — und so fort. Es muß also, so lang der Körper der nehmliche bleibt, die Größe des Stoßes, weil sie mit dem Momente im Verhältniß steht, ebenfalls mit der Geschwindigkeit im Verhältnisse stehen. Und wenn einer der Körper ruhet, so steht die Größe des Stoßes augenscheinlich

mit der Geschwindigkeit des in Bewegung befindlichen Körpers im Verhältniß.

V. Aus der vorhergehenden Theorie folget, daß die gegenseitigen Wirkungen von Körpern, welche in einen gewissen Raum eingeschlossen sind, genau die nehmlichen sind, dieser Raum möge nun ruhen, oder sich gleichförmig und in gerader Richtung bewegen.

Denn, wenn die Bewegung des Raums die Geschwindigkeit solcher in ihm befindlichen Körper, die sich auf demselben Wege bewegen, vermehret, so entzieht sie einen gleichen Theil der Geschwindigkeit solchen Körpern, die sich in ihm auf dem entgegengesetzten Wege bewegen. So gehen in einem Schiffe alle Bewegungen der darinne befindlichen Körper auf die nehmliche Art vor sich, und dieselben Wirkungen werden an allen hervorgebracht, das Schiff mag in Ruhe seyn, oder sich gleichförmig fortbewegen.

Der aufmerksame Leser wird bemerkt haben, daß bey der Erklärung der vorstehenden Fälle, die Entfernungen von den Mittelpunkten der Körper an sind berechnet worden; und es ist also augenscheinlich, daß die Dicke der Körper von diesen Entfernungen muß abgezogen werden, denn die Körper stoßen nicht mit ihren Mittelpunkten, sondern mit ihren Oberflächen gegen einander. Indessen muß man doch bemerken, daß, wenn die Entfernungen sehr groß, und die Körper verhältnißmäßig sehr klein sind, nichts darauf ankömmt, ob die Entfernungen von den Mittelpunkten oder den Oberflächen der Körper an gerechnet werden. Wo es aber auf große Genauigkeit ankömmt, kann die Dicke der Körper leicht mit in Rechnung gebracht werden.

Eine ähnliche Bemerkung kann man in Ansehung der Gestalt der Körper machen. Da sie nehmlich kugelförmig angenommen worden, um die Erklärung kurz und deutlich zu machen.

Da ich bisher von nichtelastischen, das heißt: solchen Körpern gehandelt habe, welche entweder vollkommen hart, oder vollkommen weich sind, so ist es nun nöthig, die Regeln des Zusammenstoßens in Beziehung auf elastische Körper aufzustellen.

Zu Anfang dieses Kapitels ist gesagt worden, daß Elasticität diejenige Eigenschaft sey, nach welcher die Körper nachgeben oder gestatten, daß ihre Gestalt durch den Druck anderer Körper verändert wird, aber sobald der Druck nachläßt, ihre ursprüngliche Gestalt freywillig wieder annehmen.

Diese Wiederherstellung der vorigen Gestalt geschieht bey verschiedenen Körpern, mehr oder weniger geschwind, und mit größerer oder geringerer Genauigkeit; und diese Verschiedenheiten bestimmen die verschiedenen Grade der Elasticität. Diejenigen Körper, die ihre Gestalt vollkommen und eben so geschwind, als sie dieselbe verlohren haben, wieder erlangen, werden vollkommen elastisch genannt.

Ob wir gleich mit den Wirkungen und den Gesetzen der Elasticität in dem Grade bekannt sind, daß wir zu mancherley Zwecken Nutzen von dieser Eigenschaft ziehen können, so ist doch die Ursache derselben keinesweges bekannt, und es ist noch bis jetzt keine hinlänglich wahrscheinliche Hypothese zur Erklärung derselben aufgestellt worden.

Man nehme an, daß eine Schnur A B Fig. 8. Taf. II. zwischen zwey unbeweglichen Stützen bey A und B ausgespannt und vollkommen daran befestiget sey, und daß man mit dem Finger bey C diese Schnur gegen D ziehe, so wird man finden, daß sie mit einer Kraft widersteht, die immer stärker wird, je weiter man sie von ihrer ursprünglichen geraden Lage entfernt. Wenn man sie losläßt, so wird sie nicht nur blos in ihre ursprüngliche gerade Lage zurück, sondern darüber hinaus gehen, nehmlich

lich nach E zu, und beynahe so weit von der geraden Lage ABC abgehen, als ADB von ihr entfernt ist, worauf sie sich selbst wieder gegen D neigen wird, und so fort, immer rückwärts und vorwärts schwingend, aber auch immer mehr oder weniger von der geraden Lage abweichend, bis sie endlich in ihrer ursprünglichen Lage ACB in Ruhe bleibt.

Wenn nun die Schnur zuerst von dem Finger losgelassen wird, so zieht ihre elastische Kraft den Theil D gegen C; allein diese Kraft nimmt in eben dem Verhältnisse ab, als der Theil D dem Theile C näher kömmt, und wenn der Theil D bey C angekommen ist, das heißt: wenn die Schnur in ihrer geraden Lage ist, so ist die oben erwähnte Kraft unendlich klein, oder Nichts gleich. Aber in dieser Zeit wird der Theil D, da er durch eine beständige, obgleich abnehmende Kraft in Bewegung gesetzt (angestoßen) worden, ein Moment erhalten haben, welches ihn gegen E führt, also über die gerade Lage hinaus; allein sobald die Schnur über C hinaus geht, so fängt die elastische Kraft an, wieder in einer der Richtung des Moments entgegengesetzten Richtung zu wirken. Diese Wirkung wird immer stärker, je weiter der mittlere Theil der Schnur von der geraden Richtung abgeht, und vermindert folglich das oben erwähnte Moment stufenweise, bis endlich zuletzt, wenn das Moment gänzlich vernichtet ist, die Schnur, vermöge der elastischen Kraft anfängt, sich wieder gegen C zu bewegen, und so fort.

Der Umfang der Schwingungen wird immer kleiner, wegen des Widerstandes der Luft und wegen des Mangels einer vollkommnen Beugsamkeit (pliability), oder einer vollkommnen Elasticität in den Theilen der Schnur; welche zwey Ursachen unaufhörlich streben das Moment zu vermindern u. s. w.

Wenn die Schnur nicht durch einen Finger, sondern durch einen von der Höhe H bey C auf sie fallenden

Körper E Fig. 9. Taf. II. aus ihrer geraden Richtung bewegt wird, so kann man leicht einsehen, daß das Moment des Körpers die Schnur leicht nach D zu treiben wird; allein die Gegenwirkung der Schnur auf den Körper, wird das Moment desselben allmählig vermindern, und je weiter die Schnur von der geraden Lage weggeführt wird, desto stärker wird ihre Gegenwirkung seyn, bis endlich der Körper, nachdem er sein ganzes Moment verlohren, wieder zurück gegen C durch die elastische Kraft der Schnur wird geführet werden, und auf diesem Rückwege wird ihm die beständige, obgleich abnehmende Wirkung dieser Elasticität von D zu C, ein Moment geben, das ihn in die Höhe nach H zu führen wird, so daß der Körper gerade nach H in die Höhe steigen würde, wenn er nicht durch die oben erwähnten Ursachen der Hemmung, nehmlich den Widerstand der Luft u. s. w. daran verhindert würde.

Es ist beynahe überflüßig zu bemerken, daß, je größer die Höhe ist, von welcher der Körper E auf die Schnur fällt, die Schnur desto weiter von ihrer geraden Lage entfernt werden, und ihre Gegenwirkung folglich desto größer seyn wird.

Diese Erklärung von der Elastizität der Schnur kann auch auf alle andere Arten elastischer Körper angewendet werden, da die Oberfläche eines jeden solchen Körpers, durch irgend einen Stoß oder Druck gebogen werden, und dann ihre ursprüngliche Gestalt wieder annehmen wird, indem sie in entgegengesetzter Richtung eine Gegenwirkung mit einer Kraft macht, die bey vollkommen elastischen Körpern dem Stoße oder Drucke gleich ist, den sie bekommen haben.

Wenn man statt der Schnur, deren Enden unbeweglich u. s. w. sind, zwey gleiche elastische Körper, wie A und B Fig. 10 Taf. II. annimmt, und sich denket, daß beyde, angetrieben von gleichen und entgegengesetz-

ten Kräften, bey C in gerader Richtung an einander stoßen, so ist es klar, daß die sich berührenden Oberflächen beyder einwärts werden gebogen werden, und daß die elastische Kraft von A den Körper B von C zurück nach B zu, treiben werde, (wie dies der Fall mit der Schnur war,) indes zu gleicher Zeit die elastische Kraft des Körpers B den Körper A mit einer gleichen Stärke von C zurück, nach A zu treibt, so daß in diesem Falle die Körper nach dem Stoße von einander und zurückprallen werden, da, wenn sie nicht elastisch wären, beyde auf dem Punkte ihres Zusammentreffens C, würden unbeweglich geblieben seyn.

Jetzt ist es nöthig, die Wirkungen zu bestimmen, welche das Zusammenstoßen solcher Körper, die vollkommen elastisch sind, hervorbringt, da denn davon auch die Gesetze des Zusammenstoßens unvollkommen elastischer Körper, leicht abgeleitet werden können.

VI. Wenn zwey Körper, welche vollkommen elastisch sind, in gerader Richtung auf einander stoßen, so wird ihre relative Geschwindigkeit, (worunter der größere Grad der Geschwindigkeit, den der geschwindere Körper vor dem langsameren voraus hat, verstanden wird,) sich sowohl vor, als nach dem Stoße, gleich seyn; das heißt: sie werden mit der nehmlichen Geschwindigkeit nach dem Stoße von einander zurückprallen, mit der sie sich vor dem Stoße einander näherten.

Es ist im Vorhergehenden bewiesen worden, daß, wenn zwey gegebene Körper an einander stoßen, die Größe des Stoßes mit ihren respektiven Geschwindigkeiten im Verhältnisse steht, und der Begriff von einem vollkommen elastischen Körper ist dahin bestimmt worden: daß er ein solcher sey, der nach dem Stoße seine Gestalt mit der nehmlichen Kraft wieder annimmt, mit der er sie verlohren hat. Bey vollkommen elastischen Körpern ist also die wiederherstellende Kraft der zusam-

mendrückenden gleich, so daß, wenn die Momente der Körper eine bestimmte Zusammenpressung hervorbringen, die elastische Kraft mit der nämlichen Stärke auf die Körper zurückwirken muß; die Körper werden daher genöthiget werden, mit der nämlichen Geschwindigkeit von einander zurückzuprallen, mit welcher sie sich einander näherten.

Eine natürliche Folgerung von dieser Erklärung ist: daß in gleichen Zeiten, vor und nach dem Stoße genommen, die Entfernungen der Körper von einander gleich seyn werden, und daß daher ihre Entfernungen von dem gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Schwere, in gleichen Zeiten auch gleich seyn werden.

Wenn man sich mit dem Vorhergehenden gehörig bekannt gemacht hat, so wird es leicht seyn, die Gesetze des Zusammentreffens vollkommen elastischer Körper zu bestimmen. Um also die Auflösung der folgenden Fälle gehörig zu fassen, wird es nöthig seyn, daß sich der Leser an nachstehende besondere Punkte erinnere, welche alle im Vorhergehenden hinlänglich sind bewiesen worden, nämlich:

Erstens: daß sich die Entfernungen zweyer Körper von ihrem gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Schwere umgekehrt wie ihre Gewichte verhalten.

Zweytens: daß der Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung des Mittelpunkts der Schwere von Körpern nicht durch ihre gegenseitige Einwirkung auf einander verändert wird.

Drittens: daß bey vollkommen elastischen Körpern die wiederherstellende Kraft der zusammendrückenden gleich ist.

Viertens endlich: daß die Entfernungen der Körper von einander und von ihrem gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Schwere, in gleichen Zeiten vor und nach dem Stoße genommen, gleich sind.

Man lasse nun A und B Fig. 10. Taf. II, zwey sich gleiche, vollkommen elastische Körper seyn und C sey ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere, der, weil die Körper sich gleich sind, zwischen beyden in der Mitte steht. Diese Körper lasse man mit einer gleichen Kraft in gerader Richtung gegen einander getrieben werden, so werden sie sich in einer bestimmten Zeit, zum Beyspiele in einer Minute, von ihren respektiven Orten nach C bewegen, wo sie sich begegnen werden; nach ihrem Zusammenstoßen nun, wird die Elasticität der Körper beyde nöthigen, nach ihren ursprünglichen Orten zu zurückzuprallen, so daß man sie nach Verlauf einer Minute, von der Zeit ihres Zusammenstoßens an gerechnet, genau da finden wird, wo sie sich eine Minute vor ihrem Zusammentreffen befanden, nämlich bey A und B.

Man lasse A und B Fig. 11. Taf. II, zwey sich gleiche, vollkommen elastische Körper, wie die im vorigen Falle, seyn; der eine von ihnen aber, nämlich B befinde sich in dem Zustande der Ruhe, indes sich der andere A so gegen ihn bewegt, daß er ihn nach Verlauf einer Minute erreichen muß. In diesem Falle giebt AB die Geschwindigkeit dieses Körpers A und CB die Geschwindigkeit des Mittelpunkts der Schwere C. Denn in derselben Zeit, in welcher A von dem Orte A zu dem Orte B kömmt, muß C von C zu B kommen, der Mittelpunkt der Schwere muß also eine Minute nach dem Stoße bey F seyn, daß heißt: so weit von B, als seine ursprüngliche Lage C, eine Minute vor dem Stosse, von dem Orte B entfernt war. Eine Minute nach dem Stoße aber muß der Körper A so weit von dem Mittelpunkt der Schwere, nämlich von F entfernt seyn, als er eine Minute vor dem Stoße stand; er muß also bey B stehen. Da nun eben diese Art zu folgern auf alle und jede Arten gleicher Zeiten, vor und nach

dem Stoße genommen, zum Beyspiele, auf eine halbe Minute vor und eine halbe Minute nach demselben u. s. w. angewendet werden kann, so wird also der Körper A in dem angenommenen Falle, nach dem Stoße bey B stehen bleiben, und der Körper B wird sich mit der nämlichen Geschwindigkeit fortbewegen, die der Körper A vor dem Stoße hatte.

Da ich nun, des besseren Verstehens wegen, die zwey einfachsten Fälle, durch zwey Beyspiele erläutert habe, muß ich noch eine allgemeine Regel für die Auflösung aller der anderen Fälle, die auf der zweyten Tafel von der zwölften bis zur zwanzigsten Figur, letztere mit eingeschlossen, vorgestellt sind, geben. Von diesen Figuren bezeichnen A und B die beyden Körper; C ist ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere; D der Ort oder die Stelle auf der sie sich begegnen; A D drückt die Geschwindigkeit von A aus und B D die Geschwindigkeit von B und C D bezeichnet die Geschwindigkeit des Mittelpunkts der Schwere. Dies vorausgesetzt, ist die Regel zur Bestimmung der Geschwindigkeiten nach dem Stoße folgende:

Man nehme auf der Linie A B einen Punkt E an, der, wenn es nöthig ist, so gemacht wird, daß die Entfernung C E der C D gleich ist; dann drückt die gerade Linie E A nach dem Stoße die Geschwindigkeit des Körpers A aus, mit der er von E nach A rückwärts geht und die gerade Linie E B bezeichnet die Geschwindigkeit des Körpers B mit der er von E gegen B läuft.

In jedem dieser Fälle muß sich der Mittelpunkt der Schwere C von C nach D bewegen, und nach dem Stoße von D aus vorwärts bis zu einer Entfernung D F die D C gleich ist, und zwar in einem Zeittheile, welcher demjenigen gleich ist, den A und B brauchen, um von den Stellen A und B zu der Stelle D zu kommen.

Man mache Fa gleich CA; da nun in gleichen Zeiten vor und nach dem Stoße genommen, die Entfernungen der Körper von dem gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Schwere gleich sind, so wird der Körper A, wenn der Mittelpunkt der Schwere bey F ist, bey a seyn, so daß er sich nach dem Stoße von D nach a bewegen wird und Da, die er in dieser Zeit durchlaufen hat, wird seine Geschwindigkeit geben. Weil aber CE gleich ist CD, oder FD, und CA gleich ist Fa, so wird die Differenz der geraden Linien CE und CA der Differenz der geraden Linien FD und Fa gleich seyn, also EA wird Da gleich seyn. Da aber Da die Geschwindigkeit des Körpers A nach dem Stoße bezeichnet, so wird dessen Geschwindigkeit auch durch EA ausgedrückt. Und weil die relative Geschwindigkeit der Körper vor und nach dem Stoße ein und dieselbe ist, und EA die Geschwindigkeit des in Bewegnng befindlichen Körpers A giebt, so wird folglich die Geschwindigkeit des Körpers B, mit der er sich von E gegen B bewegt, durch die gerade Linie EB ausgedrückt.

Zur besseren Erläuterung dieser Theorie will ich nun kurz die Bedeutung der Figuren erklären, welche die verschiedenen Fälle des Zusammenstoßens vollkommen elastischer Körper darstellen, in dem sich die vorstehende Erläuterung auf jeden derselben anwenden läßt.

Fig. 12. ist der Fall, wenn B größer ist als A, (welches durch C, die Lage des Mittelpunkts der Schwere, angezeigt ist,) B ist ruhend und A stößt gegen dasselbe. In diesem Falle werden nach dem Stoße beyde Körper von dem Punkte D mit den Geschwindigkeiten EA und EB zurückweichen.

Fig. 13 bezeichnet den Fall, da A größer ist und gegen B, welches ruhend ist, läuft; in welchem Falle beyde Körper sich nach dem Stoße gegen F bewegen werden.

Fig. 14 ist der Fall, wenn A größer ist als B, beyde Körper sich nach einerley Richtung in Bewegung befinden und bey D zusammentreffen u. s. w.

Fig. 15 ist mit dem vorigen Ein Fall; ausgenommen, daß A kleiner ist als B.

Fig. 16 treffen A und B bey D zusammen, wo A in Ruhe bleibt.

Fig. 17. Die sich gleichen Körper A und B weichen nach dem Stoße mit verwechselten Geschwindigkeiten zurück.

Fig. 18. Die Körper stehen im Verhältnisse mit ihren Geschwindigkeiten, in welchem Falle sich die Punkte C, F, D und E durchschneiden oder einander decken.

Fig. 19. A bleibt unbeweglich an der Stelle des Zusammentreffens D.

Fig. 20. Obgleich die Körper A und B sich bey D zwischen den Orten A und B begegnen, so werden sich doch beyde Körper nach dem Stoße gegen F bewegen*).

*) Die Art, diese Fälle durch Berechnung mit Zahlen auszudrücken, lehrt das nachstehende Beyspiel, welches auf den Fall, der Fig. 14. ausgedrückt ist, und den der Leser dabey anzusehen ersucht wird, eingerichtet ist, obgleich aus Mangel an Raum, die Theile dieser Figur nicht in dem gehörigen Verhältnisse haben gezeichnet werden können.

Man lasse A und *B* zwey vollkommen elastische Körper A seyn. A wiege zwey Pfund und bewege sich in einer Sekunde acht Fuß fort. B wiege ein Pfund und bewege sich denselben Weg so viel als fünf Fuß in der Sekunde und die Entfernung A B sey zwölf Fuß.

1. Den Mittelpunkt der Schwere C zu finden, haben wir A . *B*: B:: AB: CA, also: 3: 1:: 12: 4; so daß AC $=$ 4 und CB $=$ AB — AC $=$ 8.

2. Die Entfernung BD zu finden, setze man: BD $=$ x; und da die Entfernungen AD und BD in ein und derselben Zeit durchlaufen werden, nämlich AD in 8 und BD

Nach der Erklärung der vorstehenden Fälle, ergiebt sich nun auch leicht die Methode, die Geschwindigkeiten nach dem Stoße, wenn die Körper nicht vollkommen elastisch sind, zu bestimmen.

in 5 Fuß in der Sekunde, so haben wir: $\frac{x}{5} = \frac{x+12}{8}$;
daher: $8x = 5x + 60$; und $3x = 60$; oder $x = 20 = BD$.

3. Wenn die Entfernung BD, also 20 durch die Geschwindigkeit von B, also durch 5 dividirt wird, so ist der Quotient 4 die Zahl der Sekunden während welcher sich die Körper, jeder von seinem Orte A und B bis zu dem Orte ihres Zusammentreffens D, bewegt haben.

4. $EC = CD = CB + BD = 8 + 20 = 28$; und $EA = EC - AC = 28 - 4 = 24$. Welches Produkt, wenn es durch 4, als der Zahl der oben gefundenen Secunden, dividirt wird, 6 giebt, als die Geschwindigkeit von A nach dem Stoße, in der Richtung von E gegen A.

Auch $EB = EC + CB = 28 + 8 = 36$; welches Produkt, wenn es durch 4, als die Zahl der Secunden, dividirt worden, 9 für die Geschwindigkeit von B nach dem Stoße in der Richtung von E gegen B giebt. So daß sich beyde Körper, A und B nach dem Stoße in der nämlichen Richtung fort bewegen werden, nur der erste in der Sekunde so viel als 6 und der letztere so viel als 9 Fuß.

Auf eben die Art können auch die übrigen Fälle berechnet werden. Ich habe diese Methode, die Berechnung auf die Figuren anzuwenden, oder die Theile des Diagrams *) durch Hülfe von Zahlen auszudrücken, den vielen und verwickelten Regeln vorgezogen, die von gewissen Gelehrten in dieser Rücksicht sind gegeben worden, weil die letzteren selten behalten und immer mit Schwierigkeiten in ihrer Anwendung zur Auflösung der mancherley Fälle vom Zusammenstoßen solcher Körper, die nicht vollkommen elastisch sind, verbunden sind.

*) Der auf der Kupfertafel, zur Erläuterung des Gesagten befindlichen Figuren.

Man lasse nämlich A und B Fig. 21 und 22. Taf. II. zwey unvollkommen elastische Körper seyn; C sey ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere und D die Stelle an der sie sich begegnen. Man theile AC bey a so, daß sich AC zu aC verhalten mag wie sich die Kraft, welche den Körper A zusammendrückt zu der Kraft verhält, mit der er sich selbst wieder herstellt. Eben so theile man BC in b; so daß BC sich zu bC verhalten mag wie sich die Kraft, welche den Körper B zusammendrückt, zu der Kraft verhält, mit der er sich selbst wiederherstellt. Man nehme CE gleich CD und endlich wird die gerade Linie Ea die Geschwindigkeit von A nach dem Stoße, in der Richtung von E gegen a und die gerade Linie Eb die Geschwindigkeit von B nach dem Stoße in der Richtung von E gegen D ausdrücken.

Da es vielleicht in der Natur keinen Körper giebt, von dem man sagen könnte: daß er vollkommen elastisch sey, so kann die Richtigkeit der zur Bestimmung der Geschwindigkeiten vollkommen elastischer Körper gegebenen Regeln, nicht durch Experimente dargethan werden, und die Abweichung der durch Experimente erhaltenen Resultate von den Regeln, steht mit dem Mangel einer vollkommenen Elasticität bey den Körpern in Verhältniß. Nach der oben angegebenen Methode ist diese Abweichung in Anschlag gebracht.

Der eigentliche Grad der Elasticität eines Körpers muß durch wirkliche Versuche, denen der Körper selbst unterworfen wird, bestimmt und vergewissert werden, und diese Versuche fallen, nach der Verschiedenheit der Beschaffenheit der Körper, auch verschieden aus.

Wenn sich mehr als zwey Körper in einerley gerader Linie bewegen, so kann man keine allgemeinen Regeln zur

Bestimmung der Geschwindigkeit eines jeden Körpers nach ihren verschiedenen Zusammenstoßungen unter einander geben, da die Verschiedenheit der Fälle zu groß ist und sie zuweilen schwer zu erklären sind; wenn jedoch irgend ein besonderer Fall vorkömmt, so wird man die angegebenen Regeln zur Auflösung desselben hinreichend finden, nämlich: zur festen Bestimmung der Geschwindigkeiten u. s. w. Bey der Auflösung der Fälle dieser Art aber, muß man nicht vergessen zuvörderst die Geschwindigkeiten von zwey solchen Körpern zu berechnen, die, nach den Umständen des Falles, sich einander zuerst begegnen werden, um dann diese neuen Geschwindigkeiten, welches die wahren Geschwindigkeiten dieser Körper nach ihrem Zusammentreffen sind, zu substituiren und mit ihnen, je nachdem irgend einer dieser Körper den zweyten Stoß bekömmt, die Geschwindigkeiten nach dem zweyten Zusammenstoßen zu berechnen, und so fort.

Die meisten der angeführten Fälle, so wohl von vollkommen, als unvollkommen elastischen Körpern, können in der Form von Kanons, oder besondern Regeln ausgedrückt werden, und diese Regeln durch die Aufstellung von Körpern von verschiedener Schwere und die sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen, bis ins Unendliche vermehrt werden.

Die drey folgenden Paragraphen enthalten drey solcher Regeln als Beyspiele eingekleidet, von denen der Leser sogleich sehen wird, daß sie nichts anders sind als besondere Fälle durch Worte ausgedrückt.

Wenn zwey Körper, die vollkommen elastisch und sich gleich sind, nach einem und denselben Punkt getrieben werden, so werden sie (wenn ihre Geschwindigkeiten von der Art sind, daß sie ihr Zusammenstoßen gestatten,) nach ihrem Zusammenstoßen sich noch in der nämlichen Richtung, aber mit verwechselten Geschwindigkeiten, fortbewegen. Werden sie aber nach entgegengesetzten Punkten getrieben,

so werden sie nach dem Zusammenstoßen mit verwechselten Geschwindigkeiten rückwärts gehen.

„Wenn irgend eine Anzahl von gleichen und vollkommen elastischen Körpern neben einander in einerley gerader Linie ruhend liegen und ein anderer, dem einen von ihnen gleicher, Körper stößt an den ersten in der Linie befindlichen Körper mit irgend einer Geschwindigkeit: so wird nach dem Stoße der stoßende Körper und alle übrigen ruhend bleiben und nur der letzte Körper der Reihe wird sich mit der Geschwindigkeit des stoßenden Körpers fortbewegen." — In diesem Falle wirken die Körper so, als wenn sie von einander getrennt wären; nämlich wenn A, Fig. 23. Taf. II. in gerader Richtung gegen B stößt, so wird A nach dem Stoße ruhend bleiben und B würde sich mit der Geschwindigkeit fortbewegen, die A haben würde, wenn ihn nicht der andere, neben ihm stehende, gleiche Körper C berührte; da aber C ihn berührt, so theilt B seine Geschwindigkeit C mit und bleibt selbst ruhend; und eben so theilt C dieselbe Geschwindigkeit D mit und D, E, so daß folglich dieser letzte Körper E genöthiget wird, sich vorwärts gegen F mit derselben Geschwindigkeit die A zuerst hatte, zu bewegen.

„Wenn alles so bleibt wie in dem vorhergehenden Falle, jedoch mit der Ausnahme, daß nun zwey aneinander grenzende Körper A und B Fig. 24. Taf. II, gegen C getrieben werden; so werden, nach dem Stoße, A, B und C in Ruhe bleiben, und D und E werden sich gegen F mit der nämlichen Geschwindigkeit bewegen, welche A und B im Anfange hatten.

Achtes

Achtes Kapitel.

Von der zusammengesetzten Bewegung. Von der Zusammensetzung und Auflösung der Kräfte, und vom schiefen Stoße.

Unter zusammengesetzter Bewegung versteht man jene Art der Bewegung der Körper, die von mehr als Einem Stoße entsteht; denn in solchen Fällen entsteht die Geschwindigkeit und die Richtung des in Bewegung gesetzten Körpers, durch das Zusammentreffen aller Stöße, an denen sie Theil nehmen, nach gewissen bestimmten Gesetzen, die wir durch folgende Sätze ausdrücken.

I. „Wenn ein Körper von zwey Kräften zugleich nach verschiedenen Richtungen gestoßen wird, so wird sich der Körper nicht in einer dieser Richtungen, sondern in einer zwischen jenen beyden hinlaufenden Richtung fortbewegen.

Wenn also ein Körper A Fig. 25 Taf. II. durch zwey Kräfte fortgestoßen wird, nämlich von einer, die, wenn sie allein auf ihn wirkte, ihn in der Richtung AB und einer anderen, die ihn, wenn sie allein auf ihn wirkte, in der Richtung AD forttreiben würde, so wird der Körper A, der von beyden Kräften oder Stößen zu ein und derselben Zeit fortgestoßen wird, sich in der Richtung AC zwischen AD und AB fortbewegen; denn da, zufolge des zweyten Gesetzes der Bewegung, die Veränderung der Bewegung immer in der Richtung der geraden Linie, in der ihm die Kraft mitgetheilt worden ist, geschieht, so wird die Bewegung des Körpers längs der Linie AD verändert und wird ihm eine andere Richtung als AD, nämlich die gegen AB, durch den zweyten Stoß, der in der

Richtung AB auf ihn wirkt, gegeben. Und aus dem nämlichen Grunde wird die Bewegung des Körpers längs der Linie AB in eine andere Richtung gegen AD, durch den Stoß, der in dieser Richtung wirkt, gegeben. Die von diesen beyden Stößen hervorgebrachte Bewegung muß also eine Richtung zwischen AD und AB haben. — In dem folgenden Satze wird jedoch gezeigt werden, wie sehr diese neue Richtung von AD und von AB abweicht.

II. „Wenn ein Körper zu gleicher Zeit durch zwey Kräfte in verschiedenen Richtungen gestoßen wird, und zwey Linien von der Stelle aus, an welcher der Körper den doppelten Stoß bekam, nach den Richtungen dieser Stöße gezogen werden und die Länge jeder derselben in Verhältniß zu den stoßenden Kräften gemacht wird; ferner, wenn durch das Ende jeder dieser Linien eine, der anderen parallel laufende Linie gezogen wird, so wird dadurch ein Parallelogram gebildet, und wenn von der Stelle, an welcher der Körper den doppelten Stoß bekam, nach dem entgegengesetzten Winkel des Parallelograms eine Diagonallinie gezogen wird, so wird die Länge und die Stellung dieser Diagonallinie die Geschwindigkeit und die Richtung der Bewegung des Körpers, die eine Folge des doppelten Stoßes sind, geben."

Man nehme also an, daß der Körper A Fig. 26. Taf. II. von einer Kraft, die ihm das Vermögen mittheilen würde, sich in der Secunde vier Fuß fortzubewegen, in der Richtung AD gestoßen würde, und daß der nämliche Körper in der nämlichen Zeit auch durch eine andere Kraft, die ihm das Vermögen mittheilte, in der Sekunde sich drey Fuß in der Richtung AB forzubewegen, gestoßen würde. Dann lasse man AD vier und AB drey (etwa Zoll) gleich seyn. (Man kann sich aber auch eines jeden an-

deren Maaßes zur Repräsentation des Fußes bedienen.) Durch D ziehe man DC parallel mit AB, und durch B ziehe man BC, parallel mit AD, wodurch das Parallelogram ABCD wird gebildet werden. Endlich ziehe man die Diagonale AC so ist AC die Richtung, in welcher der Körper von den oben erwähnten beyden Stößen angetrieben, sich bewegen wird. Die Länge AC wird aber auch die Geschwindigkeit des Körpers ausdrücken, so daß wir, wenn AC entweder durch Berechnung oder durch Ausmessung des Diagramma, als fünf Zoll lang*) ge-

*) Die Länge und Richtung von AC, nämlich die Winkel, die AC, mit AD und AB macht, kann leicht vermittelst der Trigonometrie gefunden werden; da es die Auflösung eines flachen Triangels ist, von welchem zwey Seiten und der Winkel zwischen diesen zwey Seiten bekannt ist.

Wenn die Richtung der Stöße gegeben worden ist, so ist auch der Winkel *DAB* bekannt; denn es ist der Winkel, den die Richtungen der zwey Stöße miteinander machen. Der Winkel ADC ist ebenfalls bekannt, weil er die Ergänzung des Winkels *DAB* zu zwey rechten Winkeln ist. Die Linien *AD* und DC (= *AB*, verhalten sich gegen einander nach dem Verhältnisse der beyden Stöße und können durch jedes beliebige Maaß, als Zoll, Fuß u. s. w. vorgestellt werden. Von dem Triangel ADC sind also die Seiten AD, DC und der eingeschlossene Winkel D bekannt. Davon bekommen wir durch Trigonometrie AD + DC: AD—*DC* : : Tangent $\frac{DAC + DCA}{2}$ Tangent: $\frac{DCA - DAC}{2}$; wodurch wir die Hälfte der Summe der Winkel, an der Basis, nämlich der Winkel *DCA* und DAC erhalten. Dann ist die Hälfte der Summe, plus die Hälfte der Differenz, dem größten dieser Winkel gleich, welchen die Richtung AC giebt; so kann man alle die Winkel kennen lernen. Endlich, sage man, so wie sich der Sinus des Winkels DCA zu dem Sinus des Winkels ADC verhält, so verhält sich AD zu der vierten Proportionalzahl, welche AC gleich ist. Dadurch wird man so wohl mit der Richtung, als mit der Länge von AC bekannt werden.

funden wird, den Schluß machen, daß sich der Körper in der Sekunde so viel als fünf Fuß bewege, da bey den Ausmessungen von AB und AD Zolle sind gebraucht worden, den Fuß zu repräsentiren.

Daß sich der auf diese Art von den zwey Kräften gestoßene Körper längs der Linie AC bewegen müsse, läßt sich leicht von dem zweyten Gesetze der Bewegung ableiten, denn da die Veränderung der Bewegung im Verhältnisse mit der eingedrückten bewegenden Kraft steht, so darf man nur von irgend einem Punkte c in der Diagonale AC, nehmlich dc parallel, AB und bc parallel AD ziehen, so werden diese beyden Linien die Abweichungen der Bewegung des Körpers von den Richtungen AD und AB geben, weil, zufolge des zweyten Gesetzes, die Veränderung der Bewegung in der Richtung der mitgetheilten bewegenden Kraft gemacht wird. Und diese zwey Linien stehen im Verhältnis zu den stoßenden Kräften, oder zu den Linien AB und AD, welche diese Kräfte vorstellen, nehmlich dc verhält sich zu bc, wie sich AB zu AD verhält; weil, nach Euklid. Th. 24. B. VI., das Parallelogram Adcb dem Parallelogram ABDC gleich ist.

Wenn man sagte, daß der so gestoßene Körper in irgend einem Zeitpunkte an irgend einer anderen Stelle o außerhalb der Diagonale AC könne gefunden werden, wenn man om parallel mit AD, und od parallel mit AB ziehe, da dann om und od, welche die Abweichungen u. s. w. darstellen, mit den Kräften im Verhältnisse stehen müßten, welche dergleichen Abweichungen verursachten, nehmlich om müßte das nehmliche Verhältniß zu od haben, als AD zu AB hat: so ist dies nicht der Fall, weil das Parallelogram Admo nicht dem Parallelogram ADBC gleich ist. Der Körper muß sich also

längs

längs der Diagonale AC, nicht aber in einer andern Richtung bewegen.

III. Wenn ein Körper zu gleicher Zeit von drey Kräften in drey verschiedenen Richtungen gestoßen wird, so muß die dadurch bewirkte Geschwindigkeit und Richtung seiner Bewegung dadurch bestimmt werden, daß man zuerst den Weg bestimmt, der, zufolge des vorhergehenden Satzes, von zweyen dieser Kräfte würde hervorgebracht worden seyn, und daß man dann den zuletzt gefundenen Weg und die dritte Kraft findet, welches der gesuchte Weg seyn wird.

Wenn also ein Körper A Fig. 27. Taf. II. von drey Kräften gestoßen wird, nehmlich von einer Kraft, welche ihn für sich selbst in den Stand setzen würde, sich in einer Minute so viel als vier Fuß in der Richtung AB fortzubewegen; von einer zweyten Kraft, welche ihn für sich selbst in den Stand setzen würde, sich in einer Minute so viel als drey Fuß in der Richtung AC fortzubewegen; und endlich von einer dritten Kraft, welche ihn für sich selbst in den Stand setzen würde, sich in einer Minute so viel als fünf Fuß in der Richtung AD fortzubewegen; so macht man die Längen der geraden Linien nach dem Verhältniß der Kräfte, nehmlich AB vier, AC drey, und AD fünf Zoll, oder Fuß u. s. w. lang. Dann nehme man an, der Körper sey blos durch die erste und zweyte Kraft gestoßen worden, und suche, nach dem vorhergehenden Satze, die dadurch entstehende zusammengesetzte Bewegung, indem man durch B, BE parallel, AC zieht, und CE durch C parallel mit AB; so wird die Diagonale AE die Richtung und die Geschwindigkeit der durch diese zwey Kräfte hervorgebrachten Bewegung geben. Dann suche man auf dieselbe Art, die durch die mit AE bezeichnete Kraft, hervorgebrachte zu-

sammengesetzte Bewegung, und die dritte durch AD bezeichnete Kraft, indem man nehmlich durch E und D die Linien EF und DF, die eine AD und die andere AE parallel, und endlich auch die Diagonale AF zieht, so wird diese Diagonale AF den Lauf des Körpers, nehmlich die durch die erwähnten drey Stöße hervorgebrachte Geschwindigkeit und Richtung seiner Bewegung, darstellen.

Der Beweis dieses Satzes ist so einleuchtend eine Folge des vorhergehenden, daß es nicht nöthig ist, den Leser durch die Wiederholung fast derselben Worte zu ermüden.

Auch sieht man eben so leicht ein, daß eben diese Schlußart auch auf den Fall von vier, fünf, oder mit einem Worte, auf irgend eine Anzahl von Stößen, kann angewendet werden.

Ohngeachtet der anscheinenden Menge und Verwickelung solcher Fälle, giebt es doch eine Bemerkung, nach der man eine allgemeine Regel finden kann, vermittelst deren der Ort, den ein Körper in der jedesmaligen Zeit einnimmt, in allen Fällen, nehmlich wenn die Stöße entweder einfach, oder, wie die Kraft der Schwere beschleunigend sind, oder wenn einige von ihnen von der ersten Art, und einige von der letzteren Art sind.

Die Bemerkung, welche die Regel darbietet, ist: daß nach Verlauf einer gewissen Zeit, der von zwey Kräften gestoßene Körper, sich genau an der Stelle befinden wird, wo er sich befinden würde, wenn die zwey Kräfte, eine nach der andern, auf ihn gewirkt hätten, jedoch muß die Zeit nicht verdoppelt werden. Zum Beyspiele: In dem Fall von Fig. 26. Taf. II. wird der Körper A von zwey Kräften gestoßen, nehmlich von der einen in der

Richtung AD, die, wenn sie allein auf ihn wirkte, ihn in einer Sekunde bis zu D treiben würde, und von der andern, in der Richtung AB, welche, wenn sie allein auf ihn wirkte, ihn in einer Sekunde nach B treiben würde. Wenn man sich nun denkt, daß diese zwey Kräfte eine nach der andern angebracht würden, nehmlich, daß, wenn der Körper bey D wäre, die andere Kraft ihn in der Richtung DC, parallel mit AB, und so weit von D, als B von A ist, stieße; so ist C der Ort, zu dem der Körper in der Zeit einer Minute, von der zusammengesetzten Bewegung der beyden Kräfte wird getrieben werden.

Diese Bemerkung läßt sich offenbar auch auf den Fall, da vier oder mehr Stöße wirken, anwenden, und daher leiten wir die folgende allgemeine Regel ab, um den Ort oder die Lage eines Körpers zu einer bestimmten Zeit zu finden, wenn der Körper durch irgend eine gegebene Anzahl gegebener Kräfte gestoßen wird.

Die Regel: Man stelle sich vor, daß die gegebenen Kräfte nicht alle zugleich, sondern nach und nach, eine nach der andern den Körper, in mit ihren ursprünglichen Richtungen parallel laufenden Richtungen, und jede in einem gleichen Zeittheil, stoßen würden: so ist die letzte Lage der Ort, wohin der Körper in gleichen Zeittheilen, durch die vereinigte Wirkung aller der Kräfte, zu ein und der nehmlichen Zeit, wird getrieben werden.

So würde in dem Fig. 27. Taf. II. angegebenem Falle die erste Kraft durch sich selbst den Körper in einer Minute nach B stoßen; die zweyte Kraft würde ihn durch sich selbst in einer Minute von B nach E stoßen; (da BE mit AC gleich und parallel ist) und die dritte Kraft würde ihn, für sich allein genommen, in einer Miuute von E nach F stoßen, (da EF mit AD

parallel und gleich ist; die vereinigte Wirkung aller drey Kräfte wird also den Körper von A zu F in einer Minute stoßen.

Nimmt man statt einer Minute einen beliebigen anderen Zeittheil an, so werden sich die daraus entstehenden Figuren beständig gleich seyn, so daß, die Figur sey nun größer oder kleiner, der Punkt F immer in der geraden Linie A F seyn wird, woraus sich auch noch ergiebt, daß wenn ein Körper durch einfache Stöße, das heißt: solche, die eine gleichförmige Bewegung hervorbringen, ihre Anzahl mag übrigens seyn, welche sie wolle, gestoßen wird, der Lauf des Körpers zwischen seinem ursprünglichen Ort A und dem Ort F, wo er sich zu irgend einer Zeit befinden wird, immer rechtlinigt oder geradlinigt seyn wird. Die gerade Linie A F, giebt also, wie ich bereits bemerkt habe, die Richtung und die Geschwindigkeit von der Bewegung des Körpers.

Zuweilen sind die Richtungen und die Stärke der Stöße so beschaffen, daß sie den Körper nicht in Bewegung setzen; und in diesem Falle sagt man: daß die Kräfte zwischen entgegengesetzten Richtungen im Gleichgewichte schwankten. Aber auch auf solche Fälle läßt sich die oben gegebene Regel anwenden. Wenn zum Beyspiele ein Körper A Fig. 28. Taf. II. von einer Kraft gestoßen wird, die ihn in der Zeit von einer Minute in der Richtung A B bis zu B treiben würde, und wieder eine andere, der ersteren gleiche Kraft, ihn auch für sich besonders, in der Richtung A C, welche der von A B entgegengesetzt ist, bis zu der Stelle C, die von A so weit entfernt ist, als B von A, treiben würde: so ist es einleuchtend, daß diese beyden sich gleiche, aber entgegengesetzte Stöße, indem sie zu gleicher Zeit wirken, nicht die geringste Bewegung bey dem Körper verursachen werden, weil sie einander zerstören.

Eben so wird ein Körper, wenn er von drey Kräften nach verschiedenen Richtungen gestoßen wird, und die zusammengesetzte Bewegung, welche diese beyden Kräfte hervorbringen würden, der dritten Kraft gleich, aber ihr entgegengesetzt ist, so wird der Körper durch diese drey Kräfte nicht in Bewegung gesetzt werden. Wenn also der Körper A Fig. 29. Taf. II. in der Richtung AB von einer Kraft, die ihn in einer Minute bis zu B treiben würde, gestoßen wird, und eben so von einer zweyten Kraft, die ihn in einer Minute in der Richtung AC bis C treiben würde, und auch noch von einer dritten Kraft, die ihn in den Stand setzen würde, sich in der Richtung AE bis E zu bewegen: so muß man zuvörderst den Lauf oder die Bewegung des Körpers suchen, die von der vereinigten Wirkung der beyden Kräfte AB und AC entstehen würde, indem man nehmlich BD parallel mit AC, und CD parallel mit AB zieht, und AD damit vereinigt. Findet sich nun, daß diese Diagonale AD mit AE gleich und ihm entgegengesetzt, also in der nehmlichen geraden Linie ist, so wird der Körper A durch die vereinigte Wirkung dieser drey Kräfte nicht in Bewegung gesetzt werden; denn die zwey Kräfte AB und AC sind der Kraft AD gleich; diese Kraft AD aber ist der Kraft AE gleich und entgegengesetzt: also ist auch die Summe der zwey Kräfte AB und AC der von AE gleich und entgegengesetzt: daher wird auch der Körper nicht aus seiner ursprünglichen Stelle A bewegt werden.

Da ABDC ein Parallelogram ist, die Linie BD der AC gleich und parallel ist, so wie auch die Linie DC der AB, und wir gesehen haben, daß im Fall die drey Kräfte sich das Gleichgewicht halten, AD gleich mit AE ist, und sich auch in derselben geraden Linie befindet, welches eben so viel ist, als sagte man, AD sey parallel mit AE: so stellen wir den folgenden Satz auf, der von großem Nutzen in der Mechanik ist.

IV. Wenn ein Körper von drey Kräften, in drey verschiedenen Richtungen gestoßen, oder, welches einerley ist, gezogen wird, und diese Kräfte einander das Gleichgewicht halten, so daß der Körper ruhend bleibt: so müssen diese Kräfte das nehmliche Verhältniß zu einander haben, welches die geraden, mit ihren Richtungen parallel gezogenen, und bey ihrem gegenseitigen Zusammentreffen sich endenden Linien AB und BD und AD haben. Und so auch umgekehrt, wenn die, den Richtungen der drey Kräfte parallel gezogenen, und bey ihrem gegenseitigen Zusammentreffen sich endenden Linien das nehmliche Verhältniß, wie die Kräfte, zu einander haben, wird der Körper ruhend bleiben *).

Es ist wohl kaum nöthig zu bemerken: daß ein Gleichgewicht der Kräfte unter jener beliebigen Anzahl von Kräften statt haben könne, so daß ein Körper ruhend bleiben könnte, obgleich vier oder fünf, oder eine unbestimmte Zahl von Kräften auf ihn wirkte. In diesem Falle nennt man die Kräfte zuweilen Drucke, da sie in der That blos auf den Körper drücken, ohne im Stande zu seyn, ihn von seiner Stelle zu bewegen.

*) Nach der Trigonometrie verhalten sich die Seiten ebener Dreyecke wie die Sinus ihrer entgegengesetzten Winkel. Bey dem Dreyecke ABD Fig. 29. Taf. II. verhält sich also AB zu BD (124) wie sich der Sinus des Winkels ADB oder DAC zu dem Sinus des Winkels DAB verhält, daher werden sich irgend zwey Kräfte gegenseitig zu einander verhalten, wie die Sinus der Winkel, welche die, ihre Richtungen bezeichnenden Linien, mit der Richtung der dritten Kraft machen. Ferner: AD verhält sich zu AB, wie sich der Sinus des Winkels ABD zu dem Sinus von BDA oder DAC verhält, und auf gleiche Art verhält sich die AE gleichmäßig wirkende Kraft zu der AC gleichmäßig wirkenden Kraft, wie sich der Sinus des Winkels ACD zu dem Sinus des Winkels ADC oder BAD, verhält.

V. Da die vereinigte Wirkung verschiedener Stöße einen Körper nöthiget, einen gewissen bestimmten Lauf zu machen, so muß man, so oft man bey einem Körper irgend einen besonderen Lauf bemerkt, annehmen, daß dieser Lauf durch die vereinigte Wirkung von zwey oder mehr Stößen, die jenem einfachen Stoße gleich sind, hervorgebracht worden sey.

Wenn man also findet, daß ein Körper A Fig. 26. Taf. II. von A zu C sich bewegt hat, so muß man entweder annehmen, daß derselbe durch eine einfache Kraft in der Richtung AC, welche mit der Länge AC im Verhältnisse steht, sey gestoßen worden, oder durch zwey Kräfte zugleich, nehmlich von der einen in der Richtung von AD mit der Länge von AD im Verhältnisse stehend, und von der andern Kraft in der Richtung AB oder DC mit AB oder DC im Verhältnisse stehend. Also: Wenn zwey Seiten eines Dreyecks (wie AD und DC) sowohl die Größen, als auch die Richtungen zweyer, von einem gegebenen Punkte aus wirkender Kräfte geben, so wird die dritte Seite des Dreyecks (nehmlich AC) sowohl die Größe, als auch die Richtung einer dritten Kraft geben, welche, da sie von dem nehmlichen Punkte aus wirkt, den beyden anderen gleich seyn wird, und so umgekehrt.

Wenn man also bey Fig. 27. Taf. II. findet, daß sich der Körper A in einer bestimmten Zeit längs der Linie AF von A bis F bewegt hat, so kann man annehmen: 1) daß der Körper von einer einfachen Kraft in der durch AF vorgestellten Richtung und Größe sey gestoßen worden — oder: 2) daß er von zwey Kräften, nehmlich von der einen durch AD, und von der anderen durch AE vorgestellt, sey gestoßen worden — oder: 3) daß er durch drey Kräfte, mit AD, AB und AC be-

zeichnet — oder: 4) von irgend einer beliebigen Anzahl von Kräften, nach irgend welchen Richtungen, sey gestoßen worden; vorausgesetzt, daß alle diese Kräfte der einfachen, durch A F bezeichneten Kraft, gleich sind.

Diesen Satz: daß ein Körper von zwey oder mehr Kräften könne genöthiget werden, einen bestimmten Lauf zu machen; und den entgegenstehenden Satz: daß ein Körper von einer einfachen Kraft sey gestoßen worden, wenn es doch bekannt ist, daß es von mehreren, jedoch jenem einfachen Stoße nur gleichkommenden Kräften geschehen, hat man die Zusammensetzung und Auflösung der Kräfte genannt; die Sache selbst ist bey dem Gebrauche der Maschinen von großem Nutzen, wie die Folge ergeben wird.

In den vorhergehenden Abschnitten habe ich die, das Zusammenstoßen der Körper betreffenden Gesetze, wenn die Körper in einer perpendicularen Richtung gegen einander stoßen, angegeben, und ich komme nun zur Untersuchung solcher Fälle, in welchen die Körper in einer schiefen Richtung stoßen. Die Wirkungen des schiefen Stoßes aber würden nicht füglich und zweckmäßig vor der Auseinandersetzung der Lehre von der Zusammensetzung und Auflösung der Kräfte, haben erörtert werden können, da sie hauptsächlich von dieser Lehre abhängen.

Es ist gezeigt worden, daß, wenn ein Körper A Fig. 26. Taf. II. zu gleicher Zeit von zwey Kräften, und zwar von der einen in der Richtung von A gegen B, und von der andern in der Richtung von A gegen D, gestoßen wird, derselbe dadurch genöthiget wird, die Diagonale AC zu beschreiben. Man nehme nun an, daß diese Bewegung umgekehrt sey, nehmlich: daß die zwey Kräfte oder Körper K und L ruhen, und daß der

von C, längs der Linie CA herbeykommende Körper A, zu gleicher Zeit gegen diese beyden Körper stoße; so wird die Folge davon seyn, daß sich beyde Körper von ihren Plätzen bewegen werden, weil beyde gestoßen worden sind. Ferner: daß der Stoß unter sie im Verhältnisse zu der Linie AB wird vertheilt werden, welche mit dem Körper K parallel ist, und zu der Linie AD, welche dem Körper L parallel ist, und endlich: daß der Körper L gegen Q wird gestoßen werden, indes der Körper K gegen P gestoßen wird.

Es ist einleuchtend, daß die Kraft des Stoßes unter beyde Körper vertheilt werden muß, und zwar so, daß, je größer die Stärke oder Quantität derjenigen ist, welche dem einen Stoße mitgetheilt worden, desto geringer die Quantität oder Stärke derjenigen seyn müsse, die dem anderen mitgetheilt worden, und daß auch jede von diesen Quantitäten geringer seyn müsse, als die ursprüngliche Kraft des Körpers A, weil man sonst eine Vermehrung oder Anhäufung von Kraft, ohne irgend eine hinlängliche Ursache annehmen müsse, welche doch nicht möglich ist.

Die Kraft ist aber nicht nur zwischen die zwey Körper K und L getheilt, sondern auch im Verhältnisse zu den Linien BA und DA, welches leicht auf folgende Art bewiesen werden kann: da jede Kraft in eine oder mehrere Kräfte kann aufgelöst werden, so kann man, wenn man die durch die Linie AC bezeichnete Kraft in zwey Kräfte, und zwar so theilt, daß die eine davon möglicher Weise nicht auf den Körper K wirken kann, indes die andere in gerader Richtung auf ihn wirkt, die Frage entscheiden. Man ziehe AD parallel mit der Oberfläche des Körpers K, bey dem Punkte des Zusammentreffens; von C lasse man CD perpendiculär nach AD abfallen,

und durch den Punkt des Zusammentreffens ziehe man AB parallel mit DC, welche Linie, da AB perpendicular mit AD ist, ebenfalls bey dem Punkte des Zusammentreffens mit dem Körper K perpendicular seyn muß. So ist die Kraft AC in die beyden Kräfte AD und DC, oder AB aufgelöset, und die erste derselben kann nicht auf den Körper wirken, indes die letzte ganz auf ihn wirkt. Man nehme zum Beyspiele an, daß, anstatt daß nur ein Körper sich von C gegen A bewege, sich zwey Körper gegen ihn bewegen, der eine nehmlich, in der Richtung DA, und der andere in der Richtung BA, so ist es klar, daß die eine dieser beyden Kräfte in der Richtung BA ganz und direkt auf den Körper K wirken wird, indes die andere in der Richtung DA bey ihm vorbey geht, und folglich keinen Einfluß auf ihn haben kann.

Auf eben die Art kann man beweisen, daß, wenn die durch CA bezeichnete Kraft in zwey andere Kräfte, nehmlich AB, welche mit der Oberfläche des Körpers L bey dem Punkte des Zusammentreffens parallel ist, und BC, oder deren gleiche Kraft AD, welche ihr perpendicular ist, aufgelöst wird, die letzte Kraft allein auf den Körper L wirken wird. Die Kraft also, welche auf den Körper K wirkt, ist durch AB oder durch DC, was jenem gleich ist, bezeichnet, und die Kraft, die auf den Körper L wirkt, wird durch die Linie AD, oder der ihr gleichen BC bezeichnet, und diese beyden Kräfte sind mit der Kraft AC von gleichem Werthe.

Die Neigung der Richtung, oder die schiefe Richtung des Stoßes auf den Körper K, oder auf die Linie AD, welche mit ihm, bey dem Punkte des Zusammentreffens parallel ist, wird durch den Winkel DAC dargestellt, und die Neigung des Stoßes auf den Körper L, oder auf die Linie AB ist durch den Winkel CAB dar-

gestellt. Nun wird, nach der Trigonometrie, wenn AC der halbe Durchmesser gemacht worden, DC oder seine Gleichheit AB, der Sinus des Winkels der Neigung DAC, und BC oder die ihm gleiche AD wird der Sinus des Winkels der Neigung BAC. Die Wirkung der schiefen Kraft CA verhält sich also zu der Wirkung, welche dieselbe Kraft, wenn sie in einer perpendiculären Richtung käme, hervorbringen würde, wie sich der Sinus des Neigungswinkels zu dem halben Durchmesser verhält. — Dies ist ein allgemeines, und bey der Berechnung schiefer Stöße nützliches Gesetz.

Bey dem angenommenen Beyspiele ist das Verhältnis der schiefen Kraft CA um den Körper A zu bewegen, zu dem Verhältnisse der nämlichen Kraft, wenn sie in einer perpendikulären Richtung käme, wie das Verhältnis des Sinus DC zu dem Halbdurchmesser AC ist, und für den Körper L, ist es wie der Sinus BC zu dem Halbdurchmesser AC.

Wenn man in dem oben erwähnten Falle annimmt, daß einer von diesen Körpern entfernt worden, indes der andere unbeweglich gehalten wird, so hat man den Fig. I. Taf. III. vorgestellten Fall. Hier stößt nehmlich der Körper A, indem er sich in der Richtung AC bewegt, schief bey C auf das feste Hindernis BF. Woraus sich deutlich ergiebt, daß sich die Größe des schiefen Stoßes zu der Größe des nehmlichen Stoßes, wenn er in einer, dem Hindernisse perpendiculären Richtung erfolgt wäre, verhält, wie sich der Neigungs- oder Einfalls-Winkel (nehmlich wie die Perpendikularlinie AB) zu dem Halbdurchmesser AC verhält.

Wenn ein vollkommen elastischer Körper, wie A Fig. I. Taf. III. in schiefer Richtung gegen C auf dem festen Hindernisse BF stößt, so wird derselbe nach dem Stoße von

diesem Hinderniſſe in der Richtung CE auf eine ſolche Art zurückgeworfen werden, daß er den Reflexions- oder Zurückprallungswinkel ECF bildet, welcher dem Einfallswinkel ACB gleich iſt.

Da die ſchiefe Kraft AC, in zwey Kräfte, nehmlich DC, welche dem Hinderniſſe perpendiculär iſt, und AD, welche ihm parallel iſt, iſt aufgelöſet worden, ſo iſt die Wirkung auf die Fläche die nehmliche, als wenn der Körper in gerader Richtung von D gegen ſie gekommen wäre, und der Körper A würde, zufolge der Geſetze des Zuſammentreffens vollkommen elaſtiſcher Körper (Kap. 7.) nach dem Stoße in der Richtung CD zurückgeworfen werden. Allein von den zwey Kräften, in welche die urſprüngliche Kraft des Körpers A aufgelöſt worden iſt, behält dieſer Körper die eine durch AD bezeichnete Kraft, weil dieſe, bey dem Stoße auf das Hindernis, nicht gelitten hat, der Körper A wird alſo nach dem Stoße durch zwey Kräfte in Bewegung geſetzt, nehmlich durch die eine, die durch CD, welche AB und EF gleich iſt, bezeichnet wird, und durch die andere, mit CF bezeichnete, welche DA und DE gleich iſt, daher er ſich in der Diagonale CE bewegen muß, und da die Linien CF, FE beyde den Linien CB und BA gleich ſind, und auch die Winkel bey B und F gleich ſind, weil ſie rechte Winkel ſind: ſo iſt (Euklid. Th. 4. B. I.) das Dreyeck EFC in jeder Rückſicht dem Dreyecke ACB gleich; folglich iſt der Reflexions- oder Zurückprallungswinkel ECF, dem Einfallswinkel ACB gleich.

Einige Schriftſteller nennen den Winkel ACD den Einfallswinkel, und den Winkel DCE den Reflexions- oder Zurückprallungswinkel, nehmlich die Winkel, welche der Körper mit der Perpendicularlinie DC macht. Dies

verändert jedoch den Satz nicht, denn der Winkel ACD ist ebenfalls dem Winkel DCE gleich, da diese Winkel die Ergänzungen der gleichen Winkel ACB und ECF zu zwey rechten Winkeln sind.

In dem Falle, daß zwey Körper schief gegen einander stoßen, es mag nun nur einer, oder es mögen beyde in Bewegung seyn, können ihre Richtungen, Geschwindigkeiten und Momente nach dem Stoße leicht nach dem erklärt werden, was in den letzten Paragraphen ist erläutert worden, wenn es mit dem verbunden wird, was in dem siebenten Kapitel über das Zusammenstoßen elastischer und nichtelastischer Körper in gerader Richtung ist gesagt worden, und das folgende Beyspiel wird die Anwendung davon zeigen.

Man nehme an, daß zwey nicht elastische Körper A und B Fig. 2. Taf. III., von denen sich der erstere in der Richtung AC und der andere in der Richtung BD beweget, bey CD auf einander stoßen; so ziehe man die Linie MG durch ihre Mittelpunkte und durch den Punkt der Berührung. Von den ursprünglichen Stellen dieser Körper, nehmlich von A und B, lasse man AM und BN perpendikulär auf MG fallen. Dann kann die Kraft eines jeden Körpers in zwey Kräfte aufgelöset werden, nehmlich die von A in AM und MC, und die von B in BN und ND.

Von seinen zwey Kräften behält A die Kraft AM, weil die Kraft MC auf den anderen Körper ist verbraucht worden. Von den dem Körper B zukommenden zwey Kräften, hat er die Kraft BN behalten, indes die Kraft ND auf den anderen Körper ist verbraucht worden. Die Wirkung dieser beyden Körper auf einander ist also genau dieselbe, als wenn sie sich in gerader Richtung, der eine von M und der andere von N, bewegten. Ob sie

nun nach dem Stoße beyde auf demselben Wege, oder auf verschiedenen Wegen fortgehen, und in welchem Verhältniß sie es thun würden, das muß nach den im siebenten Kapitel angegebenen Regeln über den geraden Stoß, bestimmt werden. Sind aber ihre Geschwindigkeiten auf diese Art bestimmt; hat man zum Beyspiele gefunden, daß, wenn die Körper sich in gerader Richtung von M und N bewegt hätten, der Körper A nach dem Stoße sich bis O würde bewegt haben, indes der Körper B bis G würde gegangen seyn: dann muß man sich erinnern, daß in dem gegenwärtigen Falle eines schiefen Zusammentreffens, der Körper A die Kraft AM behalten hat, und daß er also nach dem Stoße von zwey Kräften in Bewegung gesetzt wird, nehmlich von einer, die mit AM gleich und parallel ist, und von einer anderen, die gleich und parallel mit CO ist, wovon die Folge ist, daß er einen zusammengesetzten Lauf haben muß, welches man auf folgende Art findet: Man ziehe durch den Mittelpunkt C die Linie CI gleich und parallel mit AM; durch I ziehe man IE gleich und parallel mit CO, so giebt die Diagonale CE die Geschwindigkeit und die Richtung des Körpers A nach dem schiefen Stoße.

Was den Körper B betrifft, so ist gesagt worden, daß er nach dem Stoße die Kraft BN behalte, und daß er, wenn sich die Körper in gerader Richtung gegen einander bewegten, sich nach dem Stoße von D bis G würde fortbewegt haben. Daher ziehe man durch D die Linie DH gleich und parallel mit BN, und durch H die Linie HF gleich und parallel mit DG, so wird die Diagonale DF die Geschwindigkeit und die Richtung des Körpers B, nach dem schiefen Stoße zeigen.

Dies ist der Fall, wenn die Körper vollkommen hart oder nicht elastisch sind. Sind sie aber vollkommen ela-

stisch, so nehme man an, daß man vermittelst der Regeln für elastische Körper gefunden habe, daß der Körper A nach dem angenommenen geraden Stoße zurück bis Q in der nehmlichen Zeit wäre geworfen worden, in welcher der Körper B nach R zurückgeworfen worden, weil nach dem schiefen Stoße der Körper A die Einwirkungen zweyer Kräfte, nehmlich einer, welche mit A M gleich und parallel ist, und der anderen, welche mit C Q gleich und parallel ist, erfähret, so wie auch zwey Kräfte auf den Körper B wirken, nehmlich eine, welche mit B N gleich und parallel, und eine andere, welche beydes mit D R ist: Man ziehe also in der dritten Figur durch Q die Linie Q Z gleich und parallel mit A M; eben so ziehe man durch Z die Linie I Z gleich und parallel mit C Q; dann giebt die Diagonale C Z die Richtung und die Geschwindigkeit des elastischen Körpers A nach dem schiefen Stoße.

Weiter ziehe man durch R die Linie R X gleich und parallel mit B N, und durch X die Linie X Y gleich und parallel mit D R, so wird die Diagonale D X die Geschwindigkeit und die Richtung des elastischen Körpers B nach dem schiefen Stoße geben.

Kurz, die Fig. 2. und Fig. 3. vorgestellten Fälle sind blos darin von einander verschieden, daß im ersteren Falle die Körper als vollkommen hart, im zweyten aber, als vollkommen elastisch angenommen werden.

Ich könnte nun zur Untersuchung der Fälle fortgehen, da drey oder mehr Körper zusammenstoßen, wie auch solcher, wobey von Körpern von verschiedenen Gestalten die Rede ist, da ich bisher immer Körper von einer vollkommenen Kugelgestalt angenommen habe, allein ich übergehe sie erstlich darum: weil sie jeder Leser, bey einer mäßigen Anstrengung seines Nachdenkens,

leicht nach dem, was bisher ist vorgetragen worden, selbst erklären kann, und zweytens, weil die besondere Untersuchung aller Arten der zusammengesetzten Bewegung das Werk zu einer Stärke anschwellen würde, die weit über die einem Buche für Anfänger geziemenden Grenzen hinausgehen würde *).

Neuntes Kapitel.

Von der krummlinigen Bewegung.

Bisher habe ich die zusammengesetzte Bewegung, welche eine Folge von einfachen oder solchen Stößen ist, die eine gleichförmige Bewegung hervorbringen, betrachtet. Aber es ist nun nothwendig, die oben gegebenen Regeln auch auf diejenige Art der zusammengesetzten Bewegung anzuwenden, welche von der vereinigten Wirkung einer einfachen und einer beschleunigenden oder fortwirkenden Kraft hervorgebracht wird. In diesem Falle wird man finden, daß der Körper nicht einen geraden Weg beschreibt, wie er thut, wenn er von einfachen Stößen fortgetrieben wird, sondern er beschreibt krumme Linien, welche nach dem Verhältnis der Verschiedenheit der Kräfte auch verschieden sind; die zwey Fälle jedoch ausgenommen, wenn entweder die Kräfte in der nehmlichen Richtung, oder einander gerade entgegengesetzt wirken, in welchen beyden Fällen die Bewegung des Körpers immer geradlinigt seyn wird.

Man

*) Wer mehr Belehrung über diesen Gegenstand wünscht, der kann sie in dem zweyten Buche von Gravesands mathematischen Anfangsgründen der Physik finden, die von Desaguliers edirt worden.

Man nehme an, der Körper A Fig. 4. Taf. III. werde von A gegen H mit einer solchen Kraft gestoßen, die ihn für sich allein in den Stand setzte, die gleichen Räume AB, BF, FG u. s. w. in gleichen Zeittheilen zu durchlaufen, zum Beyspiele, jede dieser Entfernungen in einer Minute. Man nehme ferner an, daß eine anziehende (folglich eine beschleunigende) Kraft, den nämlichen Körper A unablässig gegen den Mittelpunkt C auf eine Art ziehe, die für sich selbst genommen, ihn in den Stand setzen würde, die ungleichen Räume AI, IK, KL, LM in gleichen Zeittheilen, nämlich jeden in einer Minute zu durchlaufen.

So muß jetzt die vereinigte Wirkung dieser beyden Kräfte, den Körper A, auf den sie stoßen, nöthigen, den zusammengesetzten und krummlinigen Weg ANOP u. s. w. zu machen. Durch B ziehe man die Linie BC, das ist in der Richtung des Mittelpunkts der Anziehung: — Durch I ziehe man IN, parallel mit AB, so ist nach dem, was oben gesagt worden, klar, daß der Körper, nach Verlauf der ersten Minute bey N wird gefunden werden. Wenn nun jetzt die anziehende Kraft aufhörte zu wirken, so würde der Körper, nach dem ersten Gesetz der Bewegung, in der Richtung NR fortlaufen. Da aber die anziehende Kraft fortfährt zu wirken, so wird sich der Körper, nach Verlauf der zweyten Minute, bey O befinden und aus der nämlichen Ursache nach Verlauf der dritten Minute bey P und so fort. Der Weg ANOP ist also nicht gerade, sondern er besteht aus den Linien: AN, NO, OP u. s. w. die unter einander gewisse Winkel bilden.

Wenn man anstatt eine Minute zur Bestimmung des Ortes, an dem sich der Körper befindet, anzunehmen, eine halbe Minute dafür annimmt, so würde dann jede die-

ser Linien AN, NO u. s. w. in zwey, einen Winkel enthaltende Linien aufgelöst worden seyn. Und eben so würde, wenn die Lage des Körpers am Ende eines Tausenttheilchens einer Minute wäre bestimmt worden, jede von den Linien AN, NO u. s. w. in tausend sich gegen einander neigende Linien aufgelöst worden seyn; da aber die anziehende Kraft nicht in Zwischenräumen wirkt, sondern beständig und ohne nachzulassen, so ist der wahre Weg des Körpers eine vieleckige Bahn, die aus einer unendlichen Menge von Seiten besteht; oder, um genauer zu sprechen, er ist eine fortgesetzte krumme Linie, welche, wie schon weiter oben gezeigt worden ist, durch die Punkte AN, OP u. s. w. geht.

Die Krümmung des Weges AN, OP eines Körpers, auf den zu einer Zeit eine gleichförmige und eine beschleunigende Kraft wirkt, wird nach dem Verhältniß der beyden Kräfte verändert. Wenn daher der gleichförmige Stoß auf eine solche Art verstärkt oder vermindert wird, die den Körper für sich selbst in den Stand setzen würde, durch Räume zu gehen, die kürzer oder länger wären als AB, BF, BG u. s. w. und zwar in eben solchen gleichen Zeittheilen als oben angenommen worden, indem die anziehende Kraft dieselbe bliebe, dann wird die Krümmung des Weges verhältnißmäßig vergrößert oder vermindert werden, wie es Fig. 5 und 6. Taf. III. gezeigt worden.

Wenn die beyden Kräfte in einem bestimmten Verhältniß zu einander stehen, dann ist der Lauf, oder der Weg des Körpers ein Zirkel; in anderen Verhältnissen, innerhalb einer gewissen Begrenzung, wird der Weg elliptisch, oder ein mehr oder weniger ausgedehntes Oval und in anderen, ausser jener Begrenzung liegenden Ver-

hältnissen, wird der Weg eine offene krumme Linie, Solche krumme Linien nennt man Parabeln, oder Hyperbeln, und ihre Eigenschaften, so wie die Eigenschaften der Ellipse findet man in allen Schriften, die von den Kegelschnitten handeln, beschrieben.

In Fig. 4. ist der Mittelpunkt der Anziehung C nicht sehr weit von der Richtung A H der gleichförmigen Kraft gesetzt worden. Wenn aber dieser Mittelpunkt sehr weit von ihr ist, so werden die geraden Linien C B, C F, C G, u. s. w. beynahe parallel werden, und in vielen Fällen können sie als wirklich parallel betrachtet werden.

Ein Fall dieser Art ist Fig. 7. Taf. III. dargestellt, wo der Mittelpunkt der Anziehung so entfernt von A G ist, daß die davon ausgehenden geraden Linien B C, F C, G C u. s. w. nicht von Parallellinien zu unterscheiden sind. In dem Fall, da die Räume A I, A K, A L u. s. w. sich als die Quadrate der Zeilen verhalten, nämlich als die Quadrate einer, oder zweyer oder dreyer Minuten u. s. w. indeß die Räume A B, A F, A G u. s. w. oder die ihnen gleiche I N, K O, L P u. s. w. sich blos als die Zeiten verhalten, dann ist die Krümmung oder der Weg des Körpers A N, O P eine Art von krummer Linie, welche eine Parabole genannt wird, die mehr oder weniger offen ist, je nachdem die Wurfkraft oder gleichförmige Kraft, mehr oder weniger mächtig ist. Und dies ist der Weg, den alle die Körper, welche in schiefer Richtung an der Oberfläche der Erde geworfen werden, als Kanonenkugeln, aus der Hand oder anderen Maschienen geworfene Steine und mit Einem Worte, alle geworfene Körper beschreiben; jedoch muß man davon jene Abweichung von der parabolischen Krümmung ausnehmen, die durch den Widerstand der Luft verursacht

wird und die in gewissen Fällen sehr beträchtlich ist. Denn an der Oberfläche der Erde verhalten sich die Räume, welche fallende Körper beschreiben, wie die Quadrate der Zeiten (zufolge desjenigen, was im fünften Kapitel dargethan worden), und der Mittelpunkt der Anziehung ist ohngefähr viertausend Meilen unter der Oberfläche*).

*) Die bewundernswürdige Lehre von der krummlinigten Bewegung, verdient die größte Aufmerksamkeit des Philosophen, da sie die größten Erscheinungen der Natur enthüllt. Sie umfaßt beynahe alle Bewegungen, die in der Welt sich ereignen. Sie mißt und vergewissert alle besondere Fälle, die Bewegungen der himmlischen Körper betreffend. — Sie leitet den menschlichen Geist auf sicheren Pfaden, zur Erforschung und Kenntniß der verwickeltesten Erscheinungen und der dunkelsten Gegenstände. Ich will daher versuchen hier diese Lehre so kurzgefaßt und so deutlich als es die Natur des Gegenstandes und die Grenzen dieses Werkes erlauben, zu erklären.

Von der gleichförmigen Bewegung in zirkelförmigen Kreisen.

Eine Centripetalkraft, in der ganzen Bedeutung des Worts, ist eine solche Kraft, durch welche ein in Bewegung befindlicher Körper unaufhörlich von seinem rechtlinigen Laufe nach irgend einem Mittelpnnkte gezogen wird. Diese Kraft kann eben so gut die Wirkung einer Schnur, welche den Körper hält, als der Zusammenhang des Körpers mit einem anderen in Bewegung befindlichen Körper, oder auch die Schwerkraft seyn u. s. w.

Eine Centrifugalkraft ist die Gegenwirkung oder der Widerstand, den ein in Bewegung befindlicher Körper ausübt, um zu verhüten, daß er nicht aus seinem Wege geworfen werde und durch welche er strebt, seine Bewegung in der nämlichen Richtung fortzusetzen, und so wie die Gegenwirkung immer der Wirkung gleich und entgegen ist, so verhält sich auch die Centrifugalkraft zu der Centripetalkraft. Die Centrifugalkraft entsteht von der Trägheit der Materie: denn wenn die Wirkung der Centripetalkraft gehemmt würde, so würde der Körper, der sich um einen Mittelpunkt herum

Die Wege der Körper, welche sich um einen Mittelpunkt der Anziehung bewegen, sind mit verschiedenen

bewegt, in der Richtung des letzten Augenblickes, oder des letzten Theiles seiner krummlinigen Bewegung, nämlich in einem Tangenten der krummen Linie, aufwärts fliegen. Die Geichheit der beyden Kräfte, nämlich der Centripetalkraft im Gegensatz der Centrifugalkraft, wird leichter eingesehen werden, wenn man sich vorstellt, daß ein sich umschwingender Körper durch eine Schnur innerhalb seines cirkelförmigen Kreises aufgehalten werde, denn diese Schnur muß dann eben so wohl streben den Körper gegen den Mittelpunkt der Anziehung zu ziehen, als auch den Mittelpunkt der Anziehung gegen den Körper.

Da die Centripetalkraft mit dem Raume im Verhältniß steht, den ein Körper in einer gegebenen Zeit durch die Wirkung dieser Kraft beschreibt, so ist es leicht einzusehen, daß die Centripetalkraft sowohl als die Centrifugalkraft durch die gezogenen Linien BC, bc Fig. 8. Taf. III. bezeichnet werden, denn weil der Körper die unendlich kleine Tangenten AB beschreibt, so ist der Raum, den ihn die Centripetalkraft in der nämlichen Zeit zu durchlaufen zwingt, *BC* gleich.

Anmerkung: Die Linien *BC*, bc und AB, Ab sind blos zur Erleichterung der Erläuterung der Sache so groß gezogen worden: denn unter werdenden (nascent) oder verschwindenden (evanescent) Linien verstehe ich Linien von einerley Art, die aber unbestimmbar klein und bey dem Punkte A sind. — Eben diese Erklärung gilt auch von anderen Linien oder Größen, die in den folgenden Sätzen, werdende oder verschwindende werden genannt werden.

Erster Satz: „Bey einem sehr kleinen Bogen, stehen der Sinus, die Tangente, die den Zirkel durchschneidende gerade Linie Sehne und der Bogen selbst zu einander beynahe in dem Verhältnisse der Gleichheit.

Die rechtwinklichten Dreyecke ABE und ACD, Fig. 9. Taf. III. sind einander gleich; daher AE: AD :: BE: CD wenn der Bogen *BFD*, oder der Winkel *BAD* sehr klein,

merkwürdigen Eigenschaften begabt. Dahin gehört: daß ihre Umlaufszeiten, ihre Geschwindigkeiten, ihre Entfer-

oder doch kleiner wird, als irgend eine gegebene Größe, so wird der Punkt E, dem Punkte D unendlich nahe kommen; so daß der Unterschied zwischen AE und AD fast verschwinden wird, und eben so der Unterschied zwischen BE (dem Sinus) und zwischen, CD (der Tangente), nämlich der Sinus und die Tangente werden einander beynahe gleich werden, Und da sowohl die Sehne (Durchschnittslinie) *BD*, als auch der Bogen BFD, länger ist als der Sinus, uud kürzer als die Tangente, so sind bey sehr kleinen Bogen der Sinus, die Tangente, die Sehne und der Bogen selbst, einander beynahe gleich.

Zweyter Satz: „In einem Zirkel verhalten sich die verschwindenden, oder die unendlich kleinen Subtendenten*) des Berührungswinkels, wie sich die Quadrate der Conterminalbogen verhalten.

Auf Fig. 8. Taf. III. sind *BC* und bc, die perpendicular nach der Tangente Ab gezogen sind, die Subtendenten des Berührungswinkels bAc, der von der Tangente Ab und dem Umkreise *ACD* gebildet wird. Diese Subtendenten muß man sich als sehr nahe an dem Punkte A denken, in welchem Falle dann muß bewiesen werden, daß sie sich zu einander verhalten, wie die Quadrate der Conterminalbogen AC, Ac.

Zufolge des Parallelismus der Linien AD, BC, bc und von Ab, mC, nc, ist die Linie *BC* der Am gleich und bc ist An gleich. (Nach Euklyd. Th. 8. Bd. VI.). AD: AC :: AC: Am; und AD: Ac :: Ac: An; Also: $AD \cdot Am = \overline{Ac}|^2$ und $AD \cdot An = \overline{Ac}|^2$. Daher bekömmt man:

$\overline{AC}|^2 : \overline{Ac}|^2 :: Am \cdot AD : An \cdot AD :: Am : An :: BC : bc.$

*) Eine Linie, die von einem Ende des Zirkelbogens zu dem andern geht.

nungen von dem Mittelpunkte der Anziehung u. s. w. bestimmten unveränderlichen Gesetzen folgen, welche zu

Hier können AC Ac so wohl für die Bogen, als auch für die Sehnen, die unter diesen Bogen gezogen sind, genommen werden, weil sie nach dem vorigen Satze, sich beynah einander gleich sind.

Corollarium. Da AD: AC:: AC: Am (= BC); so bekömmt man: $BC \frac{AC}{AD}^2$.

Dritter Satz. „In dem ersten, oder entstehenden Zustande einer Zirkelbewegung ist die Wurfkraft unendlich größer als die Centripetalkraft.

Fig. 10. Taf. III. giebt der Cirkel ACD, den Kreis des Körpers A, der sich gleichförmig längs dem erwähnten Umkreise bewegt, nämlich: der Körper A wird von einer Wurfkraft, in der Richtung AH, perpendikular mit AN gestoßen und erfährt zu gleicher Zeit auch die Einwirkung einer anziehenden Kraft in der Richtung gegen den Mittelpunkt N, indem diese beyden Kräfte von der Beschaffenheit sind, oder in einem solchen Verhältnisse zu einander stehen, daß sie den Körper in dem Zirkelkreise ACDA halten können.

Bey dem sehr kleinen Bogen AC, verhält sich die Linie AB zu der Linie Am (= BC) wie sich die Wurfkraft (abstoßende Kraft) zu der anziehenden oder Centripetalkraft in der Entfernung AN verhält. Denn wie AB die gleichförmige Bewegung darstellt, die durch eine Wurfkraft in einer gewissen Zeit entsteht, so stellt BC die Abweichung von diesem Laufe, oder diejenige Kraft vor, die in der nämlichen Zeit den Körper gegen den Mittelpunkt der Anziehung ziehet.

Nach dem vorhergehenden Satze nun haben wir: BC (= Am): AC:: AC: AD; und wenn der Bogen AC ausserordentlich klein wird, oder in seinem werdenden Zustande ist, so wird der Durchmesser AD, unendlich größer als AC; und folglich wird AC oder AB (die nach dem ersten Satze einander beynah gleich sind,) unendlich größer als BC oder Am, also die Wurf- oder abstoßende Kraft unendlich größer als die Centralkraft.

kennen zur Untersuchung der natürlichen Erscheinung höchst nützlich ist. Diese Gesetze findet der Leser in der

Um die Verhältnisse der Geschwindigkeiten, der Kräfte u. s. w. der sich in verschiedenen Zirkelkreisen gleichförmig bewegenden Körper, wie A C D und I L O Fig. 10. sind, zu einander leichter vergleichen und beweisen zu können, wird es von Nutzen seyn, statt jene besonderen Punkte immer zu nennen, Buchstaben zur Bezeichnung derselben zu gebrauchen und weil die größern Buchstaben schon zur Bezeichnung des Körpers A, der sich in dem Zirkelkreise A C D bewegt, angewendet worden, sollen die kleineren von derselben Bedeutung, auch dieselbe Sache für den Körper I, der sich in dem Zirkelkreise I L O bewegt, bezeichnen. Daher wird bezeichnen*):

K, k, Die Zentralkräfte.

G, g, Die Geschwindigkeiten der Zirkelbewegung; oder einen der Bogen A C, I Z, weil bey gleichförmigen Bewegungen, die in einer gegebenen Zeit durchlaufenen Räume, sich wie die Geschwindigkeiten verhalten.

Z, z die periodischen Zeittheile.

D, d Die Diameter oder Durchmesser.

P, p Die Peripherien oder zirkelförmigen Kreise.

Die Bedeutung dieser Buchstaben wird man dem Gedächtnisse leicht einprägen können, da sie zugleich die Anfangsbuchstaben der Worte sind, die sie bezeichnen sollen.

Vierter Satz: „Die Centralkräfte verhalten sich wie die Quadrate der Geschwindigkeiten und umgekehrt wie die Diameter oder Durchmesser."

*) Ich habe hier die Buchstaben der deutschen Worte dafür genommen, weil diese den Leser leichter an den Gegenstand erinnern, also anstatt F, f (central forces) K, k; anstatt V, v (velocities) G, g; anstatt T, t, Z, z; D, d (diameter) ist geblieben; D, d (Durchmesser) so wie P, p (peripheries). T.

untenstehenden Anmerkung von einigen wenigen aber fest gegründeten mathematischen Grundsätzen abgeleitet. Die

Mit den oben erwähnten Buchstaben ausgedrückt, wird die Gleichung des Corollariums des zweyten Satzes: $K = \frac{G^2}{D}$ oder $k = \frac{g^2}{d}$; daher: $K : k :: \frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d}$.

Fünfter Satz: „In verschiedenen zirkelförmigen Kreisen verhalten sich ordentlich die Zentralkräfte wie die Durchmesser und umgekehrt wie die Quadrate der periodischen Zeiten.

Bey gleichförmigen Bewegungen wird die Geschwindigkeit durch den Quotienten des Raums durch die Zeit dividirt, ausgedrückt und bey zirkelförmiger Bewegung ist die Peripherie der Raum; daher: $G = \frac{P}{z^{\frac{1}{2}}}$. Weil nach dem vierten Satz: $K = \frac{g^2}{D}$ so haben wir $KD = G^2$ und $\overline{KD}|^{\frac{1}{2}} = G = \frac{P}{z}$; also: $\overline{KD}|^{\frac{1}{2}} \cdot Z = P$ und $KDZ^2 = P^2$.

Die Peripherie eines Zirkels aber ist gleich mit 3,1416 mit den Diameter oder Durchmesser multiplicirt, also: $P^2 = \overline{3,1416}|^2 \cdot D^2 = KDZ^2$; und $\overline{3,1416}|^2 \cdot D = KZ^2$; daher haben wir die Kraft $K = \frac{\overline{3,1416}|^2 \cdot D}{Z^2}$ als den zirkelförmigen Kreis ACD, Fig. 10, und $k = \frac{\overline{3,1416}|^2 \cdot d}{Z^2}$ für einen andern deren zirkelförmigen Kreis wie ILO; daher: $K : k :: \frac{\overline{3,1416}|^2 D}{Z^2} : \frac{\overline{3,1416}|^2 d}{z^2} :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2}$.

Sechster Satz. „Wenn die sich bewegenden (revolving) Körper gleiche Flächen in gleichen Zeiten beschreiben, dann verhalten sich die Zentralkräfte wie die Würfel der Durchmesser."

In diesem Falle wird die Fläche durch GD bezeichnet und da diese der anderen Fläche gd gleich ist: so haben wir: $G : g :: d : D$ und $G^2 : g^2 :: d^2 : D^2$. Nach dem vierten Satze aber: $K : k :: \frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d^2}$; daher: $\frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d} :: G^2 d : g^2 D$; also;

$$K : k :: d^2 d : D^2 D :: d^3 : D^3.$$

Hauptsächlichsten aber von ihnen werden in der Folge nach angestellten Versuchen bewiesen werden. Für jetzt würde der Leser wohlthun, zwey von diesen Gesetzen seinem Gedächtnisse gut einzuprägen; sie folgen hier,

Siebenter Satz: „Wenn die periodischen Zeiten gleich sind, so verhalten sich die Zentralkräfte wie die Halbdurchmesser; nämlich wie die Entfernungen von dem Mittelpunkt der Anziehung, und umgekehrt."

„Wenn $Z = z$ so wird die Analogie des fünften Satzes, (nämlich $K : k :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{Z^2}$) $K : k :: D : d :: \frac{D}{2} : \frac{d}{2}$ (nämlich wie die Halbdurchmesser.) Das umgekehrte Verhältnis dieses Satzes ist also klar, nemlich, daß, wenn $K : k :: D : d$, die periodischen Zeiten gleich seyn müssen.

Achter Satz. Wenn die Durchmesser gleich sind, so verhalten sich die Zentralkräfte wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

Denn (nach dem vierten Satze) $K : k :: \frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d}$; wenn also $D = d$ so entsteht folgendes: $K : k :: G^2 : g^2$, das heißt: wenn die Zirkel gleich sind, oder bey dem nämlichen Zirkel, verhalten sich die Kräfte, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

Neunter Satz. „Wenn die Durchmesser oder Entfernungen und folglich die Zirkel gleich sind; verhalten sich die Zentralkräfte umgekehrt wie die Quadrate der periodischen Zeiten.

Daher wird die Formel des fünften Satzes (nämlich $K : k :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2}$) $K : k :: \frac{1}{Z^2} : \frac{1}{z^2} : z^2 : Z^2$.

Zehnter Satz. „Wenn die Durchmesser gleich sind, so verhalten sich die periodischen Zeiten umgekehrt wie die Geschwindigkeiten.

Nach dem fünften Satz erhellet, daß:

$G : g :: \frac{P}{Z} : \frac{p}{z} :: \frac{D}{Z} : \frac{d}{z}$ weil die Durchmesser der Zirkel sich eben so zu einander verhalten als ihre Peripherien).

und ihre Anwendung ist sehr ausgedehnt. Das erste Gesetz: „Wenn sich Körper in gleichen Zirkeln bewegen,

Wenn also $D = d$ dann wird die vorhergehende Formel $G : g :: \frac{1}{Z} : \frac{1}{z}$; oder $Z : z :: g : G$.

Eilfter Satz: „Wenn die Geschwindigkeiten gleich sind, verhalten sich die Kräfte umgekehrt wie die Durchmesser."

Denn in diesem Falle wird die Formel des vierten Satzes, (nehmlich $K : k :: \frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d}$) $K : k :: \frac{1}{D} : \frac{1}{d}$; oder: $K : k :: d : D$.

Zwölfter Satz: „Wenn die Geschwindigkeiten gleich sind, verhalten sich die periodischen Zeiten, wie die Durchmesser; oder, welches einerley ist, wie die Peripherien."

Nach dem fünften Satze: $G : g :: \frac{P}{Z} : \frac{P}{z}$; und wenn $G = g$, so wird $\frac{P}{Z} = \frac{P}{z}$ oder $Pz = pZ$; daher haben wir: $Z : z :: P : p :: D : d$.

Dreyzehnter Satz: „Wenn die Zentralkräfte gleich sind, verhalten sich die Zeiten wie die Quadratwurzeln der Entfernungen oder der Durchmesser.

Nach dem fünften Satze ist gezeigt worden, daß $K : k :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2}$. Wenn nun $K = k$, so ist $\frac{D}{Z^2} = \frac{d}{z^2}$ oder $D z^2 = d Z^2$, welches das Größenverhältnis $Z^2 : z^2 :: D : d$ giebt, und folglich: $Z : z :: D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}$.

Vierzehnter Satz: „Wenn die Zentralkräfte gleich sind, verhalten sich die Quadrate der Geschwindigkeiten, wie die Entfernungen, und die periodischen Zeiten, wie die Geschwindigkeiten.

Nach dem vierten Satze: $K : k :: \frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d}$ und wenn $K = k$, so ist $\frac{G^2}{D} = \frac{g^2}{d}$ und $G^2 d = g^2 D$; welches

so verhalten sich die Zentralkräfte, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, oder eine doppelte Wurf-, oder ab-

das Verhältniß giebt: $G^2 : g^2 :: D : d :: \frac{D}{2} :: \frac{d}{2}$ (indem die Entfernungen die Hälften der Durchmesser sind.) Also nach dem dreyzehnten Satze: $Z : z :: D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}$ und nach dem letzten Verhältniß $G : g :: D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}$, daher: $Z\ z :: G : g$.

Funfzehnter Satz. „Wenn sich die Zentralkrafte umgekehrt wie die Durchmesser oder die Entfernungen verhalten; dann verhalten sich die Quadrate der periodischen Zeiten, wie die Würfel der Entfernungen.

Man nehme an, daß sich die Zentralkräfte wie irgend eine Kraft, etwa m, der Entfernungen verhalte, nehmlich $K : k :: D^m : d^m$. Nach dem fünften Satze G. $K : k :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2}$; also: $D^m : d^m :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2} :: D\,z^2 : d\,Z^2$;

und $\frac{D^m}{D} : \frac{d^m}{d} :: z^2 : Z^2$; oder $D^{m-1} : d^{m-1} :: z^2 : Z^2$; und $D^{\frac{m-1}{2}} : d^{\frac{m-1}{2}} :: z : Z$; daher

$D^{\frac{1-m}{2}} : d^{\frac{1-m}{2}} :: Z : z$.

Wenn nun aber die Zeiten gleich sind, so verschwindet die Kraft m oder $m = o$ und dann wird die letzte Größenvergleichung: $D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}} :: Z : z$, welches dieselbe Gleichung ist, die im dreyzehnten Satze schon da war. Wenn sich die Kräfte verhalten, wie die Entfernungen, dann wird m die erste Kraft, oder: $m = 1$ und in diesem Falle wird die obenerwähnte Formel: $D^o : d^o :: 1 : 1 :: Z : z$ und folglich ist $Z = z$, welches der Fall des siebenten Satzes ist. — Endlich: Wenn sich die Kräfte umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten, dann ist: $m = -2$ und die obenerwähnte Größenvergleichung wird: $D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}} :: Z : z$; oder $D^3 : d^3 :: Z^2 : z^2$; oder: $\frac{D^3}{2} : \frac{d^3}{2} :: Z^2 : z^2$.

Diesem großen Gesetze der Natur folgen die Planeten unsres Sonnensystems. Die Quadrate ihrer periodischen Zei-

stoßende Kraft, kömmt einer vierfachen Kraft der Centripetalanziehung gleich." Zum Beyspiele: Wenn ein Körper,

ten verhalten sich wie die Würfel ihrer Entfernungen von dem gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Anziehung, welches, wie hernach wird gezeigt werden, sehr nahe dem Mittelpunkte der Sonne ist. Und dadurch wird bewiesen, daß Newtons Hypothese, von der gegenseitigen und allgemeinen Anziehung der Weltkörper unter einander, so übereinstimmend mit den genauesten mathematischen Schlußfolgerungen und allen Erscheinungen ist, daß ihr nur der Unwissende seinen Beyfall versagen kann.

Diese Lehre von der Zirkelbewegung, die ich in funfzehn Sätzen vorgetragen habe, hätte vielleicht kürzer gefaßt werden können, wenn es nicht meine Hauptabsicht gewesen wäre, die Sache so leicht und faßlich als möglich für meine Leser vorzutragen. Die Erfahrung hat mich gelehrt, daß es in vielen Fällen weit mühsamer ist, jeden besonderen Fall von einem innhaltsvollen Satze abzuleiten, als einen besonderen Satz für jeden einzelnen Fall zu lesen.

Da ich nun in den vorhergehenden Sätzen die Verhältnisse zwischen den Kräften, den Geschwindigkeiten und den periodischen Zeiten solcher Körper, die sich in Zirkelkreisen umwälzen, festgesetzt habe, ist es nun auch nöthig, den Gebrauch derselben zu lehren und zu zeigen, wie sie zur Bestimmung einzelner Fälle müssen angewendet werden, da ich bereits erinnert habe, daß die bloße Bekanntschaft mit den Verhältnissen, in welchen gewisse Dinge zu einander stehen, uns nicht in den Stand setzt, irgend eine absolute Größe zu bestimmen, wenn nicht einige ihrer besonderen Beschaffenheiheiten vermittelst wirklicher Versuche vorher bestimmt worden.

Um nun die Verhältnisse der oben erwähnten Kräfte, Geschwindigkeiten u. s. w. leichter und kürzer bestimmen zu können, will ich nur eine Einzige unbekannte Größe, nehmlich eine gewisse Kraft des Halbdurchmessers oder der Entfernung des sich umschwingenden Körpers von dem Mittelpunkte der Anziehung ihnen noch hinzufügen. Denn lernen wir diese Größe, entweder durch Versuche oder durch abgeleitete

der mit einer bestimmten Geschwindigkeit gestoßen, und von einer bestimmten Zentralkraft angezogen wird, einen

Folgerungen von anderen bekannten Kräften, kennen, so werden wir durch sie auch leicht alle andere besondere Beschaffenheiten bestimmen können.

I. Die anziehende Kraft wird durch die Geschwindigkeit gemessen oder bestimmt, die in einer gegebenen Zeit gleichförmig bewirkt wird. Diese Zeit wollen wir Eins nennen, (indem man dabey eine Sekunde, oder eine Minute, oder, kurz, die Einheit irgend einer anderen Zeittheilung, deren man sich in der Berechnung bedienen will, verstehen kann,) und diese Kraft oder Geschwindigkeit wollen wir durch r^n, das heißt eine unbestimmte Kraft n des Halbdurchmessers r des Kreises, ausdrücken.

II. Es ist oben gezeigt worden, daß, wenn ein ruhender Körper anfängt sich zu bewegen und nach einem Mittelpunkte der Anziehung fortgeht, derselbe nach Verlauf einer gegebenen Zeit einen Grad der Geschwindigkeit erlangt, der ihn in den Stand setzen würde, in eben so viel Zeit, einen noch einmal so großen Raum zu durchlaufen, wenn die Wirkung der anziehenden Kraft gehemmt würde. Also ist die Entfernung, durch welche ein Körper in der oben erwähnten Zeit Eins zu dem Mittelpunkte der Schwere herabsteigen wird $\frac{1}{2} r^n$.

III. Wenn also A C Fig. 10. Taf. III. ein in einer gewissen Zeit Z beschriebener Bogen wäre, so würde die Entfernung, durch welche der Körper gegen den Mittelpunkt der Anziehung in der nehmlichen Zeit herabsteigen würde $= \frac{\frac{1}{2} r^n Z^2}{1^2}$ seyn; denn da sich die auf diese Art durchwanderten Räume wie die Quadrate der Zeiten verhalten, so bekommen wir: $1^2 : Z^2 :: \frac{1}{2} r^n : \frac{\frac{1}{2} r^n Z^2}{1^2}$

Zirkel um den Mittelpunkt der Anziehung beschreibt: so muß, wenn die Geschwindigkeit verdoppelt oder dreyfach

IV. Der Theil des Umfanges AC, den der Körper in der Zeit Z beschreibt, ist $= Z\,r\,\frac{n+r}{2}$; da wir in dem Zirkel ACD haben $\overline{AC}|^2 = AD \,.\, Am$ *) $= 2\,AN \,.\, Am =$ $AN \,.\, 2\,Am = \frac{Z^2\,r\,r^n}{1^2} = \frac{Z^2\,r^{n+1}}{1^2}$; also ist $AC =$ $\left|\frac{Z^2\,r^{n+1}}{1}\right|^{\frac{1}{2}} = \frac{Z\,r^{\frac{n+1}{2}}}{1}$.

V. Die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Körper in dem Zirkel beweget, ist $= r^{\frac{n+1}{2}}$. Nach dem vierten Satze verhält sich das Quadrat der Zeit, wie das Produkt des Halbdurchmessers, oder des Radius, multiplicirt mit der Kraft und zufolge der oben erwähnten Bemerkung (§. 1.) wird die Kraft durch r^n ausgedrückt; das Quadrat der Geschwindigkeit ist also $= r\,r^n = r^{n+1}$, und folglich wird die Geschwindigkeit selbst durch: $r^{\frac{n+1}{2}}$ ausgedrückt.

VI. Die periodische Zeit, oder die Zeit eines ganzen Umlaufs, ist $= 2\,c\,r\,\frac{1-n}{2}$ (da $c = 3{,}1416$ u. s. w. ist, das ist: der Umfang eines Zirkels, dessen Durchschnitt Eins ist). Denn da (nach §. IV.) $\frac{Z\,r^{\frac{n+1}{2}}}{1}$ der Theil des Kreises ist, der in der Zeit Z ist beschrieben worden, so muß nothwendig derjenige Theil, der in der Zeit Eins ist beschrieben worden, $r^{\frac{n+1}{2}}$ seyn. Und da sich die mit einer gleichförmigen Bewegung beschriebenen Räume wie die Zeiten verhalten, wird er: $r^{\frac{n+1}{2}} : 2\,r\,c$ (= dem ganzen Umfange) :; 1 : $2\,c\,r\,\frac{1-n}{2}$ seyn.

*) Euklid. Th. 8. B. 6.

vermehrt wird, die anziehende Kraft vier; oder neunmal so stark seyn, als sie vorher war, um den Körper in dem nehmlichen Zirkel zu bewegen.

Zwey-

VII. Der Raum, durch welchen der Körper zum Mittelpunkt der Anziehung herabsteigen muß, um eine Geschwindigkeit zu erlangen, die derjenigen gleich ist, mit welcher er sich umdreht, ist der Hälfte des Halbdurchmessers gleich, nehmlich: $\frac{1}{2}r$. Denn es ist im fünften Kapitel bewiesen worden, daß sich die Räume, welche abwärts steigende Körper beschreiben, wie die Quadrate der Zeiten oder der Geschwindigkeiten verhalten. Auch ist §. II. gezeigt worden, daß durch das Herabsteigen durch $\frac{1}{2}r^n$, die Geschwindigkeit r^n erlangt wird. Will man also wissen, wie tief ein Körper niederwärts steigen müsse, um eine Geschwindigkeit zu erlangen, welche $r^{\frac{n+1}{2}}$ (§. V.) gleich ist, so sagt man: Wie sich das Quadrat von r^n zu dem Quadrate von $r^{\frac{n+1}{2}}$ verhält, so verhält sich $\frac{1}{2}r^n$ zu einer vierten Proportionale; nehmlich: $r^{2n} : r^{n+1} :: \frac{1}{2}r^n :$

$$\frac{\frac{1}{2}r^{2n+1}}{r^{2n}} = \frac{\frac{1}{2}rr^{2n}}{r^{2n}} = \frac{1}{2}r.$$

So haben wir die Größen der Geschwindigkeiten, der periodischen, oder Umlaufszeiten u. s. w. auf eine allgemeine und zugleich faßliche, einfache Art bestimmt, da, man mag diese Methode auf welche anziehende Kraft und auf welche periodische Umdrehung man wolle anwenden, die einzige Größe, die man zu kennen braucht, immer nur der Werth von r^n ist. Um sie jedoch noch besser zu erläutern, wollen wir sie noch auf die Kraft der Schwere der Erde anwenden. Es ist nehmlich bekannt, daß ein Körper an der Oberfläche der Erde, in der ersten Zeitsekunde (welche die Zeit 1 ist) von seinem Ruhepunkte aus, 16,087 Fuß abwärts steigt. Es ist also $\frac{1}{2}r^n = 16{,}087$ Fuß, und $r^n = 32{,}174$ Fuß. (§. II.) Wenn man nun diesen Werth statt $\frac{1}{2}r^n$ und r^n setzt, so wird man die

oben

Zweytens: „Wenn sich Körper in ungleichrunden Kreisen bewegen, so daß sich die Quadrate der Zeiten

oben erwähnten Größen in bekannten Gleichungen ausdrücken können.

Erstes Beyspiel: die Geschwindigkeit eines Körpers, der sich um die Erde, aber nahe an der Oberfläche derselben herumdreht, ist nach §. V. $r\frac{n+1}{2}$; welches, wenn man 32,174 an die Stelle von r^n setzt, $\overline{32{,}174\ r|\frac{1}{2}}$ wird; und da der Halbdurchmesser oder Radius r der Erde bekanntlich ohngefähr 21000000 Fuß ist, so giebt jene Summe $\overline{32{,}174 . 21000000|\frac{1}{2}} = 25993{,}3$ Fuß für die Sekunde; so daß ein mit dieser Geschwindigkeit begabter Körper sich unaufhörlich rund um die Erde bewegen wird, da diese Geschwindigkeit gerade hinlänglich ist, der Kraft der Schwere das Gleichgewicht zu halten. Diese Geschwindigkeit aber ist ohngefähr dreyßigmal größer, als die Geschwindigkeit einer abgeschossenen Kanonenkugel bey ihrem Ausgang aus der Kanone ist.

Note. Weder bey diesen noch bey den folgenden Beyspielen ist Rücksicht auf den Widerstand der Luft genommen worden.

Die periodische Zeit des nehmlichen Körpers unter den nehmlichen Umständen ist nach §. VI. $2\,c\,r\frac{1-n}{2} = 2\,c\,\frac{\overline{r|\frac{1}{2}}}{r^n|\frac{1}{2}} = 2 . 3{,}1416 . \frac{4582{,}5}{5{,}67} = 5087'', 5$; oder 1 Stunde $24', 47'', 5$.

Zweytes Beyspiel: Nach dem IX. Satze verhalten sich, wenn die Entfernungen gleich, oder in dem nehmlichen Kreise sind, die Zentralkräfte umgekehrt, wie die Quadrate der periodischen Zeiten; und nach dem vorhergehenden Beyspiele, ist die Geschwindigkeit, welche an der Oberfläche der Erde der Schwere gleich ist, = 25993,3 Fuß in der Sekunde. Wir sagen also: Wie sich das Quadrat der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Axe zu dem Quadrate der periodischen Zeit des im vorhergehenden Beyspiele erwähnten Körpers (nehm-

ihrer Umdrehung wie die Würfel ihrer Entfernungen von dem Mittelpunkte dieser Kreise verhalten, dann verhalten

lich von 1 Stunde 24′, ′47″, 5, oder beynahe 85′) verhält, so verhält sich die Kraft der Schwere, die wir Eins nennen, zu der Zentrifugalkraft von Körpern an dem Aequator der Erde nehmlich; 2073600′ (= dem Quadrate von 24 Stunden) : 7225′ :: 1 : 0,003485 = der Centrifugalkraft bey dem Aequator, das heißt: die Kraft, durch welche Körper, die bey dem Aequator sich befinden, gegen den Mittelpunkt angezogen werden, verhält sich zu der Kraft, vermöge deren sie streben hinwegzufliegen, in Folge der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Axe, wie sich 1 zu 0,003485, oder wie sich 1000000 zu 3485 verhält. Die erstere ist also fast 300mal stärker, als die letztere.

Auf diese Art kann man die Centrifugalkraft von Körpern unter verschiedenen Breiten bestimmen. Denn da sich die Erde um ihre Axe herumdreht, ist es einleuchtend, daß diejenigen auf ihrer Oberfläche befindlichen Körper, welche der Axe, oder, welches einerley ist, den Polen näher sind, kleinere Zirkel beschreiben müssen, als diejenigen, welche dem Aequator näher sind, ob sie gleich alle in einerley Zeit, nehmlich in vier und zwanzig Stunden beschrieben werden. Da nun, nach dem siebenten Satze, wenn die periodischen Zeiten gleich, oder dieselben sind, die Zentralkräfte sich wie die Halbmesser der Kreise verhalten, und da unter verschiedenen Breiten die Halbdurchmesser den Cosinis der Breiten gleich sind, so verhält sich also die Centrifugalkraft von Körpern, die am Aequator liegen, zu der Centrifugalkraft von Körpern, in einer gegebenen Breite, so, wie sich der Halbmesser zu dem Cosinus jener gegebenen Breite verhält. Da nun die Cosinus immer kürzer und kürzer werden, je näher sie den Polen kommen, so ist auch das Streben der Körper, sich von der Erde zu trennen, am größten bey dem Aequator, und wird geringer, wenn man sich den Polen nähert. Und daraus erklärt sichs, wie man durch richtige Ausmessungen und andere Beobachtungen hat finden können, daß die Erde eine abgeplattete rundliche Kugel (Spheroid) sey, deren Diameter oder Durchmesser am kürzesten

sich die Centralkräfte umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen; und so auch umgekehrt."

bey den Polen ist. Dies ist ein starker Beweis für die tägliche Umdrehung der Erde um ihre Axe.

Drittes Beyspiel: die mittlere Entfernung des Mondes von dem Mittelpunkte der Erde beträgt: 1267200000 Fuß, oder gegen sechzig halbe Durchmesser der Erde. Die Kraft der Schwere verhält sich auch in verschiedenen Entfernungen, umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen und der halbe Durchmesser der Erde ist 21000000 Fuß; wie sich also das Quadrat von 1267200000 zu dem Quadrate 21000000 verhält, so verhält sich die Schwerkraft an der Oberfläche der Erde zu der Schwerkraft in der Entfernung des Mondes, nehmlich:
1605795840000000000 : 441000000000000 :: 1 : 0,000274;
so daß sich die Schwerkraft an der Oberfläche der Erde, zur Schwerkraft an dem Monde wie 1 zu 0,000274 verhält, oder wie 1000000 zu 274. Und da fallende Körper an der Oberfläche der Erde in der Zeit der ersten Sekunde 16,087 Fuß durchlaufen, so sagen wir: 1000000 : 274 :: 16,087 : 0,0044 eines Fußes; welches beweißt, daß der Mond, wenn seine Geschwindigkeit mit einemmale aufhören sollte, gegen die Erde gerichtet fallen, und in der Zeit der ersten Sekunde nicht mehr als $\frac{44}{10000}$ Theile eines Fußes abwärts fallen würde.

Ferner: Nach dem funfzehnten Satze wissen wir, daß, wenn sich die Zentralkräfte umgekehrt wie die Quadrate der Durchmesser verhalten, sich dann die Würfel wie die Quadrate der periodischen Zeiten verhalten. Da nun also die Entfernung des Körpers, der an der Oberfläche der Erde seinen Zirkellauf hat, nach dem ersten Beyspiele, ein halber Durchmesser der Erde ist, und die Entfernung des Mondes 60 halbe Durchmesser beträgt, und auch die Umlaufszeit jenes Körpers 84′,8 ist, so wird man die Umlaufszeit des Mondes finden, wenn man sagt: $1^3 : \overline{60}|^3 :: \overline{84',8}|^2$: zu dem Quadrat der Umlaufszeit des Mondes, nehmlich: 1 : 216000 :: 7191 : 1557256000; wovon die Quadratwurzel, nehmlich 39411″, 3, oder 27 Tage 8 Stunden 51,3 Minuten, die Umlaufszeit des Mondes um

Die vorstehende Theorie von der krummlinigten Bewegung ist sehr viel umfassend, indem man sie auf eine

seine Axe ist, welche beynahe der gleich ist, die von den Astronomen bestimmt wird, nehmlich 27 Tage, 7 Stunden und 34 Minuten. Und beyde Bestimmungen würden genau übereinkommen, wenn die Entfernungen mit Genauigkeit wären bestimmt worden, und wir gewisse Umstände in Rechnung gebracht hätten, die mit dieser Umlaufszeit in Verbindung stehen, die wir aber mit Bedacht in dem gegebenen Beyspiele der Kürze wegen, übergangen haben.

Aehnliche Berechnungen kann man in Ansehung aller Planeten unsres Sonnensystems anstellen, und wenn man es thut, so wird man finden, daß die Resultate dieser Berechnungen bis zum Bewundern gut mit den Erscheinungen übereinstimmen werden. Und dies ist, wie ich schon erwähnt habe, eine starke Bestätigung der Richtigkeit der Newtonschen Theorie von der allgemeinen Schwere.

Viertes Beyspiel: Man nehme an, daß eine Kugel, welche ein Pfund wiegt, an einer zwey Fuß langen Schnur befestiget sey, und so um einen Mittelpunkt gewunden werde, daß eine jede Umdrehung in einer halben Sekunde geschehe. So ist in diesem Falle der Kreiß oder der Umfang des Zirkels $4.3,1416 = 12,5664$ und die Geschwindigkeit der Kugel in jeder Sekunde ist: 25,1328 Fuß. Um nun die Centrifugalkraft dieser auf die angegebene Art sich umdrehenden Kugel, das heißt: die Kraft, mit welcher sie die Schnur ausdehnt, mit der Schwerkraft, (welche $= 1$ ist) vergleichen, zu finden, bedient man sich der Formel des fünften Satzes (nemlich $\frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2} :: K : k$.) welche, wenn man

$2r$ statt D; $2\,c\,r \left|\frac{1-n}{2}\right|^2$ statt Z^2; 4 statt d; $0'',25$ statt

1^a und 1 statt K setzt; $\frac{r^n}{2\,c^2}$ $\left(= 2r \div 2cr \left|\frac{1-n}{2}\right|^2\right)$:

$\frac{d}{z^2} :: x : k = \frac{2\,d\,c^2}{r^n\,z^2}$ $\frac{d\,c^2}{\frac{1}{2}r^n\,z^2}$ gleich mit

große Menge von Erscheinungen sowohl auf der Erde, als auch am Himmel anwenden kann. Allein bey der

$\frac{4 \cdot 9,86}{16,087 \cdot 0,25} = \frac{39,44}{4,02175} = 9,8$ wird, welches die Größe der Centralkraft des erwähnten Körpers ist. Diese Kraft verhält sich also zur Schwerkraft, wie sich 9,8 zu 1 verhält, so daß der Körper, da er im ruhenden Zustande ein Pfund wiegt, das heißt: die Schnur mit dem Gewichte eines Pfundes ausdehnt, dieselbe, wenn er sich auf die angenommene Art umdreht, mit einer Kraft von 9,8 Pfunden ausdehnen wird.

Diese Centralkraft nun kann, je nachdem sie entweder auf die Haltbarkeit der Theile der Schnur, oder auf die Kraft des Körpers angewendet wird, Centripetal- oder Centrifugalkraft genannt werden, so daß man sagen kann: der Körper werde von einer Centripetalkraft, welche 9,8 mal größer ist, als die Schwere der Erde zurückgehalten, aber auch sagen kann: daß die Centrifugalkraft des sich umdrehenden Körpers die Schnur so sehr ausdehnt, als wenn ein Gewicht von 9,8 Pfunden blos an ihr hienge.

Von der Bewegung von Körpern um einen Mittelpunkt der Anziehung, aber in krummen, von der Zirkelform abweichenden Linien.

Es ist hinlänglich gezeigt worden, daß eine gewisse bestimmte Geschwindigkeit erfordert wird, um einen Körper in seiner Kreisbewegung um einen Mittelpunkt der Anziehung zu erhalten; aber eben aus dem Beweise dieser Wahrheit folgt auch, daß Körper mit einer größeren oder geringeren Geschwindigkeit, sich in krummen Linien, die von Kreislinien verschieden sind, bewegen müssen. Dergleichen krumme Linien sind die Kegelschnitte, und da, genau genommen, der Kreis ebenfalls ein Kegelschnitt ist, so kann man daher annehmen, daß die Bewegungen von Körpern um einen Mittelpunkt der Anziehung überhaupt in krummen Linien von

Berechnung der besonderen Umstände dieser Erscheinungen treten gewöhnlich gewisse Umstände ein, welche das Re-

konischer Art geschehen, vorausgesetzt, daß die Körper auf ihrem Wege keinem Hindernisse oder einer anziehenden Kraft begegnen, da in diesem Falle ihre Laufbahnen spiralförmig werden, oder sich in krumme Linien von einer anderen, mehr verwickelten Art verwandeln würden.

Die Bewegungen der Himmelskörper geschehen nicht vollkommen zirkelförmig, ob sie gleich nicht sehr von dieser Form abweichen. Jedoch machen die Kometen in dieser Rücksicht eine Ausnahme, da sie sich entweder in sehr excentrischen Ellipsen, oder auch in Parabeln oder Hyperbeln bewegen, und daher in den beyden letzten Fällen nie zu der nehmlichen Stelle an dem Himmel zurückkommen können, sondern beständig von dem gemeinschaftlichen Mittelpunkt, der, in unserem Sonnensystem, nicht weit von dem Mittelpunkte der Sonne liegt, zurückstreben müssen.

Da ich oben die Grundsätze der Theorie der Kreisbewegungen mit der nöthigen Ausführlichkeit vorgetragen und bewiesen, und die Art ihrer Anwendung erläutert habe, so daß ich überzeugt bin, daß der Leser, wenn er diesen Theil der Lehre von der zusammengesetzten Bewegung gehörig gefaßt hat und versteht (vorausgesetzt, daß er mit den hauptsächlichsten Eigenschaften der Kegelschnitte bekannt ist,) auch das folgende leicht verstehen werde: so will ich nun versuchen, die Beschaffenheit der krummlinigten kegelförmigen Bewegungen auf eine kurze und faßliche Art darzustellen.

Von der eilften Figur der dritten Tafel stellt A C D einen Zirkelkreis, A z S einen elliptischen, A r E einen parabolischen, und A K F einen hyperbolischen, von Körpern dar, die sich mit bestimmten Geschwindigkeiten unter dem Einflusse des Mittelpunkts der Anziehung N, welches der Mittelpunkt des Kreises, und der Brennpunkt (focus) der Kegelschnitte ist, bewegen.

A B, welches mit A D perpendicular ist, bezeichne die Geschwindigkeit, welche erforderlich ist, den Körper in seiner

sultat der Berechnungen etwas verschieden von den Beobachtungen oder den Versuchen machen. Bey Gegenstän-

Kreisbewegung zu erhalten, und diese Geschwindigkeit werde 1 genannt, und mit dieser Einheit sollen die übrigen Grade der Geschwindigkeit verglichen werden. Man nehme ferner an, daß ein Körper von A in der Richtung AI mit einem anderen Grade der Geschwindigkeit n geworfen werde; so soll nun die Beschaffenheit der krummen Linie bestimmt werden, die mit dieser anderen Geschwindigkeit n wird beschrieben werden. Oder besser: es soll ausgemittelt werden, welches der Werth von n seyn müsse, um jeden besonderen Kegelschnitt hervorzubringen.

Man ziehe die Linie mK mit AI parallel, und zwar so, daß sie den Zirkel sowohl, als die übrigen krummen Linien durchschneidet. AN bezeichne man mit d; die halbe kleine Axe eines der Kegelschnitte mit: a; die halbe große Axe mit b; und Am (= BC = Gz = Hr = IK) mit x. Dann wird die Ordinate mC in dem Zirkel = $\overline{2dx - xx}|^{\frac{1}{2}}$ seyn; die Ordinate mz der Ellipse und mK der Hyperbel aber können beyde durch $\frac{b}{a} \cdot \overline{2ax \mp xx}|^{\frac{1}{2}}$ ausgedrückt werden.

Die Fluxionen dieser Ordinate sind $\frac{d\dot{x} - x\dot{x}}{\overline{2dx \mp xx}|^{\frac{1}{2}}}$

und $\frac{b}{a} \cdot \frac{a\dot{x} \mp x\dot{x}}{\overline{2ax \mp xx}|^{\frac{1}{2}}}$ welche Fluxionen sich zu einander verhalten, wie die Geschwindigkeiten auf allen Punkten ihrer respektiven krummen Linien in der Richtung AI; und eben dies Verhältniß haben auch die Größen: $\frac{d - x}{\overline{2d - x}|^{\frac{1}{2}}}$ und $\frac{b}{a} \cdot \frac{a \mp x}{\overline{2a \mp x}|^{\frac{1}{2}}}$ da diese Größen die oben erwähnten Fluxionen durch die nehmliche Größe $\frac{\dot{x}}{\overline{x}|^{\frac{1}{2}}}$ dividirt sind.

Wenn nun der Punkt in der krummen Linie dem Punkte A so nahe kömmt, daß er ihn deckt, so verschwindet Am,

den auf der Erde ist der Widerstand der Luft eine der Hauptursachen davon, und auf die Bewegungen der Him-

oder $x = o$ und die oben erwähnten Formeln werden $\frac{d}{2,d|}^{\frac{1}{2}}$

und $\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{2a|}^{\frac{1}{2}}$; so daß sich die Geschwindigkeit, die der Körper in dem Zirkelkreise bey dem Punkte A behält, sich zu der Geschwindigkeit, die er in der Ellipse oder der Hyperbel behält, verhält wie: $\frac{d}{2d|}^{\frac{1}{2}} : \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{2a|}^{\frac{1}{2}} :: d^{\frac{1}{2}} : \frac{b}{a^{\frac{1}{2}}} :: 1 : n;$

also: $nd^{\frac{1}{2}} = \frac{b}{a^{\frac{1}{2}}}$ und $nnd = \frac{bb}{a}$ oder $nnd = bb.$

Wenn $x = d = AN$, dann ist $2y$ der Parameter, und (da der Parameter eine dritte Proportionale zu den Groß- und Kleinaxen durchschnitten ist) $2a : 2b :: 2b : 2y$, oder

$a : b :: by = \frac{bb}{a} = \frac{b}{a} \cdot \overline{2ax \mp xx}|^{\frac{1}{2}} = \frac{b}{a} \cdot \overline{2ad \mp dd}|^{\frac{1}{2}} = \overline{\frac{2ab^2d \mp b^2d^2}{aa}}|^{\frac{1}{2}}$; welche Gleichung, wenn sie quadrirt wird, $\frac{2ab^2d - b^2d^2}{aa} = \frac{b^4}{a^2}$ für die Ellipse, und $\frac{2ab^2d + b^2d^2}{a^2} = \frac{b^4}{a^2}$ für die Hyperbel wird. Und wird sie durch $\frac{b^2}{a^2}$ dividirt, so werden diese Formeln, $2ad - d^2 = b^2 = annd$ für die Ellipse, und $2ad + d^2 = b^2 = annd$ für die Hyperbel. Also:

In der Ellipse ist
- die halbe große Axe: $a = \frac{d}{2 - n^2}$
- die halbe kleine Axe: $b = \frac{nd}{2 - nn}^{\frac{1}{2}}$

In der Hyperbel ist
- die halbe große Axe: $a = \frac{d}{n}$
- die halbe kleine Axe: $b = \frac{nd}{nn - 2}^{\frac{1}{2}}$

melskörper hat gewöhnlich mehr als ein Mittelpunkt der Anziehung Einfluß. So wird zum Beyspiele der Mond

Wenn wir nun also diesen Werth der Großare und der Kleinare, wobey n der einzige unbestimmte Valor ist, bestimmt haben, so kann man auch dadurch, daß man gewisse andere Größen an die Stelle von n setzt, ausmitteln, welchen Valorem n haben muß, um eine oder die andere krumme Linie hervorzubringen.

So wird jeder der obigen Valoren, wenn man $n = 1$ macht, d gleich; die beyden Durchmesser werden also einander gleich und die krumme Linie ist folglich ein Zirkel oder Kreis. Und die Geschwindigkeit, welche den sich umwälzenden Körper in seiner kreisförmigen Bewegung erhält, ist ja 1 oder eine Einheit genannt worden.

Macht man $n = 2|^{\frac{1}{2}}$ dann ist $a = \frac{d}{2 - nn} = \frac{d}{2-2} = \frac{d}{0}$ welches eine algebraische Formel für Unendlichkeit ist; und auch alle andere Formeln werden unendlich werden; da nun in diesem Falle die großen und kleinen Diameter unendlich werden, so ist die krumme Linie die Parabel.

Macht man n einer Größe gleich, die kleiner ist, als die Quadratwurzel von 2 (das ist: kleiner als die Quadratwurzel jener Geschwindigkeit, die erforderlich ist, um den Körper in einem kreisförmigen Umlaufe zu erhalten, zweymal genommen ist,) dann werden die Valoren $\frac{d}{2-n^2}$ und $\frac{nd}{2 - nn}|^{\frac{1}{2}}$ also von a und b, positiv. Daher wird, bey dieser Annahme, der Werth $\frac{nd}{nn-2}|^{\frac{1}{2}}$ unmöglich. Welches beweißt, daß, wenn n kleiner ist, als die Quadratwurzel von 2, die krumme Linie nur die Ellipse seyn kann.

Macht man endlich n zu irgend etwas, das größer ist, als die Quadratwurzel von 2, dann werden die Valoren von a und b für die Hyperbel positiv und daher wird diese Ellipse unmöglich; in diesem Falle muß also die krumme Linie eine Hyperbel seyn.

eben sowohl von der Erde als von der Sonne angezogen, und die Planeten werden von der Sonne, aber auch von einander selbst angezogen u. s. w.

Ich verlasse diesen Gegenstand mit der Aufstellung eines allgemeinen Satzes, der, so wie seine Corollarien, auf eine Menge von Naturerscheinungen angewandt werden kann.

„Bey allen bestimmten Kreisen, welche Körper, die sich mit gewissen Geschwindigkeiten in einem nicht widerstehenden Medium um einen Mittelpunkt der Anziehung umdrehen, beschreiben, liegen die Flächen, welche von einer, mit dem Mittelpunkte der Anziehung und dem umlaufenden Körper in Verbindung stehenden, geraden Linie beschrieben werden, in einer unveränderlichen Ebene und stehen allezeit mit den Zeiten in Verhältnis, in welchen sie beschrieben werden.“

Man nehme an, daß die Zeit in gleiche Theile getheilt sey, und daß ein sich um den Mittelpunkt der Anziehung N bewegender Körper Fig. 12. Taf. III. in dem ersten Zeittheilchen den Raum AB durchlaufe; so ist es einleuchtend, daß wenn sich der Körper selbst überlassen bliebe, er gerade nach H fortgehen und BH, welches AB gleich ist, in dem zweyten Zeittheilchen beschreiben würde. Allein man nehme an, daß der Körper bey B einen einzelnen augenblicklichen Stoß von dem Mittelpunkt der Anziehung N und in der Richtung BN bekomme, der hinreichend wäre, seine Richtung von BH nach BC zu verändern: so ziehe man durch H die Linie CH parallel mit BN, welche BC in C begegnen wird; so wird, zufolge der Gesetze der zusammengesetzten Bewegung, der Körper am Ende des zweyten Zeittheiles bey C mit dem Dreyeck ANB in einerley Ebne gefunden werden. Nun ziehe man die Linien NC, NH und das Dreyeck NBH wird dem Dreyecke NBC gleich seyn, weil sie auf einerley Basis NB und zwischen den nämlichen Parallelen NB, CH*) stehen; es wird auch dem Dreyecke ABN gleich seyn, weil sie einerley Basen und einerley Höhen haben**).

*) Euklid. Th. 37. B. 1.

**) Euklid. Th. 1. Bd. VI.

Ich sollte daher vielleicht nun auch die Fälle untersuchen, wo zwey, oder drey oder noch mehr Mittelpunk-

Durch eben diese Art zu schließen kann man darthun, daß, wenn die Centripetalkraft auf den Körper zu Ende eines jeden der aufeinander folgenden Zeittheilchen, dergestalt wirkt, daß sie macht, daß der Körper die Räume CD, DE, EF u. s. w. beschreibt, diese Räume alle in einerley Ebene liegen, und die Dreyecke ANB, BNC, CND, DNE u. s. w. sich alle gleich seyn und in gleichen Zeiten werden beschrieben werden. Folglich werden zwey, oder drey, oder irgend eine Anzahl derselben, in zwey oder drey u. s. w. Zeittheilchen beschrieben werden, das heißt: sie verhalten sich wie die Zeiten.

Man nehme nun an, daß diese Dreyecke der Zahl nach unendlich vermehrt, aber der Größe nach unendlich verkleinert würden, dann wird der Poligonalweg eine ununterbrochene krumme Linie werden; denn die beständige Wirkung des Mittelpunkts der Anziehung, wird den Körper beständig von der Richtung der Tangente ab, und zu jedem Punkte der krummen Linie hinziehen. Und so ist es einleuchtend, daß die Sektoralflächen der krummen Linie, oder die Anzahl von unendlich kleinen Dreyecken mit den Zeiten, in welchen sie beschrieben werden, im Verhältnisse stehen müssen und daß die krumme Linie in einer unbeweglichen Ebene liegen muß.

Erstes Corollarium. „Die Geschwindigkeiten in verschiedenen Theilen des Kreises, verhalten sich umgekehrt wie die Perpendicularlinien, die man von dem Mittelpunkte der Anziehung auf die Tangenten fallen läßt, sich zu dem Kreise bey diesen Theilen oder Punkten verhalten.“ Denn da die Geschwindigkeiten sich wie die Basen AB, BC, CD u. s. w. von gleichen Dreyecken verhalten, so müssen sie sich umgekehrt wie die Höhen dieser Dreyecke verhalten*), die sich eben so verhalten, wie die Perpendicularlinien, die man von dem Mittelpunkte N, auf die Tangenten hat fallen lassen, sich zu dem Kreise dieser Punkte verhalten.

Zweytes Corollarium. „Die Zeiten in welchen gleiche Theile oder Bogen des Kreises beschrieben werden, verhalten sich direkt

*) Euklid. Th. 15. B. VI. und Th. 38. B. I.

te der Anziehung auf einen und denselben Körper wirken: allein ich glaube diese Untersuchung aus zweyerley Ursachen unterlassen zu müssen; einmal: weil der Gegenstand zu verwickelt und von zu großem Umfange ist, und zweytens: weil bey den meisten Naturerscheinungen die stöhrende Ursache, die von der Einwirkung eines zweyten oder dritten oder überhaupt mehr als eines Mittelpunktes der Anziehung entsteht, nicht sehr beträchtlich ist; jedoch wird im Verfolge dieses Werkes die Art diese erwähnten Umstände in Anschlag zu bringen, in mehrern Fällen hinlänglich gezeigt werden.

wie sich diese Perpendiculärlinien zu den Tangenten verhalten." Denn, wenn die Bogen oder die Basen der Dreyecke gleich sind, so verhalten sich die Dreyecke wie ihre Höhen; das heißt: wie die oben erwähnten Perpendicularen. Sie verhalten sich aber ebenfalls wie die Zeiten, also u. s. w.

Drittes Corollarium. „Wenn durch Ziehung von Parallellinien nach den Sehnen AB, BC zweyer an einanderstoßenden und verschwindenden Bogen, die in gleichen Zeiten beschrieben werden, das Parallelogram vollständig gemacht wird, so wird die Diagonale, wenn sie gemacht wird, durch den Mittelpunkt der Anziehung N gehen, welches den Satz umgekehrt beweißt, nämlich: „daß, wenn die Flächen, welche von einer geraden Linie beschrieben werden, die mit einem in Bewegung befindlichen Körper und einem gewissen Punkte in Verbindung steht, mit den Zeiten, in welchen sie beschrieben werden, im Verhältnisse stehen, dann steht der Körper unter dem Einflusse einer Centripetalkraft, die nach jenem Punkte strebt."

Viertes Corollarium. „Die Centripetalkraft verhält sich auf jedem Punkte des Kreises, wie sich die Sagitta oder der Quersinus des unbestimmbar kleinen Bogens zu jenem Punkte verhält. Die Centripetalkraft bey B verhält sich wie BG, weil BG gleich mit CH ist und CH ist die Abweichung von der geraden Richtung AH, die von der Centripetalkraft verursacht worden. Und die Hälfte von BG nämlich BO ist die Sagitta, oder der Quersinus des unendlich kleinen Bogens ABC.

Indeß ist es doch nothwendig zu bemerken, daß die mancherley Umstände, welche einen Einfluß auf die Bewegungen der Körper haben, oder sie stöhren, noch lange nicht alle bekannt und nicht hinlänglich erörtert sind. Ueberdies sind selbst diejenigen, welche bekannt sind, meistens unbestimmt in Ansehung der Intensität ihrer Wirkungen. Es ist zwar nicht zu läugnen, daß seit den zwey letzten Jahrhunderten von scharfsinnigen Gelehrten vieles Licht über diesen Gegenstand ist verbreitet worden, aber es ist doch auch eben so wenig zu läugnen, daß noch ein großer Theil zu thun übrig ist, und es bietet sich dem Scharfsinne künftiger Philosophen noch ein weites Feld zu Spekulationen dar.

Wie die Welt jetzt ist, sterben Verbesserungen der Wissenschaft selten mit ihren Urhebern ab. Die Vermehrung der Kenntnisse beschäftiget den Verstand und gewährt den Sinnen Werkzeuge und befördert so die Entdeckung neuer Wahrheiten, und die unerschöpfliche Werkstatt der Natur bietet dem forschenden Geiste von allen Seiten unzählige Gegenstände zur Untersuchung dar.

Zehntes Kapitel.

Von dem Hinabgleiten der Körper auf geneigten Ebenen. Die Lehre von den Penduln.

Erster Satz. „Wenn ein Körper auf eine geneigte Ebene gelegt wird, so wirkt die Kraft der Schwere, welche diesen Körper abwärts treibt, mit einer so viel geringeren Stärke, wie sie, wenn der Körper frey in perpendiculärer

Richtung herabfiele, wirken würde, als die Erhöhung der Ebene geringer ist denn ihre Länge."

Wenn BD Fig. 1 Taf. IV. eine horizontale Ebene ist und ein Körper A darauf gelegt wird, so wird dieser Körper ohne Bewegung darauf liegen bleiben, denn ob ihn gleich die Schwerkraft, oder (welches einerley ist), sein eigenes Gewicht gegen den Mittelpunkt der Erde zieht, so unterstützt ihn doch die Ebene DB gerade in dieser Richtung und daher kann keine Bewegung entstehen.

Wird aber die Ebene ein wenig gegen den Horizont geneigt, wie Fig. 2. Taf. IV. der Fall ist, dann wird der Körper allmählig gegen das untere Ende derselben D hinabgleiten; und wird die Neigung der Ebne vergrößert, wie Fig. 3. Taf. IV. so wird der Körper mit größerer Geschwindigkeit nach D hinabrollen.

In den beyden letzten Fällen, oder, überhaupt, wenn sich die Ebene nach dem Horizont neigt, wirkt die Ebene nicht der ganzen Kraft der Schwere, sondern nur einem Theile derselben entgegen; denn wenn man von dem Mittelpunkt des Körpers Fig. 2 und 3 aus, zwey Linien zieht, nämlich AG in perpendicularer Richtung auf dem Horizont und AF in perpendiculärer Richtung auf die Fläche; so wird die ganze Kraft der Schwere, welche die Linie AE vorstellt, in zwey Kräfte, nämlich AF und EF aufgelöst, von welchen AF, da sie perpendiculär auf die Fläche fällt, derjenige Theil der Schwerkraft ist, dem die geneigte Ebne entgegen wirkt; oder der Theil des Gewichtes des Körpers, der von der Ebene BD unterstützt wird, und EF giebt den anderen Theil der Schwerkraft, welcher den Körper längs der Oberfläche der Ebene abwärts treibt. Die Schwerkraft, also, welche den Körper bewegt, wird in dem Verhältniß von AE zu EF ver-

mindert. Da aber die Dreyecke AFE, EDG, und BDC rechtwinklicht und folglich gleich sind (weil die Winkel bey C, F und G rechte Winkel sind und der Winkel AEF dem Winkel DEG gleich ist *), und eben so auch dem Winkel DBC**) so verhält sich AE zu EF wie sich DB zu BC verhält, also: wie sich die Länge der Ebene zu ihrer Erhöhung, oder wie sich die ungetheilte Kraft der Schwere oder ihr absolutes Gewicht zu demjenigen Theil derselben verhält, welcher den Körper nöthigt auf der geneigten Ebene abwärts zu gehen***), oder zu ihrem relativen Gewicht.

Zweyter Satz. „Der Raum, welchen ein aus seinem Ruhepunkte willkührlich gegen die Erde fallender Körper beschreibt, verhält sich zu dem Raume, welchen er in eben der Zeit auf der Oberfläche einer geneigten Ebene beschreiben wird, wie sich die Länge der Fläche zu ihrer Erhöhung, oder wie sich der Halbdurchmesser zu dem Sinus der Neigung der Fläche gegen den Horizont verhält.

Die Kraft der Schwere, welche einen Körper auf der Oberfläche einer geneigten Ebne abwärts treibt, wird dadurch vermindert, daß ihr die geneigte Ebne entgegen wirkt; auf eine andere Art aber wird ihre Beschaffenheit nicht geändert, daß heißt, sie wirkt ohne nachzulassen und

*) Euklids Elemente der Geometrie S. 15. Bd. 1.

**) Ebendaselbst S. 29. B. 1.

***) Wenn (nach der Trigonometrie) DB zum Halbdurchmesser gemacht wird, so wird BC der Sinus des Neigungswinkels BDC; daher sagen wir: „daß die ganze Kraft der Schwere sich zu demjenigen Theil von ihr selbst, der einen Körper auf einer geneigten Ebene abwärts treibt, verhalte, wie sich der Halbdurchmesser zu dem Sinus der Neigung der Ebene gegen den Horizont verhält.

beständig. Daher wird auch die Geschwindigkeit des Körpers immer größer und auch die Räume, die er durchläuft, stehen im Verhältniß mit den Quadraten der Zeiten, obgleich diese Räume nicht so groß seyn werden, als wenn der Körper perpendiculär und ohne fremde Einwirkung gegen den Boden fällt.

Um nun zu bestimmen, wie viel der Raum, den ein auf einer geneigten Ebne in einer gewissen Zeit niederlaufender Körper beschreibt, kleiner ist, als der Raum, den er beschreiben würde, wenn er in der nämlichen Zeit perpendiculär und ohne fremde Einwirkung herabfiele, muß man sich an dasjenige erinnern, was oben die Räume betreffend, die in der nämlichen Zeit von Körpern beschrieben werden, auf welche verschiedene Centralkräfte wirken, ist gesagt worden, nämlich: daß sich in gleichen Zeiten die Räume wie die Kräfte verhalten. Denn da sich die ganze oder absolute Schwerkraft zu derjenigen Kraft, welche den Körper auf einer geneigten Ebene abwärts treibt, verhält, wie sich der Halbdurchmesser zu dem Sinus der Neigung der Ebene verhält, so verhält sich also der Raum, den ein frey herabfallender Körper beschreibt, zu dem Raume, den ein Körper auf einer geneigten Ebene, in der nämlichen Zeit beschreiben wird, wie sich der Halbdurchmesser zu dem Sinus der Neigung der Ebene, oder, wie sich die Länge der Ebene zu ihrer Höhe verhält.

Zum Beyspiele: Die Länge BD der geneigten Ebene Fig. 2. Taf. IV. sey zehn Fuß und ihre Erhöhung BC vier Fuß. Durch Versuche weiß man, daß in der ersten Zeitsecunde ein sich selbst überlassener Körper von seinem Ruhepunkte aus 16,087 Fuß fällt; daher sagt man, nach der Regel de Tri: Wie sich 10 Fuß verhalten zu 4 Fuß, so verhalten sich 16,087 zu einer vierten Proportionale;

also: 10: 4 :: 16,087: ($\frac{4 \cdot 16{,}087}{10}$ =) 6,435 Fuß,

welches beweißt, daß ein Körper, welcher die geneigte Ebne BD hinabläuft, in der ersten Zeitsecunde, nicht viel weniger als sechs und einen halben, oder 6,435 Fuß durchlaufen wird.

Dritter Satz: „Wenn auf der Erhöhung BC der Fläche BD, Fig. 4. Taf. IV. als einem Durchschnitt, der Halbcirkel BEGC beschrieben wird, so ist der Theil BE der geneigten Ebene, welcher durch den Halbcirkel abgeschnitten wird, derjenige Theil der Ebene, über welchen ein Körper in der nämlichen Zeit abwärts gehen wird, in welcher ein anderer Körper frey und perpendicular längs dem Durchschnitt des Cirkels, nämlich von B nach C, welcher die Höhe der Ebene, oder des Sinus ihrer Erhöhung nach dem Horizont ist, herabfallen wird.

Das Dreyeck BEC ist gleichwinklich und folglich dem Dreyecke BDC ähnlich; (denn der Winkel bey B ist beyden gemein und der Winkel BEC ist nach Euklids Elementen S. 31 B. III. ein rechter Winkel und folglich gleich mit dem rechten Winkel BCD; daher haben wir folgendes Verhältniß: BD verhält sich zu BC, wie sich BC zu BE verhält. Nach dem vorhergehenden Satze aber, verhält sich der Raum, den ein Körper frey und in perpendicularer Richtung durchläuft, zu dem Raume, der auf einer geneigten Ebene in der nämlichen Zeit durchlaufen worden, wie sich die Länge der Ebne zu ihrer Erhöhung verhält, nämlich, wie sich BD zu BC verhält; also verhält sich auch der frey und perpendicular durchlaufene Raum zu dem auf einer geneigten Ebene durchlaufenen, wie sich BC zu BE verhält und da BC der von einem Körper in einer gewissen Zeit frey und perpendicular durchlaufene Raum ist, so muß BE derjenige

Raum seyn, über welchen ein Körper auf einer geneigten Ebene in der nämlichen Zeit hinablaufen wird.

Corollarium. Von diesem Satze kann man eine sehr nützliche und merkwürdige Folgerung herleiten, nämlich: „daß ein Körper von B über irgend eine Sehne, sie sey nun BE oder BF oder BG, des Halbzirkels BEFC genau in der nämlichen Zeit herabfallen wird, nämlich in der nämlichen Zeit in welcher er frey von B zu C fallen würde. Denn wenn man anuimmt, daß die geneigte Fläche BH sey statt BD, so wird, zufolge dieses Satzes, der Körper in der nämlichen Zeit entweder von B nach F fallen, oder von B nach C; und nimmt man an, die geneigte Ebene sey BI, so wird zufolge dieses Satzes der Körper in der nämlichen Zeit entweder von B nach G oder von B nach C fallen, und dieß gilt auch von jeder anderen Sehne des Halbkreises.

Vierter Satz. „Die Zeit, in welcher ein Körper längs der ganzen Länge einer geneigten Ebene hinabfällt, verhält sich zu der Zeit seines freyen und perpendiculären Falls längs der Höhe der Fläche, wie sich die Länge der Ebene zu ihrer Höhe verhält, oder wie sich die absolute oder ganze Schwerkraft zu dem Theil derselben verhält, der auf die Ebene wirkt.

Da sich die durchlaufenen Räume wie die Zeiten verhalten, so verhält sich das Quadrat der Durchlaufszeit durch BD Fig. 4. Taf. IV. zu dem Quadrat der Durchlaufszeit durch BE, wie sich BD zu BE verhält. BD aber verhält sich zu BC wie sich BC zu BE verhält, nämlich BD, BC und BE sind drey Linien, die ein beständiges geometrisches Verhältniß zu einander haben; also verhält sich (nach Euklids Elementen S. 20. B. VI.) BD zu BE wie sich das Quadrat von BD zu

dem Quadrat von BC verhält. Es ist oben gezeigt worden, daß das Quadrat der Zeit, in welcher BD durchlaufen wird, sich zu dem Quadrat der Zeit, in welcher BE durchlaufen wird, verhält, wie sich BD zu BE verhält; daher verhalten sich diese Quadraten der Zeiten zu einander, wie sich das Quadrat von BD zu dem Quadrate von BC verhält und folglich sind die Quadratwurzeln dieser vier proportional Größen (nach Euklids Elementen S. 22. B. VI.) ebenfalls proportional; nämlich die Zeit, die ein Körper braucht, um von B zu D hinabzufallen, verhält sich zu der Zeit seines freyen und perpendiculären Falls von B zu E oder von B nach C, wie sich BD zu BC, oder die Länge der Ebene zu ihrer Höhe verhält; oder (zufolge des ersten Satzes dieses Kapitels) wie sich die absolute oder ganze Schwerkraft zu demjenigen Theil derselben verhält, der auf die Ebene wirkt.

Fünfter Satz. „Wenn ein Körper von einer gewissen Höhe zu der nämlichen Horizontallinie herabfällt, so erlangt er dadurch einerley Geschwindigkeit, er mag nun perpendiculär oder schief, oder über eine geneigte Fläche, oder über viele sich allmählig neigende Flächen, oder endlich über eine krumme Oberfläche hinabfallen."

1. Es ist schon oben S. 64 gezeigt worden, daß sich die Geschwindigkeit eines gegen einen Mittelpunkt der Anziehung freywillig fallenden Körpers, wie das Produkt der anziehenden Kraft mit der Zeit multiplicirt, verhält, und durch den vorhergehenden Satz ist bewiesen worden, daß auf einer geneigten Ebne die Kraft der Schwere in eben dem Verhältniß vermindert wird, in welchem die Zeit des Hinabrollens des Körpers längs der ganzen Länge der Ebene vermehrt wird; nämlich: wenn die Kraft der Schwere halb so groß ist, als sie in einem freyen Raum

seyn würde, so wird die Zeit verdoppelt; ist die Kraft nur ein Drittheil so stark, so ist dreymal so viel Zeit erforderlich u. s. w. Daher ist also das Produkt der Zeit durch die Kraft immer einerley; denn $\frac{1}{2}$ multiplicirt mit 2 ist gleich, $\frac{1}{3}$ multiplicirt mit 3 ist gleich, $\frac{1}{4}$ multiplicirt mit 4 u. s. w. da also die Geschwindigkeit, wie dieses Produkt ist, so muß sie folglich immer die nämliche, oder eine beständige Größe seyn. Zum Beyspiele: Man nehme an, daß, wenn der Körper in gerader Richtung oder perpendiculär von B nach C Fig. 4. Taf. IV. herunterfällt, die ganze oder absolute Schwerkraft auf ihn wirke. Diese absolute oder ganze Kraft wollen wir 1 nennen, und die Zeit, die der Körper braucht, um von B zu C zu fallen, sey eine Minute, so wird die Geschwindigkeit, die er durch diesen Fall erlangt hat, durch das Produkt der Zeit dividirt, durch die Kraft dargestellt, nämlich Eins durch Eins, welches Eins giebt. Wenn nun der Körper von der nämlichen Höhe B zu der nämlichen Horizontallinie DC über die geneigte Fläche BD hinabrollt, so wird die Kraft der Schwere, die ihn abwärts zieht, vermindert. Man nehme zum Beyspiele an, sie wirke mit einem Viertheil ihrer ursprünglichen Stärke, so wird die Zeit, in welcher der Körper von B bis D kommen wird, vier Minuten betragen und die Geschwindigkeit, die er durch diesen Fall erlangt hat, wird sich, da sie sich wie das Produkt der Kraft durch die Zeit verhält, wie das Produkt von $\frac{1}{4}$ durch 4 verhalten, welches 1 ist, oder dasselbe Verhältniß als wenn der Körper in perpendiculärer Richtung von B nach C herabfiele.

II. Man nehme an, daß der Körper von derselben Höhe E auf die nehmliche horizontale Linie DC Fig. 5. Taf. IV. längst der aneinander gränzenden geneigten Flächen EF, FG, GD, herablaufe, so wird er in der Zeit, da er bey D ankömmt, dieselbe Geschwindigkeit er-

langt haben, als wenn er perpendikulär von B zu C, oder eben so von E auf die horizontale Linie DC herabgefallen wäre. Denn, nach dem ersten Theile dieses fünften Satzes, wird er einerley Geschwindigkeit bekommen, er mag nun von E zu F, oder von K zu F fallen, und wenn man zu beyden die Ebene FG addirt, so folgt daraus, daß der Körper die nehmliche Geschwindigkeit bekommen wird, er mag nun längs der einfachen Ebene KG, oder längs der zwey zusammen gränzenden Ebenen EF und FG hinabgehen. Und durch eben diese Art zu schließen, kann man beweisen: daß der Körper einerley Geschwindigkeit erlangen wird, er mag längs der einfachen Fläche BD, oder längs der zwey zusammengränzenden Ebenen KG und GD, oder auch längs der drey zusammen gränzenden Flächen EF, FG, GD hinabgehen u. s. w.

III. Wenn man annimmt, daß die Zahl der zusammenstoßenden Flächen unendlich sey, und ihre Längen unendlich klein, so werden sie eine krumme Linie, wie BH ist, ausmachen, woraus folgt, daß ein Körper durch sein Hinabfallen längs der krummen Linie BH, oder irgend einer anderen krummen Linie, die nehmliche Geschwindigkeit bekommen wird, als wenn er perpendikulär von B zu C hinabfiele.

Sechster Satz. „Man nehme einen auf dem Horizont perpendikulär stehenden Kreis an, und ziehe zwey Sehnen, von zwey beliebigen Punkten in dem Umfang, nach dem Punkte, in welchem der Kreis den Horizont berührt: so werden sich die Geschwindigkeiten, welche zwey Körper bey ihrem Hinabfallen längs dieser Sehnen erlangen, wie die respektiven Längen der Sehnen verhalten.

Es ist durch den vorhergehenden Satz bewiesen worden, daß ein Körper einerley Geschwindigkeit erlangen wird, er mag nun von B zu D, oder von E zu D Fig. 6. Taf. IV. fallen, da D der Berührungspunkt mit der Horizontalebene GI ist, und er wird die nehmliche Geschwindigkeit erlangen, ob er von C zu D oder von F zu D fällt, so daß die Geschwindigkeiten, welche durch das Hinabgehen längs dieser Sehnen erlangt werden, respektive mit den Geschwindigkeiten einerley sind, die durch den senkrechten Fall von E und F nach D erlangt werden. Und diese Geschwindigkeiten verhalten sich, (nach dem, was S. 65. bewiesen worden,) wie die Quadratwurzeln ED und FD. Nun verhält sich (nach Euklids Geometrie S. 8. B. VI.) AD zu BD, wie sich DB zu ED verhält; daher verhält sich, nach Eukl. Geom. S. 20. B. VI.) AD zu ED, wie sich das Quadrat von AD zu dem Quadrate von DB verhält, und aus demselben Grunde verhält sich AD zu FD, wie sich das Quadrat von AD zu dem Quadrate von CD verhält. Daher verhält sich, nach dem Wechselsatz, AD zu dem Quadrate von AD, wie sich ED zu dem Quadrate von BD verhält; und AD verhält sich zu dem Quadrate von AD, wie sich FD zu dem Quadrate von CD verhält. Daher verhält sich ED zu dem Quadrate von BD, wie sich FD zu dem Quadrate von CD verhält; das heißt, nach dem Wechselsatz, ED verhält sich zu FD, wie sich das Quadrat von BD zu dem Quadrate von CD verhält, und folglich verhält sich die Quadratwurzel von ED zu der Quadratwurzel von FD, wie sich BD zu CD verhält, und wie sich die durch das Hinabfallen längs BD erlangte Geschwindigkeit zu der Geschwindigkeit verhält, welche durch das Hinabfallen längs CD erlangt wird.

Siebenter Satz. „Wenn man zwey Ebenen von ungleicher Länge hat, die aber gleich nach dem Horizont ge-

neigt sind, so werden sich die Zeiten des Falls längs der ganzen Länge dieser Ebenen, wie die Quadratwurzeln ihrer respektiven Längen, verhalten."

BD und EF Fig. 7. Taf. IV. sollen zwey Ebenen von ungleicher Länge seyn, die aber beyde gleich nach dem Horizonte geneigt sind, und nach dem vierten Satze dieses Kapitels folgt, daß die Zeit des Falls längs der Ebene BD, sich zu der Zeit des senkrechten Falls längs BC verhält, wie sich BD zu BC verhält, auch: daß sich die Zeit des Falls längs EF zu der Zeit des Falls längs EC verhält, wie sich EF zu EC verhält. Die Zeiten des senkrechten Falls längs BC und EC verhalten sich wie die respektiven Quadratwurzeln von BC und EC. (S. Seite 65.) Da nun die Dreyecke BDC und EFC gleichwinklicht, und folglich gleich sind: (Euklid. S. 4. B. VI.) so bekömmt man das Verhältniß, daß sich BC zu EC verhält, wie sich BD zu EF verhält, und folglich verhält sich die Quadratwurzel von BC zu der Quadratwurzel von EC, wie sich die Quadratwurzel von BD zu der Quadratwurzel von EF verhält, also; wie sich die Zeit des Falls längs BD, zu der Zeit des Falls längs EF verhält.

Corollarium. Eben dies gilt auch (wie sich leicht aus dem vorstehenden Satze ableiten läßt,) von zwey oder mehr zusammengränzenden Ebenen von gleicher Lage, wie z. B. BID, EHF sind, wie auch von zwey krummen Oberflächen, die sich gleich sind, und eine gleiche Lage haben, da sich einsehen läßt, daß diese krummen Linien aus einer unendlichen Menge von Flächen, welche eine gleiche Lage haben, bestehen.

Das bisher Gesagte mag vor jetzt hinreichend seyn, zur Erläuterung der Eigenschaften geneigter Ebenen,

wenn die Körper von Kugelgestalt und die Ebenen sowohl, als die Körper vollkommen glatt sind, und keine Hinderung weder durch Reiben, noch durch den Widerstand der Luft erfahren, und wir gehen nun zur Erklärung der Eigenschaften der Pendeln, oder der pendelartigen Körper fort.

Unter einem Pendel verstehen wir einen an einer Schnur hängenden Körper, welcher beweglich von einem festen Punkte herabhängt, wie A Fig. 8. Taf. IV. ist. Man kann zwar einen jeden, ohne Schnur an dem einen seiner Enden aufgehängten Körper, zum Beyspiel einen hölzernen Stab u. s. w. ein Pendel nennen, aber wir nehmen in den folgenden Sätzen das Wort Pendel blos in dem angegebenen Sinne, daß es ein an dem unteren Ende einer von einem festen Punkte herabhängenden Schnur befestigter Körper sey, wobey wir noch voraussetzen: daß die Schnur als gewichtlos angenommen werde, und sich mit vollkommener Freyheit um den Punkt, an welchem sie hängt, bewegen könne — wenn wir nicht des Gegentheils ausdrücklich erwähnen.

Achter Satz. „Wenn ein Pendel von seiner natürlichen und senkrechten Richtung ab bis zu irgend einer Entfernung von derselben bewegt und dann freygelassen wird, so wird es wieder gegen die senkrechte Richtung zu fallen, sodann aber auf der entgegengesetzten Seite von der senkrechten Richtung beynahe eben so hoch hinaufsteigen, als es auf der anderen herabfiel; worauf es wieder nach der senkrechten Richtung zu herabfallen, und auf diese Art eine lange Zeit sich rückwärts und vorwärts bewegen wird. Und es würde sich auf diese Weise immer fortbewegen, wenn es nicht den Widerstand der Luft und die Reibung an dem festen Punkte, an dem es hängt, erführe, welche

immer verhindern, daß es nicht wieder eben so hoch steigen kann, als es jedesmal gefallen ist."

Wenn zum Beyspiele das Pendel Fig. 9. Taf. IV. von der senkrechten Richtung CB aus bis zu der Gegend AC bewegt und hier sich selbst überlassen wird, so wird es, mit einer beschleunigten Bewegung, längs dem Bogen AB auf eben die Art wieder zurückfallen, als wenn es über eine krumme Oberfläche AB fiele; denn es ist offenbar einerley, ob ein Körper längs einer solchen Oberfläche herabfällt, oder ob er durch die Schnur CB so eingeschränkt wird, daß er die nehmliche krumme Linie AB beschreiben muß. Während der Zeit, welche der Körper braucht, um bey dem niedrigsten Punkte B anzukommen, wird er die nehmliche Geschwindigkeit bekommen, als wenn er in senkrechter Richtung von E bis B gefallen wäre; (zufolge des fünften Satzes) diese Geschwindigkeit wird ihn (wenn die Verzögerung derselben, die eine Wirkung des Widerstandes der Luft und der Reibung ist, entfernt wird,) mit einer verzögerten Bewegung, in einem gleichen Zeittheil über den Punkt B hinaus und bis D führen, (man sehe S. 71.) also eben so weit von B ab, als A von B entfernt ist. Dann wird er wieder mit einer beschleunigten Bewegung gegen B fallen und so fort. Denn da die Geschwindigkeit des Pendels bey seinem Aufsteigen durch die nehmliche, einförmig wirkende Kraft verzögert wird, die seinen Fall beschleunigt, nehmlich durch die Schwerkraft, so muß dabey die nehmliche Zeit sowohl zur Vernichtung, als zur Hervorbringung der Momente angewendet werden.

Aus dieser Betrachtung folgt auch noch, daß das Gewicht des Penduls keinen Einfluß auf die Zeit seines Falles, oder seines Aufsteigens hat, und sie nicht verändern kann. Denn es ist oben gezeigt worden, daß Körper von verschiedener Schwere sich durch gleiche Räume

in gleichen Zeiten nach einem Mittelpunkt der Schwere bewegen, wenn nur die anziehende Kraft die nehmliche ist. Und die Bewegung des Pendels ist ohne Widerspruch der Schwerkraft zuzuschreiben.

Die ganze Bewegung, die ein Pendel auf Einem Gange macht, heißt eine Schwingung. So ist die Bewegung desselben von A bis nach D Eine Schwingung; die von D bis wieder nach A ist die andere Schwingung und so fort. Der an der Schnur hängende Körper wird gewöhnlich die Linse des Pendels genannt.

Diese Eigenschaft des Penduls ist durch eine Menge von Versuchen hinlänglich bewiesen. Ein Pendel wird, wenn es einmal aus seiner senkrechten Richtung bewegt und dann sich wieder selbst überlassen wird, sich eine geraume Zeit, und in manchen Fällen mehrere Stunden lang vorwärts und rückwärts bewegen, allein jede folgende Schwingung wird ein wenig kürzer seyn, als die vorhergehende war, bis endlich das Pendel ganz aufhören wird, sich zu bewegen. Daß diese allmählige Verzögerung blos dem Widerstande der Luft und der Reibung bey dem Aufhängungspunkte zuzuschreiben ist, beweißt die Erfahrung, daß ein und dasselbe Pendel seine Schwingungen in eben dem Verhältniß immer länger und länger fortgesetzt hat, in welchem jene Ursachen der Verzögerung sind vermindert worden; woraus wir den Schluß machen: daß, wenn diese Ursachen ganz könnten gehoben werden, das Pendel auch seine Schwingungen immer fortsetzen würde.

Neunter Satz. „Die Geschwindigkeit eines Pendels in seinen niedrigsten Punkten verhält sich wie die Chorde oder Sehne des Bogens, den es bey seinem Falle beschrieben hat."

Wenn man zum Beyspiele zwey Pendeln von gleicher Länge, wie CF und CA Fig. 10. Taf. IV. sind, hat, und das erste von ihnen fällt von F, indes das andere von A fällt, so wird sich bey dem niedrigsten Punkte B die Geschwindigkeit des ersteren zu der Geschwindigkeit des letzteren verhalten, wie sich die Chorde oder steife (straight) Linie FB, zu der Chorde oder steifen Linie AB verhält, oder, wie sich die Geschwindigkeiten verhalten, welche die Körper bey dem senkrechten Fallen GB und EB erlangen. Dies ist eine einleuchtende Anwendung des fünften und sechsten Satzes dieses Kapitels.

Zehnter Satz. „Die sehr kleinen Schwingungen des nehmlichen Pendels, werden in fast gleichen Zeiten verrichtet; aber die Schwingungen durch längere und ungleiche Bogen, werden in merklich verschiedenen Zeiten verrichtet."

Nach dem Corollario zu dem dritten Satze ist es ausgemacht, daß, wenn ein Pendel, anstatt sich längs zirkelförmiger Bogen zu schwingen, sich längs der Chorden oder Sehnen dieser Bogen bewegen könnte, die halben Schwingungen, sie mögen nun lang oder kurz seyn, alle in gleichen Zeiten verrichtet werden würden, nehmlich jede in der Zeit, die ein Körper brauchen würde, um in senkrechter Richtung längs dem Durchschnitte des Zirkels zu fallen, welche der Länge des Pendels zweymal genommen, gleich seyn würde. Fig. 10. Taf. IV. zum Beyspiele, würde die Pendellinse von F bis B, oder von A bis B längs der Chorden oder steifen Linien FB, oder AB genau in der nehmlichen Zeit fallen, das heißt: in der Zeit, die sie brauchen würde, um in perpendikulärer Richtung von A bis B zu fallen; und da der Fall von A bis B, oder von F bis B eine halbe Schwingung ist, so würde jede ganze Schwingung in zweymal so viel Zeit verrichtet werden.

Da sich aber der Körper nicht längs den Sehnen, sondern längs den Bogen schwingt, so können die ungleichen Schwingungen nicht in gleichen Zeiten verrichtet werden. (Man sehe den vierten Satz.) Da jedoch bey sehr kleinen Bogen die Chorden oder Sehnen, den Bogen, die von ihnen gebildet werden, beynahe gleich sind, (man sehe den ersten Satz der Anmerkung S. 139.) so werden die Schwingungen längs der sehr kleinen Bogen, ob sie gleich von ungleichen Längen sind, in beynahe gleichen Zeiten verrichtet.

Eilfter Satz. „Wie sich der Durchschnitt eines Kreises zu seinem Umfange verhält, so verhält sich die Zeit des Falls eines schweren Körpers aus seinem Ruhepunkte durch die Hälfte der Länge des Pendels zur Zeit einer der kleinsten Schwingungen eben dieses Pendels.

Der Beweis dieses Satzes beruht auf gewissen schweren mathematischen Grundsätzen; ich verweise ihn daher in die untenstehende Anmerkung, aus der sich diejenigen über diesen Punkt belehren können, denen sie verständlich genug ist, und fahre hier fort, die Anwendung dieses merkwürdigen Satzes durch Beyspiele zu zeigen *).

*) Die Größenvergleichung, von der in dem obigen Satze die Rede ist, ist von den Eigenschaften einer krummen Linie abgeleitet, welche man die Cycloide nennt. Es ist also vor allen Dingen nöthig, die Natur und die vorzüglichsten Eigenschaften dieser Linie zu entwickeln, von welchen sodann die obenerwähnte Formel wird hergeleitet werden können.]

Wenn ein Kreis, wie AB, Fig. 11. Taf. IV. ist, der auf einer geraden Linie AL ruht, diese in einem Punkte A seines Umfanges berührt, und nun längs der Linie hingerollt wird, bis der nehmliche Punkt des Umfangs A, der anfangs die Linie AL berührte, wieder mit ihr an einem anderen

Dieser Satz zeigt die Verhältnisse von vier Größen, nehmlich die Durchmesser eines Kreises, dessen Umfang,

Punkte L in Berührung kömmt, oder, bis der Kreis AB, während seines Hinrollens auf der Linie AL seine ganze Umlaufszeit vollendet hat: Dann wird der Punkt A, durch seine zweyfache Bewegung, die krumme Linie A C D I L beschreiben, und diese Linie nennt man die Radlinie (Cycloide.)

Der Kreis ABC heißt: der erzeugende Kreis; AL ist dessen Basis oder Grundlinie, und DF senkrecht in der Mitte der Grundlinie errichtet, und von dieser bis zur krummen Linie reichend, ist die Axe der Radlinie. — A B C, DGF, HIK stellt den erzeugenden Kreis in verschiedenen Situationen oder Lagen dar.

Von dieser Art der Erzeugung der Radlinie leiten wir folgende besondere Bemerkungen ab.

I. Die Grundlinie AL ist dem Umfange des erzeugenden Kreises gleich.

II. Die Axe DF ist dem Durchschnitte der erzeugenden Linie gleich.

III. Der Theil der Grundlinie KL, das ist: derjenige Theil zwischen dem einen Ende derselben und der jedesmaligen Stelle, die der erzeugende Kreis in irgend einer seiner Lagen berührt, ist demjenigen Bogen IK oder GF des erzeugenden Kreises gleich, der mit jenem Theile der Grundlinie in Berührung kömmt.

IV. FK oder, was dem gleich ist, ME ist dem übrigbleibenden Bogen IH oder GD gleich.

V. Die Sehne IK ist senkrecht auf die krumme Linie bey I.

VI. Die Sehne IH, ist, da sie auf IK senkrecht ist, (denn der Winkel HIK in dem Halbkreise ist ein rechter Winkel) eine Tangente zu der krummen Linie bey dem Punkte I.

VII. Die Tangente IH der krummen Linie bey dem Punkte I, oder die Sehne des zirkelförmigen Bogens HI,

die Zeit, die ein schwerer Körper braucht, wenn er von seinem Ruhepunkte durch einen gewissen Raum fällt, und

ist gleich und parallel der Sehne DG. Auch ist IK gleich und parallel mit FG.

VIII. Die Länge der halben Radlinie DIL ist zweymal dem Durchmesser DF des erzeugenden Kreises gleich; und einer der Bogen ID, der durch eine mit der Grundlinie parallele Linie IE abgeschnitten wird, ist zweymal der Sehne DG des ihm entsprechenden Kreisbogens DG, der durch die nehmliche Linie IE abgeschnitten wird, gleich.

Man ziehe PT unbestimmbar nahe und parallel mit IE, welche den Kreis DGF bey Q durchschneiden wird; man vereinige DQ und verlängere DG so, daß sie mit TP in S zusammentrifft. Von Q ziehe man QO senkrecht auf DS und dann GR, eine Tangente des Kreises bey G, und RD eine Tangente bey D. Dann ist, da PT unendlich nah EI ist, GS der Ergänzung (Vermehrung) IT der krummen Linie gleich, indes GO die Ergänzung der Sehne DG ist. Denn DQ muß, da es beynahe DO gleich ist, über DE wegen der Ergänzung oder des hinzugekommenen Theils GO hinausgehen. Und diese Ergänzung oder Zugabe zu der Sehne, ist zu eben der Zeit gemacht worden, als die krumme Linie DI mit dem Theile IT gleich mit GS ist vergrößert worden.

Da nun die Dreyecke DRG, GQS gleich sind, (weil DR mit QS parallel ist, und die Winkel bey dem Scheitelpunkte G gleich sind) und DR gleich ist RG, so muß QS QG gleich seyn, daher ist GO ebenfalls gleich OS, und folglich ist GS zweymal GO gleich; GS aber, ist der Ergänzung der krummen Linie gleich, und GO der gleichzeitigen Ergänzung der Sehne DG, daher ist die Ergänzung der krummen Linie zweymal der Ergänzung der Chorde oder Sehne gleich. Und da man diese Art zu schließen auch auf jeden anderen Punkt der krummen Linie von D bis L anwenden kann, so machen wir den Schluß: daß, da von dem oberen Punkte D an, bis zu dem niedrigsten L die krumme Linie zweymal so geschwind wächst, als die ihr entsprechende Sehne

die Zeit einer kleinen Schwingung eines Pendels, dessen Länge diesem Raume, zweymal genommen, gleich ist.

des Kreises DGF, ein Bogen DI der krummen Linie, zweymal der ihm entsprechenden Sehne DG gleich ist; und bey L, wo die entsprechende Sehne DF ist, ist die krumme Linie, oder halbe Radlinie DIL zweymal DF, das heißt: zweymal dem Durchschnitte des erzeugenden Kreises gleich.

IX. CA und CB, Fig. 12. Taf. IV. stellen zwey halbe cycloidische Wände, die in einerley Richtung mit ihren Grundlinien an einander gesetzt sind. BDA ist eine verkehrte (inverted) Radlinie, welche der Radlinie gleich ist, von der CA oder CB die Hälfte ist, und deren Grundlinie von dem Scheitelpunkte B der einen halben Radlinie, bis zu dem Scheitelpunkt A der anderen reichet. Bey C hänge man ein Pendel CLI auf, dessen Länge einer der halben Radlinien gleich ist. Da dieses Pendel auf der Ebne der halben Radlinien Schwingungen macht, so wird sich die Schnur erst an eine, und dann an die andere dieser Seiten anlegen, und dadurch wird bewirkt werden, daß das Ende I des Pendels, sich genau in der krummen Linie BDA, also in einer Radlinie bewegen wird.

Aus dem Aufriß der Figur erhellet, daß BA die Basis oder Grundlinie der Radlinie BDA ist; daß BF = FA = CE = GK, und daß CD = CLI = CLB = BID = zweymal dem Durchmesser des erzeugenden Kreises FGD, oder EHB.

Man ziehe aus irgend einer Situation oder Lage des Pendels, etwa CLI die Linie LH durch den Punkt, bey welchem die Berührung der Schnur des Pendels und cycloidischen Wände aufhört, und IV ziehe man durch das Ende des Pendels, und zwar beyde Linien parallel mit der Grundlinie BA, und vereinige die Punkte B, H, G, F mit den Linien BH und GF.

Da CLB gleich ist CLI, so muß der freygewordene Theil der Schnur LI, mit LB gleich seyn, und folglich zweymal der Sehne HB gleich seyn. (Nach §. VIII.) BH aber, ist (nach §. VII.) gleich und parallel der Tangente

Es ist sehr gut bekannt, daß der Durchmesser eines Kreises sich zu seinem Umfange beynahe verhält, wie sich Eins

LM; HB ist also gleich ML und LM ist folglich MI gleich; die Parallellinien HL und IG, sind also gleich weit von der Grundlinie BA entfernt, und schneiden von den erzeugenden Halbkreisen gleiche Bogen HZB und FSG ab; die Sehne FG ist also gleich und parallel der Sehne HB und auch MI. Auch ist MF gleich IG, da diese Linien die entgegengesetzten Seiten eines Parallelograms sind. Da nun BM gleich ist HL, und (nach §. IV.) gleich dem Bogen HZB, oder dem Bogen FSG, so wird der überbleibende Theil MF der IG gleich ist, dem überbleibenden Theil CD des Halbkreises gleich seyn; welches beweist, daß das äußerste Ende I des Pendels allemal der krummen Radlinie ADB gleich ist.

Der Kürze wegen will ich das Pendel, das sich in einer Radlinie schwingt, ein radlinigtes Pendel nennen.

X. Die Geschwindigkeit eines radlinigten Pendels auf seinem niedrigsten Punkte, steht mit dem durchlaufenen Raume im Verhältnis; das heißt: mit dem Bogen der Radlinie, den das Pendel während seines Falls beschrieben hat.

Wenn also das Pendel Fig. 12. Taf. IV. anfängt von I aus zu fallen; so wird seine Geschwindigkeit bey D sich wie der Bogen ID verhalten; und wenn es anfängt von B aus zu fallen, so wird seine Geschwindigkeit, wenn es den niedrigsten Punkt D erreicht hat, sich wie der Bogen BID verhalten. Welche Behauptung nun bewiesen werden soll.

Es ist im fünften Satze des zehnten Kapitels bewiesen worden, daß ein Körper einerley Grad der Geschwindigkeit bekommen wird, er mag nun in schiefer Richtung von I nach D, oder senkrecht von Y auf D fallen; auch verhält sich das Quadrat der Geschwindigkeit eines fallenden Körpers wie der durchlaufene Raum, oder: die Geschwindigkeit verhält sich wie die Quadratwurzel des Raums. Folglich verhält sich die Geschwindigkeit des Pendels I, die es bey seinem Fall von I zu D erlangt hat, wie die Quadratwurzel von YD, also

wie

Eins zu 3,1415 verhält; wenn also nur einer der andern besonderen Punkte bekannt ist, so kann man auch den vierten vermittelst der gewöhnlichen Regel de Tri finden.

wie $\sqrt{YD}$. Da aber nach Euklids Geometr. S. 8. B. VI. $DY : DG :: DG : FD$; so ist also $DY = \frac{DG \cdot DG}{FD}$.

Da nun FD eine unveränderliche Größe ist, so muß also DY in eben dem Verhältnisse zunehmen oder abnehmen, in welchem das Quadrat von DG ab = oder zunimmt; oder: die Quadratwurzel von DY, (also die in Rede seyende Geschwindigkeit,) verhält sich wie DG, welches der Hälfte des radlinigten Bogens DI gleich ist; die Geschwindigkeit verhält sich also wie der radlinigte Bogen.

XI. Alle Schwingungen eines radlinigten Pendels, sie mögen nun lang oder kurz seyn, werden in einerley Zeit verrichtet.

Bey allen Arten der Bewegung verhält sich, wie ich hinlänglich bewiesen habe, der Raum wie das Produkt der Zeit multiplicirt mit der Geschwindigkeit; nämlich R verhält sich wie ZG, welches folgende Größenvergleichung giebt: R : G :: Z : 1. Es ist aber eben gezeigt worden, daß bey einer radlinigten Schwingung, der Raum sich wie die Geschwindigkeit verhält; die Zeit muß sich also als Einheit verhalten, oder immer einerley seyn.

XII. Wenn ein radlinigtes Pendel anfängt, von einem Punkte L aus Fig. 13. Taf. IV. gegen den Scheitelpunkt V zu fallen, so wird seine Geschwindigkeit bey einem Punkte M, (das heißt: die Geschwindigkeit die es bey dem Fall von L zu M erlangt hat) sich verhalten wie die Quadratwurzel der Differenz der Quadrate der beyden Bogen VL und VM; (also wie: $\overline{|VL|^2 - |VM|^2|}^{\frac{1}{2}}$); oder, sie wird sich verhalten, wie der Sinus eines Kreisbogens, dessen Halbmesser gleich VL und dessen Cosinus gleich VM ist.

Man ziehe durch die Punkte L und M die Linien LR, MS parallel mit der Basis AB, welche Linien den erzeugen-

Erstes Exempel. Wenn die Zeit, in welcher ein Körper von dem Ruhepunkte aus 16,087 Fuß (nämlich

den Kreis in O und Q durchschneiden werden, und ziehe auch die Sehnen V O und V Q.

Die Geschwindigkeit des Pendels bey dem Punkte M, nach seinem Falle von I, ist der Geschwindigkeit gleich, welche ein von R auf S senkrecht fallender Körper erlangen würde. (Man sehe den fünften Satz dieses Kapitels.) Und diese Geschwindigkeit verhält sich wie die Quadratwurzel des Raumes R S; oder wie $\overline{RV - SV}|^{\frac{1}{2}}$; oder wie $\overline{\overline{VO}|^2 - \overline{VQ}|^2}|^{\frac{1}{2}}$; oder endlich, wie: $\overline{\overline{VL}|^2 - \overline{VM}|^2}|^{\frac{1}{2}}$. (Man sehe den Beweis des vorletzten Satzes nach.)

Man verlängere die Are D V gegen Z. Bey V errichte man die senkrechte Linie V L auf D Z und gleich der Länge des radlinigten Bogens V M L. Die Längen V M, V L auf der steifen (straight) Linie V L mache man jede gleich den Längen des radlinigten Bogens V M und V L. Mit dem Mittelpunkte V und dem Halbmesser V L ziehe man den halben Kreis L Z P. Bey M errichte man auf dem Halbmesser M X senkrecht darauf, welche den Umfang bey X berühren wird, und endlich vereinige man V X.

Dann ist M X der Sinus eines Kreisbogens, dessen Halbmesser V X oder V L ist, und welcher dem radlinigten Bogen V L gleich, und dessen Cosinus V M ist, welcher (nach Euklid. S. 47. B. 1.) dem radlinigten Bogen V M gleich ist. M X ist gleich $\overline{\overline{VX}|^2 - \overline{VM}|^2}|^{\frac{1}{2}}$ oder $\overline{\overline{VL}|^2 - \overline{VM}|^2}|$.

XIII. Wenn man annimmt, daß, wenn das Pendel anfängt von L längs dem radlinigten Bogen zu fallen, sich ein anderer Körper in dem halben Kreise L Z P von L gegen Z mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit, die der größten Geschwindigkeit des Pendels, also derjenigen gleich wäre, welche das Pendel durch seinen Fall von L zu dem Scheitelpunkt V bekömmt) bewegte: dann wird von diesem Körper ein Kreisbogen X Y mit jener gleichförmigen Geschwindigkeit

eine Sekunde fällt, gegeben wird, nun auch die Zeit zu finden, in welcher ein zweymal so langes Pendel (nämlich von 32,174 Fuß) eine seiner kleinsten Schwinguugen verrichten wird.

in eben der Zeit beschrieben werden, in welcher der radlinigte Bogen, der zwischen den zwey sich entsprechenden Punkten M und N liegt, von dem Pendel mit der gewöhnlichen beschleunigten Geschwindigkeit durchlaufen wird.

Man ziehe die Linie m x parallel und unbestimmbar nahe zu dem Sinus MX. Durch X ziehe man Xr parallel mit dem Halbmesser VL und in dem radlinigten Bogen nehme man Mm gleich mit Mm in dem Halbmesser.

Der Bogen Xx kann, da er unbestimmbar klein ist, als eine gerade Linie betrachtet werden. Da dann die rechtwinklichten Dreyecke VMX, Xxr — weil die Winkel rXx und MXV gleich sind, da jeder von ihnen die Ergänzung von VXr zu einem rechten Winkel ist, gleich sind, so haben wir: MX: VX (oder VZ, oder VL) :: Xr (oder Mm): Xx.

Da nun die Geschwindigkeit des Pendels (nach § XII dieser Anmerkung, bey M sich verhält wie MX, so kann man, ohne zu fehlen, annehmen, daß der außerordentlich kleine Raum des Bogens Mm mit jener Geschwindigkeit beschrieben werde. Auch verhält sich, (nach §. X dieser Anmerkung), die größte Geschwindigkeit, die das Pendel bey seinem Fall von L zu V erlangt, wie der Bogen LV oder dessen Gleichung der Halbmesser LV, und ist die nämliche Geschwindigkeit, mit welcher der Kreisbogen gleichförmig beschrieben wird. Die Größenvergleichung des vorhergehendeu Paragraphs, wird also durch Versetzung (Substitution) in die folgende umgekehrt: wie sich die Geschwindigkeit, mit welcher der Kreisbogen Xx beschrieben wird, zu der Geschwindigkeit verhält, mit welcher der kleine radlinigte Bogen Mm von dem Pendel beschrieben wird, so verhält sich Xx zu Mm, so daß sich diese kleinen Linien wie die Geschwindigkeiten verhalten, mit denen sie beschrieben werden. Wenn aber die Räume sich wie die Geschwindigkeiten verhalten, so müssen die Zeiten gleich seyn. Der kreisförmige Bogen Xx wird al-

Wir haben hier: 1 : 3,1415 :: 1″ : zu einer vierten Proportionale, nämlich: zu 3″ 1415, welches die Zeit ist, in welcher das Pendel von 32,174 Fuß jede von seinen

so in der nämlichen Zeit beschrieben, in welcher der ihm korrespondirende radlinigte Bogen M m von dem Pandel beschrieben wird. Da man nun dasselbe von allen anderen einander korrespondirenden Theilen zwischen X und Y und M und N sagen kann, so wird der ganze kreisförmige Bogen X Y in der nämlichen Zeit beschrieben, in welcher der korrespondirende radlinigte Bogen M N beschrieben wird. So werden also der ganze radlinigte Bogen und der Quadrant L Z in einerley Zeit beschreiben.

XIV. „Die Zeit einer vollständigen Schwingung eines radlinigten Pendels, verhält sich zu der Zeit, in welcher ein Körper senkrecht längs der Axe der nämlichen Radlinie fallen würde, wie sich der Umfang eines Kreises zu dessen Durchmesser verhält.“

Es ist zuvörderst einleuchtend, daß sich die Zeit, in welcher der Halbkreis L Z P, auf die obenerwähnte Art beschrieben wird, zu der Zeit, in welcher der Halbmesser L V mit der nämlichen gleichförmigen Geschwindigkeit könnte beschrieben werden, verhält, wie sich der Umfang eines Kreises zu seinem Durchmesser verhält. Die Zeit aber, in welcher der Halbreis L Z P beschrieben wird, ist gleich der Zeit, in welcher das Pendel eine vollständige radlinigte Schwingung von L zu P machen wird. Und die Zeit, in welcher L V, (oder die ihr gleiche O V zweymal) mit der nämlichen Geschwindigkeit könnte beschrieben werden, mit welcher der Kreis beschrieben wird, ist der Zeit des Falls längs der Chorde oder Sehne O V oder längs der Axe D V gleich. (Man sehe das fünfte Kapitel und den sechsten Satz dieses Kapitels). Daher wird die oben erwähnte Größenvergleichung, durch Versetzung, in folgende verwandelt: Die Zeit einer vollständigen radlinigten Schwingung verhält sich zu der Zeit, in welcher ein Körper senkrecht längs der Axe der nämlichen Radlinie fallen würde, wie sich der Umfang eines Kreises zu dem Durchmesser desselben verhält.

sehr kleinen Schwingungen verrichten wird, nämlich: ein wenig mehr als drey Sekunden.

Zweytes Exempel. Wenn die Zeit, in welcher ein Körper von seinem Ruhepunkte aus durch 16,087 Fuß

Diesen Satz beweißt der eilfte Satz dieser Anmerkung einleuchtend. Denn da jede radlinigte Schwingung in dem nämlichen Verhältnisse zu der Zeit des Falls durch die Axe steht, als das unveränderliche Verhältniß des Umfangs eines Kreises zu seinem Durchmesser ist, so müssen sie alle in der nämlichen Zeit verrichtet werden.

Man kann, ohne merklich zu irren, annehmen, daß alle sehr kleinen Schwingungen eines gewöhnlichen kreisförmigen Pendels, nach den nämlichen Gesetzen erfolgen, wie die eines radlinigten Pendels, denn nahe bey dem Scheitelpunkt V, das heißt, wenn der Bogen der Schwingung nicht über zwey oder drey Grade hinaus geht, deckt die Krümmung der Radlinie die Krümmung eines Kreises, dessen Halbmesser mit CV, das heißt: der Länge des Pendels gleich ist, dies zeigt die Figur selbst augenscheinlich: denn wenn das Pendel seine Schwingungen nicht weit von der senkrechten Linie CV macht, so berührt die Schnur desselben kaum die radlinigten Wände CA, CB und folglich muß das äußerste Ende desselben V einen sehr kleinen kreisförmigen Bogen beschreiben.

XV. „Die Zeiten gleicher Schwingungen verschiedener Pendeln, bey denen die Schwerkraft als verschieden angenommen wird, verhalten sich direkt als die Quadratwurzeln der Längen der respektiven Pendeln, und umgekehrt wie die Quadratwurzeln der respektiven Schwerkräfte.

Nach dem vorhergehenden Satze steht die Zeit einer radlinigten Schwingung mit der Zeit des senkrechten Falls längs der Axe in einem unveränderlichen Verhältnisse; das heißt: die erstere verhält sich wie die letztere. Da sich nun die Zeit jenes senkrechten Falls direkt wie die Quadratwurzel der Axe (oder doppelt wie sie, nämlich wie die Länge des Pendels) und umgekehrt, wie die Quadratwurzel der Schwerkraft verhält; da gezeigt worden ist, daß, wenn die Schwerkraft un-

fallen würde, (nämlich eine Sekunde) gegeben worden, auch die Zeit zu finden, in welcher ein Pendel von vier Fuß eine seiner kleinsten Schwingungen verrichten wird.

In diesem Falle ist die Hälfte der Länge des Pendels 2 Fuß; man muß also zuvörderst die Zeit ausfindig

veränderlich ist, die Zeit des senkrechten Falls sich wie die Quadratwurzel des Raums, und wenn die Zeit unveränderlich, oder die nämliche ist, die Quadratwurzel des Raums sich wie die Quadratwurzel der Geschwindigkeit oder der Schwerkraft verhält: so verhält sich, wenn beyde veränderlich sind, die Quadratwurzel des Raums oder der Länge wie die Zeit, multiplicirt durch die Quadratwurzel der Schwerkraft; oder, die Zeit verhält sich wie die Quadratwurzel des Raums, dividirt durch die Quadratwurzel der Schwerkraft; daß heißt direkt als die Quadratwurzel der Länge des Pendels und umgekehrt wie die Quadratwurzel der Schwerkraft.

Man kann aber auch die Zeit einer kreisförmigen Schwingung unabhängig von der Radlinie vermittelst des folgenden Problems finden, welches der Professor Saunderson in seiner Abhandlung von den Fluxionen gegeben hat.

XVI. „Die richtige oder genaue Zeit einer der kleinsten Schwingungen eines gegebenen, in einem Bogen eines Kreises sich schwingenden Pendels, ohne einen merklichen Irthum, wie auch die Zeit irgend einer anderen Schwingung, zu finden."

Ein Pendel ND Fig. 14. Taf. IV. soll sich in dem Bogen ADC eines Kreises, dessen Durchmesser ID ist, schwingen und sich bey seinem Aufsteigen von D zu C bey dem Punkte E befinden. $\sqrt{BF}$ soll die Geschwindigkeit ausdrükken, die ein schwerer Körper bey seinem Fall von B zu F erlangt, und folglich die Geschwindigkeit des Pendels in dem Punkte E. AC und EE sind die parallelen Sehnen der Bogen ADC und EDE die den Durchmesser in B und F durchschneiden. Da nun $\frac{1}{2}\sqrt{ID}$ die durch den Fall durch $\frac{1}{4}$ ID erlangte Geschwindigkeit ausdrückt, und da ein Körper mit dieser Geschwindigkeit gleichförmig einen Raum, der $\frac{1}{12}$ ID

machen, die ein Körper brauchen wird, um von seinem Ruhepunkte aus zwey Fuß zu fallen. Und da die von fallenden Köpern durchlaufenen Räume sich (nach S. 65. wie die Quadrate der Zeiten verhalten, so sagt man

gleich ist, in der nämlichen Zeit beschreiben würde, in der er durch $\frac{1}{4}$ ID fallen würde: so dividire man den Raum $\frac{1}{2}$ ID durch die Geschwindigkeit $\frac{1}{2}\sqrt{ID}$, so drückt der Quotient $\sqrt{ID}$ die Zeit aus, in welcher ein schwerer Körper durch $\frac{1}{4}$ ID fallen würde, nämlich durch die Hälfte der Länge des Pendels.

Man ziehe ee unbestimmbar nahe an EE; dann kann Ee als die Flurion des Bogens DE betrachtet werden und $\frac{Ee}{\sqrt{BF}}$ wird die Zeit ausdrücken, in welcher das Pendel den kleinen Bogen Ee beschreibt, oder die Flurion der Zeit einer Schwingung. Aber $Ee = \frac{\frac{1}{2}ID \cdot Ff}{\sqrt{IF \cdot FD}}$ (denn, wenn man den Halbmesser ND nennt, r; FE, y; und FD, x, so bekömmt man $Ee = \dot{x}^2 + \dot{y}^2|^{\frac{1}{2}}$. Aber $y^2 = 2rx - xx$, dessen Flurion ist $2y\dot{y} = 2r\dot{x} - 2x\dot{x}$, daher $\dot{y} = \frac{r\dot{x} - x\dot{x}}{y}$, oder $\dot{y}^2 = \frac{r^2\dot{x}^2 - 2rx\dot{x}^2 + x^2\dot{x}^2}{y^2} = \frac{r^2\dot{x}^2 - y\dot{x}^2}{y^2} = \frac{r^2\dot{x}^2 - \dot{x}^2}{y^2}$. Also: $\dot{x}^2 + y^2 = \frac{r^2\dot{x}^2}{y^2}$ und $\dot{x}^2 + \dot{y}^2|^{\frac{1}{2}} = \frac{r\dot{x}}{y} = \frac{r\dot{x}}{\sqrt{2rx - xx}} = \frac{\frac{1}{2}ID \cdot Ff}{\sqrt{IF.FD}} = Ee) = \frac{\sqrt{ID}}{\sqrt{IF}} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{\frac{1}{2}Ff}{\sqrt{FD}}$; daher $\frac{Ee}{\sqrt{BF}} = \frac{\sqrt{ID}}{\sqrt{IF}} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{\frac{1}{2}Ff}{\sqrt{BF \cdot FD}}$. Man durchschneide DB bey K und KD bey L und da der Bogen ADC klein ist, so kann die Größe IF nicht merklich von IK verschieden seyn und so auch $\frac{\sqrt{ID}}{\sqrt{IF}}$ nicht von $\frac{IL}{IK}$.

wie sich 16,087 zu zwey Fuß verhalten, so verhält sich das Quadrat einer Sekunde zu dem Quadrate der gesuchten Zeit, nämlich: 16,087 : 2 :: 1'' : $\frac{1 \cdot 2}{16{,}087}$ = 0,12431 wovon die Quadratwurzel, nämlich: 0''352, die Zeit des

Daher ist $\frac{Ee}{\sqrt{BF}}$ beynahe $\frac{IL}{IK} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{\frac{1}{2}Ff}{\sqrt{BF + FD}}$ gleich.

Man beschreibe auf den Durchmesser BD den Kreis BGDG, indem man die Sehnen EE, ee in G und g durchschneidet,

dann wird die Fluxion des Bogens DG seyn Gg = $\frac{\frac{1}{2}BD \cdot Ff}{\sqrt{BF \cdot ID}}$; folglich: $\frac{Gg}{BD} = \frac{\frac{1}{2}Ff}{\sqrt{FB \cdot FD}}$; und daher wird die Fluxion der Zeit der Schwingung durch DE seyn: $\frac{Ee}{\sqrt{BF}} = \frac{IL}{IK} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{Gg}{BD}$, welches wirklich die Zeit ist, in welcher sich das Pendel von E zu e bewegt.

Der Fluent von dieser letztern Fluxion aber ist $\frac{IL}{IK} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{DGB}{BD}$ dies ist also die Zeit einer halben Schwingung oder Bewegung des Pendels von D zu C. Und die Zeit einer ganzen Schwingung durch den Bogen ADC ist $\frac{IL}{IK} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{BGDGB}{BD}$.

Wenn der Schwingungsbogen unbestimmbar klein ist, so wird die Größe $\frac{IL}{IK} = 1$; und die Zeit (Z) einer der letzten Schwingungen wird $Z = \sqrt{ID} \cdot \frac{BGDGB}{BD}$ werden und daher: BD : BGDGB :: $\sqrt{ID}$: Z; das heißt: wie sich der Durchmesser eines Kreises zu dessen Umfang verhält, so verhält sich die Zeit ($\sqrt{ID}$) des Falls durch die

Falles eines Körpers durch 2 Fuß ist. Wenn man diese Zeit gefunden hat, so sagt man, wie bey dem vorigen Exempel: $1 : 3{,}1415 :: 0{,}'' 352 : (\frac{3{,}1415 \cdot 0{,}'' 352}{1}) =$

$1''{,}1$, beynah die Zeit, in welcher ein Pendel von vier Fuß seine kleinsten Schwingungen verrichtet.

Hälfte der Länge des Pendels, zu der Zeit einer der kleinsten Schwingungen des Pendels, welches die nämliche Größenvergleichung ist; die von den Eigenschaften der Radlinie hergeleitet wurde. Daher ist die Zeit der Schwingung in einer Radlinie und in einem unbestimmbar kleinen Bogen eines Kreises die nämliche, nämlich: $Z = 1$ Sekunde, wenn die Länge des Pendes 39, 1196 Zoll ist, wie durch Versuche ist bewiesen worden.

Daher ist also die Zeit einer Schwingung in einem kreisförmigen Bogen überhaupt $Z \cdot \frac{IL}{IK}$ oder (da $IL = IK + KL$) die allgemeine Formel für die Schwingungszeit durch einen Bogen ACD eines Kreises wird seyn: $Z + Z \cdot \frac{KL}{IK}$. Und $Z + \frac{KL}{IK}$ ist der Ueberschuß der Schwingungszeit in einen kreisförmigen Bogen, über die Schwingungszeit in dem Bogen einer Radlinie, oder über die Zeit der kleinsten kreisförmigen Schwingung, wenn die Längen der Pendeln gleich sind.

Um die vorstehenden Formeln der praktischen Rechnung anzupassen, muß man bemerken, daß BD der Quersinus von CD, also von der Hälfte des Schwingungsbogens ist. DK ist die Hälfte dieses Queersinus; KL ist ein Viertheil von ihm und ID ist die Länge des Pendels zweymal genommen. Wenn wir daher den Quersinus des halben Schwingungsbogens a und die Länge des Pendels b nennen, so wird die oben gegebene Formel $Z + Z \cdot \frac{KL}{IK}$ nun werden: $Z + Z \cdot \frac{\frac{1}{4}a}{2b - \frac{1}{2}a}$ oder: $Z + Z \cdot \frac{a}{8b - 2a}$.

Drittes Exempel. Wenn die Zeit, in welcher ein Pendel von 39,1196 Zoll jede seiner kleinen Schwingungen verrichten wird, (nämlich eine Sekunde) gegeben worden, den Raum zu finden, durch welchen ein Körper von seinem Ruhepunkte aus in der nämlichen Zeit fallen wird.

Erstes Exempel. Man nehme an, man solle die Zeit finden, in welcher ein Pendel, das jede seiner kleinsten Schwingungen in einer Sekunde verrichtet, diese Schwingungen in einem Bogen von 120° verrichten würde.

In diesem Falle ist die Länge des Pendels $b = 39,1196$; der Halbbogen der Schwingung ist 60° und dessen Quersinus, (der aus den geometrischen Tabellen genommen und im Verhältniß des tabellarischen Halbmessers zu der Länge des Pendels durch die Formel reduzirt worden ist: wie sich der tabellarische Halbmesser zu der Länge des Pendels verhält, so verhält sich der tabellarische Quersinus zu dem in Frage seyenden Sinus.) ist $19,5598 = a$; daher ist die gesuchte Zeit:

$$Z + Z \cdot \frac{a}{8b - 2a} = 1'' + 1'' \cdot \frac{19,5598}{273,8372} =$$

1'', 0714; denn wenn die Zahl der Sekunden von 24 Stunden nämlich: 86400'' durch die Zeit einer zuletzt gefundenen Schwingung, nämlich durch 1'', 0714 dividirt wird, so ist der Quotient 80735 die Zahl der Schwingungen, die das Pendel in 24 Stunden verrichten wird, wenn es sich längs des Bogens von 120° schwingt; wenn daher das nämliche Pendel sehr kleine Schwingungen verrichtet, so wird es genaue Sekunden schwingen, das heißt: es wird innerhalb 24 Stunden 86400 Schwingungen verrichten.

Zweytes Exempel. Man soll die Zeit einer Schwingung finden, wenn das oben erwähnte Pendel sich durch einen Halbkreis schwingt.

In diesem Falle ist der Quersinus dem Halbmesser oder der Länge des Pendels gleich $a = b$; die Formel $Z + Z \cdot \frac{a}{8b - 2a}$ wird folglich: $1'' + 1'' \cdot \frac{a}{8b - 2b} = 1'' +$

Zuerst sagt man: 3,1415: 1 :: 1″: 0″, 3183, die Zeit, in welcher ein Körper durch einen Raum, welcher

$\frac{1''}{6} = 1'',166666$. So daß die Zeit einer kleinen Schwingung des Pendels, dessen Länge 39,1196 Zoll ist, sich zu der Zeit von einer der Schwingungen längs eines Halbkreises verhält, wie sich 1 zu 1,16666 verhält, welches beynah dasselbe Verhältniß ist, wie 6 zu 7.

Ich will endlich diese lange Anmerkung mit dem Beweis noch einer anderen merkwürdigen Eigenschaft der Radlinie beschließen.

XVII. Wenn auf einer Vertikalebne zwey Punkte, jedoch nicht beyde in der nämlichen auf dem Horizont senkrechten Linie, gegeben worden, so wird ein Körper von dem oberen Punkte zu dem unteren in der möglichst kürzesten Zeit fallen, wenn er genöthiget wird, sich längs dem Bogen einer Radlinie zu bewegen, welche durch diese Punkte geht, und deren Grundlinie eine Horizontallinie ist, die durch den oberen Punkt geht.

Wenn also die beyden Punkte A und B Fig. 15. Taf. IV. sind, und es sollte ein Körper von A nach B in der möglichst kürzesten Zeit fallen; so wird man diese Absicht erreichen, wenn man den Körper, nicht wie man bey dem ersten Anblick wohl glauben möchte, längs der steifen Linie AB, noch längs einem Bogen eines Kreises, oder einer anderen krummen Linie, fallen läßt, sondern längs der Radlinie ADB, welche durch die gegebenen Punkte A und B geht, und deren Grundlinie die Horizontallinie AO ist. — Wegen dieser merkwürdigen Eigenschaft ist die Radlinie die Linie des schnellesten Falles genannt worden. — Ich werde den Beweis und die Erklärung dieser Eigenschaft in drey Theile theilen.

1. Wenn eine gewisse Linie, als ACDB, die Linie des schnellesten Falles zwischen zwey Punkten A und B ist, so folgt, daß ein Körper, der von A bis C fällt, nach diesem Falle fortfahren wird, auf der nämlichen Linie geschwinder von C zu D fallen, als längs einer anderen Linie, wie

der Hälfte der Länge des Pendels gleich ist, nämlich durch 19/5598 Zoll fallen wird.

CED ist; denn wollte man das verneinen, so müßte man zugeben, daß der Körper schneller längs der Linie ACEDB fiele, als längs der Linie ACFDB; folglich ist die Linie ACFDB nicht die Linie des schnellesten Falles, welches der Voraussetzung entgegen ist.

2. ADCB Fig. 16. Taf. IV. sey eine krumme Linie zwischen den zwey gegebenen Punkten A und B; und DE, EG sollen zwey unbestimmbar kleine und an einander gefügte Theile von ihr seyn, durch die Punkte D, E und G ziehe man DL, EO, GP senkrecht auf die Grundlinie AC, und durch D ziehe man DH parallel mit der Grundlinie. Wenn nun diese krumme Linie von der Beschaffenheit ist, daß die Geschwindigkeit, mit welcher ein Körper nach seinem Falle von A zu D über den unbestimmbar kleinen Theil DE geht, überall mit $\frac{DH \cdot a}{DE}$ im Verhältniß steht, (da a eine gewisse unveränderliche Linie oder Größe ist) dann wird der Körper nach seinem Falle von A zu D, längs der krummen Linie von D zu G in weniger Zeit gehen, als längs einem anderen Wege DFG, und folglich wird diese Linie die Linie des schnellesten Falles seyn.

Durch F ziehe man FQ parallel mit EG, und FQ sey der Raum, der mit der nämlichen Geschwindigkeit, wie EG durchlaufen werde; man ziehe ferner FN, senkrecht auf DE, wie auch ME und GQ senkrecht auf FQ, da dann das Dreyeck FNE mit DEH, und eben so auch FME mit GEI gleich ist, so haben wir: $DE : DH :: FE : NE = \frac{DH \cdot FE}{DE}$;

und $GE : EI :: FE : FM, = \frac{EI \cdot FE}{GE}$. Daher $NE : FM :: \frac{DH \cdot FE}{DE} : \frac{EI \cdot FE}{GE} :: \frac{DH}{DE} : \frac{EI}{GE} :: \frac{DH \cdot a}{DE} : \frac{EI \cdot a}{GE}$; nämlich NE verhält sich zu FM, wie die Geschwindigkeit, mit der NE durchlaufen wird, sich zu der Geschwindigkeit verhält, mit der FM durchlaufen wird;

Dann sagt man, weil die Räume, welche fallende Körper beschreiben, sich verhalten wie die Quadrate der

daher werden NE und FM in gleichen Zeiten durchlaufen. Und da MQ mit EG gleich ist, so wird die Zeit des Falls durch MQ, der Zeit des Falls durch EG gleich seyn; so daß die Zeit des Falles durch FQ der Zeit des Falls durch NEG gleich seyn wird. Da aber der Winkel MQG ein rechter Winkel ist, so ist FG größer, als FQ, so daß auch die Zeit des Falls durch FG größer seyn wird, als die Zeit durch FQ oder durch NEG; und da DF größer ist, als DN, so wird die Zeit durch DF größer seyn, als die Zeit durch DN. Es wird also auch die Zeit des Falls längs DF, GF größer seyn, als die Zeit des Falls längs DN, NG. Ein schwerer Körper also, wird nach seinem Falle von A zu D, von D zu G längs der krummen Linie DEG in kürzerer Zeit, als längs irgend einer anderen Linie, fallen, folglich ist die krumme Linie ADEGB, diejenige Linie, auf welcher der Körper zwischen den beyden Punkten A und B, am geschwindesten fallen wird.

3. Man lasse ADEM, Fig. 17. Taf. IV. eine Radlinie seyn, deren Grundlinie die Horizontallinie AG ist. Durch einen Punkt derselben D, ziehe man DQ parallel der Grundlinie AG, so daß DQ den erzeugenden Kreis bey N und die Axe bey Q schneidet. Dann ziehe man die Sehnen GN, NM; durch D ziehe man DL senkrecht auf die Grundlinie und OE unbestimmbar nahe und parallel zu LD. Der unbestimmbar kleine Theil DE von der krummen Linie, kann nun als eine gerade, die Tangente bey D deckende Linie betrachtet und von ihr angenommen werden, daß sie ein von A mit der nämlichen Geschwindigkeit fallender Körper, als er durch den Fall von A zu D erlangt hat, beschreibe; denn die Beschleunigung der Geschwindigkeit durch jenen unbestimmbar kleinen Raum muß beynahe für Nichts genommen werden. Dies alles angenommen, so muß nun bewiesen werden, daß die Radlinie die Eigenschaft der obenerwähnten krummen Linie hat, daß nämlich die Geschwindigkeit, mit welcher der kleine Theil DE von einem von A fallenden Körper beschrieben wird, immer mit $\frac{DH \cdot a}{DE}$ im Verhältnisse stehe, indem a die Axe GM der Radlinie bezeichnet.

Zeiten: wie sich das Quadrat von 0″, 3183 zu dem Quadrate einer Sekunde verhält, so verhalten sich 19,5598 Zoll zu dem Raume, durch welchen ein Körper in einer Sekunde fallen wird, nämlich: 0,10131489: 1:: 19,5598: 193,06 Zoll, oder 16083 Fuß; als dem Raum, durch welchen ein Körper in einer Sekunde fallen wird.

In den vorstehenden Exempeln sind die Ausrechnungen deswegen nicht zu einer großen Menge von Dezimalzahlen vermehrt worden, weil ich nicht zu weitläuftig werden wollte, und nur die Absicht hatte, die Art zu zeigen, wie die Ausrechnung muß gemacht werden; in vielen Fällen aber ist es nothwendig, mit einem größeren Grade der Genauigkeit zu Werke zu gehen. Eben so nothwendig ist es, daß der Leser mit der wahren Länge des Pendels, das sich nach Sekunden schwingt, (Secundenpendels oder mit dem wahren Raum, der in einer gegebenen Zeit von fallenden Körpern beschrieben wird, (da eins von dem anderen leicht kann hergeleitet werden,) bekannt gemacht wird, damit der Grund, auf welchen er seine Ausrechnungen baut, so sicher sey, als es der Zustand unsrer gegenwärtigen Kenntnisse erlaubet.

In verschiedenen Weltgegenden ist das Pendel, das Sekunden schwingt, nicht von einerley Länge. An den

Von den oben erwähnten Eigenschaften der Radlinie ist die kleine Linie DE, welche die Tangente bey D deckt, parallel der Sehne NM. Daher die Dreyecke DHE, NQM und GMN gleichwinkligt und folglich ähnlich sind. Also: DE. DH :: GM (= a): $GN = \frac{DH \cdot a}{DE}$; GN aber verhält sich wie die Geschwindigkeit, die der schwere Körper durch seinen Fall von G zu Q oder von L zu D erlangt hat, das heißt: wie die Geschwindigkeit, mit welcher er über die unbestimmbar kleine Linie gegangen ist. Die Radlinie ist also, da sie die Eigenschaft der oben erwähnten krummen Linie hat, diejenige Linie, über welche der Körper am geschwindesten fällt, u. s. w.

Orten, welche den Polen näher liegen, ist es ein wenig länger, kürzer aber an solchen, die dem Aequator näher liegen. Die Ursache davon wird nachher gezeigt werden. Indessen kennt man diese Verschiedenheit sehr genau. Allein in Ansehung der Bestimmung der Länge des Pendels, das unter einerley Breite Sekunden schwingt, sind die Meinungen der meisten Naturkündiger verschieden, und folglich sind sie auch nicht einig über den wahren Raum, den fallende Körper in einer gegebenen Zeit beschreiben. In den Werken der berühmtesten Naturkündiger Englands, finde ich die Länge des Sekundenpendels in oder in der Nähe von London so verschieden bestimmt, wie hier folget, nämlich: 39, 2; 39, 14; 39, 128; 39, 125; 39, 1196 u. s. w. Zolle.

Der verstorbene gelehrte Johann Whitehurst, ein scharfsinniges Mitglied der königlichen Societät, scheint die besten Versuche über diesen Gegenstand gemacht zu haben und die die wenigsten Ausnahmen leiden. Die Resultate dieser seiner Versuche beweisen, daß die Länge des Sekundenpendels in Londen 113 Fuß über dem Meere, bey einer Temperatur von 60 Grad nach Fahrenheit und wenn das Barometer auf 30 Zoll stehe, 39,1196 Zoll sey; woraus folgt, daß der Raum, über den der senkrecht fallende Körper, in der ersten Zeitsecunde gehet, 16,087 Fuß ist. — Diese Länge eines Secundenpendels ist zuverlässig nicht mathematisch genau bestimmt, doch kann es zu gewöhnlichen Zwecken hinlänglich seyn, da es kaum um den $\frac{1}{1000}$ Theil eines Zolles von dem wahren Verhältniß abweicht *).

*) Man sehe Whitehurst's Versuche, unveränderliche Bestimmungen von Länge, Inhalt und Gewicht zu bekommen; auch Georg Schuckburg Evelyn's vortreffliche Schrift

XII. „Die Zeiten, in welchen gleiche Schwingungen (das heißt: Schwingungen durch Bogen von gleicher Zahl der Grade) verschiedener Pendeln verrichtet werden, verhalten sich wie die Quadratruthen der Länge der Pendeln."

Wenn also das Pendel AB, Fig. 18. Taf. IV. viermal so lang wäre als das Pendel CD, so würde die Zeit einer Schwingung desselben noch einmal so lang seyn, als die Zeit einer gleichen Schwingung des Pendels CD. Denn da, nach dem Corollario des siebenten Satzes dieses Kapitels, die Schwingungen und folglich auch die halben Schwingungen gleich sind und auch eine gleiche Situation haben, so verhält sich die Zeit des Falls des Pendels längs dem Bogen GB, zu der Zeit des Falls des anderen Pendels längs dem Bogen HD, wie sich die Quadratwurzel von GB zu der Quadratwurzel von HD verhält. Der Umfang der Kreise aber, oder gleiche Theile ihres Umfangs, verhalten sich wie ihre Halbmesser; daher verhalten sich die Quadratwurzeln gleicher Theile des Umfanges, wie die Quadratwurzeln der Halbmesser; folglich verhalten sich die Zeiten gleicher Schwingungen, wie die Quadratwurzeln der Halbmesser, oder der Pendellängen.

In diesem ganzen Kapitel ist die Schwerkraft als unveränderlich angenommen worden. Wenn aber dieß nicht der Fall ist, wenn zum Beyspiele ein Pendel, das sich an der Oberfläche der Erde schwingt, mit einem Pendel auf der Spitze eines sehr hohen Berges, oder einem das seine Schwingungen auf einer geneigten Ebne macht, in welchen Fällen die Schwerkraft der Pendeln nicht überein ist, verglichen wird, dann verhält sich die Zeit der Schwin-

über den Maaßstab zu Maaß und Gewicht, in den philosophischen Transactionen vom Jahr 1798.

Schwingung wie der Quotient der Quadratwurzel der Pendellänge, dividirt durch die Quadratwurzel der Schwerkraft.

Den Beweis dieses Satzes wird man in der Anmerkung finden.

Eilftes Kapitel.

Von dem Mittelpunkt der Schwingung und von dem Mittelpunkte des Stoßes.

Der aufmerksame Leser wird ohne Zweifel bemerkt haben, daß, obgleich in dem vorigen Kapitel viel über die Pendellänge gesagt worden, doch des Punktes, von welchem aus diese Länge, oder die Entfernung von dem Aufhängepunkt, muß gemessen werden, nicht ist erwähnt worden. Die Ursache dieses Stillschweigens darüber ist blos, daß die Bestimmung dieses Punktes, den man den Mittelpunkt der Schwingung nennt, eine ganz besondere Betrachtung verdient, die in dem vorhergehenden Kapitel nicht füglich konnte angestellt werden, wenn die Sache in das gehörige Licht sollte gesetzt werden. Ich will daher nun versuchen, die Natur dieses Punktes zu erläutern und die Art, seine Lage oder Entfernung von dem Aufhängepunkt bey Pendeln von verschiedener Länge und Gestalt zu bestimmen, darzulegen.

Wenn das Pendel aus einem kugelförmigen, an einer Schnur befestigten Körper besteht, so konnte sich leicht jemand, der mit der Sache nicht bekannt wäre, beym ersten Anblick vorstellen, daß man die Länge des Pendels

von seinem Aufhängepunkt an, bis zu dem Mittelpunkt der Kugel bestimmen müsse. Allein dies ist nicht der Fall; denn die wahre Länge des Pendels ist in der That größer als jene Entfernung der beyden Punkte von einander; wovon die Ursache die ist, daß sich der Körper nicht in einer steifen (geraden) Linie, sondern in einem kreisförmigen Bogen bewegt, wovon die nothwendige Folge ist, daß diejenige Hälfte desselben, die am weitesten von dem Aufhängepunkt entfernt ist, durch einen längeren Raum läuft, als die andere Hälfte, die dem Aufhängepunkt näher ist. Daher bewegen sich die zwey Hälften der Kugel, ob sie gleich in Ansehung der Größen der Materie einander gleich sind, wirklich mit verschiedenen Geschwindigkeiten, und deswegen sind sich auch ihre Momente nicht gleich, und eben diese Ungleichheit ist die Ursache davon, daß der Mittelpunkt der Schwingung nicht zwischen den zwey Halbkugeln, daß heißt: in dem Mittelpunkt der Kugel liegt, sondern innerhalb der niedrigeren Halbkugel, als in derjenigen, die das größere Moment hat. Daraus folgt dann natürlich, daß, wenn die Kugel des Pendels in Einen Punkt könnte konzentrirt werden, dieser Punkt der Mittelpunkt der Schwingung seyn würde; so daß also der Mittelpunkt der Schwingung derjenige Punkt ist, in dem die ganze Materie (und folglich die Kraft aller Theilchen) des Körpers oder der Körper, die mit einander verbunden werden möchten, um einen Pendel zu bilden, als verdichtet gedacht werden kann.

Der Punkt des Stoßes ist derjenige Theil oder Punkt eines pendelartigen Körpers, welcher den stärksten Eindruck auf ein, während seiner Schwingung ihm entgegengesetztes Hindernis macht; denn wenn ihm dieses Hindernis in verschiedenen Entfernungen von dem Aufhängepunkt entgegengesetzt wird, so wird der Stoß nicht gleich stark seyn und es wird sich bald zeigen, daß dieser

Mittelpunkt des Stoßes etwas andres ist, als der Schwerpunkt, oder daß er diesen nicht decke.

Man nehme einen Körper an, der, wie AB Fig. 1. Taf. V. N 1. aus zwey gleichen, an einer steifen Ruthe befestigten Kugeln besteht und der sich in einer ihm selbst parallelen Richtung bewegt, so ist es einleuchtend, daß die beyden Kugeln gleiche Momente haben müssen, da ihre Größen der Materie gleich sind und sie sich mit gleichen Geschwindigkeiten bewegen. Wenn nun diesem Körper in seinem Wege, wie No. II, ein Hindernis C und zwar genau in seiner Mitte E entgegengesetzt wird, so wird er dadurch wirklich aufgehalten werden, und keines seiner Endtheile kann sich vorwärts bewegen, weil sich beyde genau das Gleichgewicht halten, da die Mitte dieses Körpers sein Schwerpunkt ist. Würde nun diesem Körper ein Hindernis, aber nicht gerade in seiner Mitte entgegen gesetzt, sondern näher nach dem einen Ende zu, wie bey N. III, dann ist der Stoß, da er nicht in der Richtung des Mittelpunkts der Schwere geschieht, in der That ein schiefer Stoß, und in diesem Falle wird, zufolge der Gesetze des Zusammentreffens, die im achten Kapitel sind angegeben worden, nur ein Theil des Moments auf das Hindernis verwandt und der nach dem Ende A zugehende Körper, welches Ende am weitesten von dem Hindernisse entfernt ist, wird mit dem Theil des Moments, welcher nicht auf das Hindernis verwendet worden ist, fortgehen; folglich ist in diesem Falle der Stoß nicht so kräftig als in dem Vorhergehenden. Es giebt also bey einem sich bewegenden Körper einen gewissen Punkt, welcher auf ein Hindernis einen stärkern Eindruck macht, als irgend ein anderer Theil desselben. — In unserem Falle trifft dieser Punkt in der That mit dem Mittelpunkte der Schwere zusammen, weil sich die beyden Enden des Körpers vor dem Stoße mit gleicher Geschwindigkeit bewegten.

Bey einem Pendel aber ist der Fall anders. Denn man nehme an, daß der nämliche Körper Fig. 1. Taf. V. vermittelst einer noch dazu gekommenen Linie A S Fig. 2. Taf. V. welche man sich als unbeugsam und ohne Schwere denken muß, aufgehängt worden sey und um den Aufhängepunkt S Schwingungen mache: so ist einleuchtend, daß sich jetzt die beyden Kugeln nicht mit gleichen Geschwindigkeiten bewegen werden, denn die Kugel B wird, da sie einen längern Bogen, als die Kugel A in der nämlichen Zeit beschreibt, ein größeres Moment haben; und folglich liegt der Punkt, wo die beyden Kugeln mit einander balanciren oder sich das Gleichgewicht halten, welches der Mittelpunkt des Stoßes ist, näher an der unteren Kugel B, und dieser Punkt trifft also nicht mit dem Mittelpunkt der Schwere des Körpers A B zusammen, sondern er ist derjenige Punkt, in welchem die Kräfte aller Theile des Körpers konzentrirt gedacht werden können. Der Mittelpunkt der Schwingung und der Mittelpunkt des Stoßes treffen also zusammen oder sie decken sich, oder besser: sie sind genau ein und derselbe Punkt, von dessen zwey Benennungen blos die erste sich auf die Schwingungszeit und die andere auf die Stoßkraft bezieht.

Wenn Fig. 1. Taf. V. die Kugeln A und B einander nicht gleich sind, so liegt ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere nicht in der Mitte bey E, sondern er wird näher bey dem schwereren Körper, als bey D liegen, vorausgesetzt, daß B der schwerere Körper sey, so daß sich die Entfernungen B D, A D umgekehrt wie die Gewichte dieser Körper verhalten werden. Wenn nun der oben erwähnte Körper in ein Pendel, wie in Fig. 2. verwandelt wird, so werden die Momente oder Kräfte der Gewichte A und B, ob sie sich schon gleich sind, doch durch ihre Bewegung in verschiedenen Bogen, also mit verschiedenen Geschwindigkeiten, einander wirklich ungleich.

Um also den Punkt zu finden, wo die Kräfte einander das Gleichgewicht halten, so daß, wenn diesem Punkte ein Hindernis entgegengesetzt wird, das in Bewegung befindliche Pendel wirklich aufgehalten wird, und keiner seiner Theile ein Uebergewicht hat, in welchem Falle das Hindernis den stärksten Eindruck empfangen wird: muß man zuerst die Momente der zwey Körper A und B finden, dann müssen sich die Entfernungen dieser Körper von dem Mittelpunkte des Stoßes, oder gleicher Kräfte, umgekehrt wie diese Momente verhalten. So werden die Geschwindigkeiten von A und B, durch die gleichen Bogen, die sie beschreiben, dargestellt, und diese Bogen verhalten sich als die Halbmesser SA und SB. Das Moment von A also, ist das Produkt der Größe seiner Materie, multiplicirt mit SA und das Moment von B ist das Produkt der Größe seiner Materie multiplicirt mit SB; folglich muß sich AD zu BD verhalten, wie sich das Gewicht von B multiplicirt mit SB, zu dem Gewichte von A, multiplicirt mit AS, verhält. Dann ist D der Mittelpunkt des Stoßes. Und da, wenn vier Größen mit einander im Verhältniße stehen, das Produkt der beyden Endtheile, dem Produkte der beyden Mitteltheile gleich ist: so muß, wenn das Gewicht von A, multiplicirt mit AS, noch einmal mit AD multiplicirt wird, das Produkt dem Produkte des Gewichtes von B, multiplicirt mit BS, und noch einmal mit BD gleich seyn; das heißt: das Produkt des Körpers auf der einen Seite des Mittelpunkts der Schwingung, multiplicirt mit seiner Entfernung von dem Aufhängepunkte und mit seiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Schwingung, ist dem Produkte des Körpers auf der anderen Seite des Mittelpunkts der Schwingung, multiplicirt mit seiner Entfernung von dem Aufhängepunkte, und mit seiner Entfernung von dem Punkte der Schwingung, gleich.

Da diese Art zu schließen auch auf ein Pendel, das aus mehr als zwey zusammen verbundenen Körpern besteht, und auch auf die verschiedenen Theile eines und desselben Pendelkörpers angewendet werden kann, so bilden wir darnach das folgende allgemeine Gesetz.

Wenn das Gewicht eines jeden Theiles eines einfachen oder zusammengesetzten Pendels, sowohl mit seiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Aufhängung, als auch seiner Entfernung von dem Mittelpunkte des Schwingung oder des Stoßes multiplicirt wird, so sind sich die Summen der Produkte an jeder Seite des Mittelpunkts der Schwingung einander gleich.

Von diesem Gesetze kann man nun zwar die Regel zur Bestimmung der Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung von dem Aufhängepunkte leicht ableiten; allein die Anwendung derselben ist mit beträchtlichen Schwierigkeiten verbunden. Deshalb verweise ich sie in die untenstehende Anmerkung *), und fahre hier damit

*) Man nehme ein Pendel an, das aus mehreren Theilen oder kleinen mit einander verbundenen Körpern A, B, C, D, E, bestehe; a, b, c, d, e bezeichnen ihre respektiven Entfernungen von dem Aufhängepunkte; und x sey das Zeichen für die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung von dem Aufhängepunkte.

Die Entfernungen dieser Theile oder Körper von diesem Mittelpunkte der Schwingung werden x — a, x — b, x — c, d — x, e — x seyn, indem D und E als entfernter von dem Aufhängepunkte angenommen werden, als der Mittelpunkt der Schwingung ist. Wenn man jeden dieser Körper sowohl mit seiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Aufhängung, als auch mit seiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Schwingung multiplicirt, bekömmt

fort, daß ich verfuche, eine mechanische und praktische Methode den Mittelpunkt der Schwingung zu finden, an-

man folgende Gleichung: $Aax - Aaa + Bbx - Bbb + Ccx - Ccc = Ddd - Ddx + Eee - Eex$; welche durch Versetzung und Division in die folgende aufgelöst wird:

$$x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{Aa + Bb + Cc + Dd + Ee}.$$

Sollten einige von den Körpern, etwa A und B, in dem gegebenen Beyspiele, über dem Aufhängepunkte sich befinden, dann sind ihre Entfernungen negativ, nämlich: $-a$, $-b$, obgleich ihre Quadrate aa, bb, immer positiv sind. In diesem Falle ist der Werth von

$$x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{-Aa - Bb + Cc + Dd + Ee}.$$

Da der Mittelpunkt der Schwere eines Körpers, oder eines Systems von Körpern, derjenige Punkt ist, in welchem die ganze Materie verdichtet gedacht werden muß, so ist dies Produkt der ganzen Materie oder Summe der verschiedenen Gewichte A, B, C, D, E, multiplicirt mit der Entfernung des gemeinschaftlichen Mittelpunkts der Schwere von dem Aufhängepunkte, der Summe der Produkte eines jeden Körpers, multiplicirt mit seiner Entfernung von dem Aufhängepunkte, gleich. Der oben bestimmte Werth von x wird daher $(Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee)$ dividirt durch das Produkt oder die Summe der Gewichte, multiplicirt mit der Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem Aufhängepunkte. Drückt man dieses Verhältniß ganz in Worten aus, so bekömmt man folgende allgemeine Regeln:

Erste Regel: „Wenn ein jeder von den Körpern, oder Theilen eines Körpers, die ein Pendel bilden, mit dem Quadrate seiner Entfernung von dem Aufhängepunkte oder der Aufhängeaxe multiplicirt wird, und die Summe der Produkte durch das Produkt des ganzen Gewichtes des Pendels, multiplicirt mit der Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem Aufhängepunkte, dividirt wird, so giebt der Quotient

zugeben, welche leicht, allgemein anwendbar und hinlänglich genau zugleich ist.

die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung von dem Aufhängepunkte."

Aber man kann auch noch vermittelst einer anderen Regel den Mittelpunkt der Schwingung finden, die ich ebenfalls angeben und beweisen muß, da sie für manche Fälle anwendbarer ist, als die erstere.

Zweyte Regel: „Wenn die Summe der Produkte aller der Theile oder Gewichte, jedes mit dem Quadrate seiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Schwere, oder von einer durch den Mittelpunkt der Schwere, der Are der Schwingung parallelen, gehenden Linie multiplicirt, durch das Produkt der ganzen Materie des Körpers multiplicirt mit der Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem Aufhängepunkte dividirt wird: so giebt der Quotient die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung von dem Mittelpunkte der Schwere, welche, wenn sie zu der Entfernung des Mittelpunktes der Schwere von dem Aufhängepunkte addirt wird, die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung von dem Aufhängepunkte, geben wird.

Man stelle sich unter CAB Fig. 4. Taf. V. irgend eine Art von regelmäßigem oder unregelmäßigem Körper vor. Er sey bey C aufgehängt; O sey sein Mittelpunkt der Schwingung; G sein Mittelpunkt der Schwere, und COB seine Are oder gerade Linie, die durch den Aufhängepunkt und die Mittelpunkte der Schwere und der Schwingung geht. Man kann annehmen, daß dieser Körper aus einer unbestimmten Anzahl von außerordentlich kleinen Theilen oder Gewichten bestehe, und daß W eins derselben sey. Dann verbinde man WC und WG, und lasse von W die Linie WF senkrecht auf CO fallen; dann ist das Produkt von W durch das Quadrat seiner Entfernung von C, $W . \overline{CW}|^2$. Aber (nach Euklid. S. 47. B. I.) $\overline{CW}|^2 = \overline{WF}|^2 + \overline{CF}|^2$ und $\overline{GW}|^2 = \overline{GF}|^2 + \overline{WF}|^2$. Euklid. S. 7. B. II.) $\overline{CG}|^2 + \overline{GF}|^2 = (2\,CG . GF) + \overline{CF}|^2$ und durch Versetzung $\overline{CF}|^2 = \overline{GF}|^2 + \overline{CG}|^2 - (2\,CG . GF)$; dann wird

Der Körper, dessen Mittelpunkt der Schwingung, oder, welches einerley ist, dessen Mittelpunkt des Stoßes

durch Substitution (da man nämlich statt $\overline{CF}|^2$ dessen gleiches $\overline{GF}|^2 + \overline{CG}|^2 - (2\,CG\,.\,GF)$ setzt,) die oben bestimmte Gleichung $\overline{CW}|^2 = \overline{WF}|^2 + \overline{GF}|^2 + \overline{CG}|^2 - (2\,CG\,.\,GF) =$ (indem man $\overline{GW}|^2$ statt dessen gleiches $\overline{GF}|^2 + \overline{WF}|^2$ setzt) $\overline{GW}|^2 + \overline{CG}|^2 - (2\,CG\,.\,GF)$. Und wenn man beyde Seiten mit W multiplicirt, so hat man die Summen aller Produkte $W\,.\,\overline{CW}|^2 =$ der Summe aller $W\,.\,\overline{GW}|^2 +$ aller $W\,.\,\overline{CG}|^2 -$ der Summe aller $W\,.\,(2\,CG\,.\,GF)$.

Nach der Natur des Mittelpunkts der Schwere aber, ist die Summe aller der $W\,.\,GF = 0$; denn diejenigen, die an der einen Seite der Axe sind, müssen denen an der andern das Gleichgewicht halten, und folglich werden alle die $W\,.\,(2\,CG\,.\,GF)$ auch $= 0$. Es bleibt also die Summe aller der $W\,.\,\overline{CW}|^2 =$ der Summe aller der $W\,.\,\overline{CG}|^2 +$ der Summe aller der $W\,.\,\overline{CG}|^2 =$ der Summe aller der $W\,.\,\overline{GW}|^2 +$ dem ganzen Körper $.\,\overline{CG}|$. Oder, (wenn man die Summe aller der $W\,.\,\overline{GW}|^2$ von beyden Seiten der Gleichung hinwegnimmt) die Summe aller der $W\,.\,\overline{CG}|^2 =$ dem ganzen Körper $.\,\overline{CG}|^2$.

$$\text{Dann } CO = \frac{\text{der Summe aller } W\,.\,\overline{CW}|^2}{\text{der ganze Körper}\quad .\,CG} \text{ (nach der ersten Regel)} = CG + \frac{\text{die Summe aller } W\,.\,\overline{GW}|^2}{\text{der ganzer Körper}\quad .\,CG};$$

$$\text{also } GO = CO - CG = \frac{\text{der Summe aller } W\,.\,\overline{GW}|^2}{\text{der ganze Körper}\quad .\,CG};$$

welches die zweyte Regel ist.

Bey der Anwendung der obigen Regeln ist es oft sehr schwer, die Summe aller Produkte aller durch die Quadrate ihrer respektiven Distanzen multiplicirten Gewichte zu finden. Die Fluxionsrechnung ist ohnstreitig diejenige, die den größten Umfang hat, da sie auf alle Figuren oder Körper, die auch nur von einiger Regelmäßigkeit und Gestalt sind, und auch diejenigen, die durch eine algebraische Gleichung können

soll bestimmt werden, muß an einen Stift oder eine andere Stütze aufgehängt werden, und zwar so, daß er so

ausgedrückt werden, angewendet werden kann. Allein in einigen Fällen ist die Unregelmäßigkeit der Gestalt so sehr groß, daß der Mittelpunkt der Schwingung blos durch die oben beschriebene mechanische Methode kann ausgefunden werden.

Um die Summe der Gewichte u. s. w. zu finden, muß man einen unbestimmbar kleinen Theil, oder Vermehrung, oder Fluxion der Figur als ein kleines Gewicht betrachten, und es mit dem Quadrate seiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Aufhängung oder der Schwingungsare, zufolge der ersten Regel multipliciren, oder nach der zweyten es multipliciren mit dem Quadrate seiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Schwere, oder von einer durch den Mittelpunkt der Schwere gehenden, der Schwingungsare parallelen Linie; dann wird der Fluent dieser Formel die Summe aller der Produkte der sämmtlichen Gewichte mit den Quadraten ihrer respektiven Entfernungen, entweder von der Are der Schwingung oder dem Mittelpunkte der Schwere multiplicirt seyn. Zuletzt muß dieser Fluent durch das Produkt des ganzen Körpers, (das man durch gewöhnliche Ausmessung bekömmt), multiplicirt mit der Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem Aufhängepunkte, dividirt werden, dann wird der Quotient die Entfernung des Mittelpunkts der Schwingung entweder von dem Aufhängepunkte, oder von dem Mittelpunkte der Schwere geben, je nachdem man bey der Berechnung entweder nach der ersten, oder nach der anderen Regel verfahren.

Einige Beyspiele werden die Anwendung dieser Methode verständlicher machen.

Erstes Beyspiel. Man lasse CB Fig. 5. Taf. V. eine gerade Linie, oder auch einen sehr dünnen Cylinder, bey C aufgehängt seyn, und nenne ihn a (indem man darunter entweder seine Länge oder auch sein Gewicht versteht, weil beyde mit einander im Verhältnisse stehen) und G sey der Mittelpunkt der Schwere. Wenn man nun irgend einen Theil des Cylinders oder der Linie, von dem Punkte C an gerech-

frey als möglich hänge; auch muß er so eingerichtet seyn, daß er, wenn er einmal aus seiner senkrechten Lage ge-

net, x nennt, dann ist die Vermehrung oder Flurion von x, $\dot{x}$, welches $\dot{x}$ als einer der unzähligen Gewichte, die die ganze Linie oder den dünnen Cylinder bilden, zu betrachten ist. Das Produkt dieses Gewichtes durch das Quadrat seiner Entfernung von C ist $x^2 \dot{x}$ und der Fluent dieser Formel ist $\frac{x^3}{3}$, welcher, wenn x den ganzen Umfang CB ausdrückt, $\frac{a^3}{3}$ wird, und die Summe der Produkte aller durch die Quadrate ihrer respektiven Entfernungen von C multiplicirten Gewichte ist.

Nun muß man das Produkt der ganzen Linie mit der Entfernung des Mittelpunktes der Schwere G von C multiplicirt finden. Da aber $CG = \frac{a}{2}$ so ist das gesuchte Produkt: $a \cdot \frac{a}{2}$, oder $\frac{a^2}{2}$. Endlich dividire man den obigen Fluenten $\frac{a^3}{3}$ durch das letzte Produkt, nämlich $\frac{a^3}{3} \div \frac{a^2}{2}$ so giebt der Quotient $\frac{2a}{3}$ die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung O von dem Aufhängepunkte C, so daß CO, $\frac{2}{3}$ von CB gleich ist.

Zweytes Beyspiel. AB Fig. 6. Taf. V. sey eine, an einer gewichtlosen Linie GO, die bey O aufgehängt ist, gerade Linie oder sehr dünner Cylinder. Die Endpunkte A und B sollen gleich weit von O entfernt, und die Schwingungsaxe senkrecht auf die Fläche seyn, die durch ABOG geht, so daß jeder Theil der gegebenen Linie von A zu G, oder von B zu G in verschiedener Entfernung von der Aufhängeaxe ist. Dann setze man $OG = a$, und $GP = x$, dessen Flurion $\dot{x}$ ist, und welches ein Theilchen oder kleines Gewicht von der gegebenen Linie ist, welches, mit dem Quadrate von OP, das nach Euklid. S. 47. B. I. $= (a^2 + x^2)$ ist, $a^2 \dot{x} + x^2 \dot{x}$ wird. Der Fluent dieser Formel ist $a^2 x + \frac{x^3}{3}$,

bracht wird, sehr kurze Schwingungen mache, nehmlich so, daß man sie nur eben bemerken kann. Dann muß

Das Produkt des Körpers G P durch die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere G von O ist (G P . O G) a x; daher ist die Entfernung des Mittelpunkts der Schwingung:

$$\left(\frac{a^2 x + \frac{x^3}{3}}{a x}\right) a + \frac{x^2}{3a};$$ welches wenn G P = G B ist, $OG + \frac{\overline{BG}|^2}{3OG}$, wird; so daß der Mittelpunkt der Schwingung bey C ist, also niedriger als G durch die Größe $\frac{\overline{BG}|^2}{3OG}$.

Drittes Beyspiel. Man lasse die Position genau wie in dem vorhergehenden Beyspiele seyn, nur mit dem einzigen Unterschiede, daß die Aufhänge = oder Schwingungsaxe, welche dort senkrecht war, hier als parallel mit der Linie A B, wie Fig. 7. Taf. V. angenommen wird, und daß also in diesem Falle der Mittelpunkt der Schwingung den Mittelpunkt der Schwere G decken wird; denn hier sind alle Theile der gegebenen Linie, wie A, G, P, B, gleich weit von der Aufhängeaxe entfernt, so daß das Gewicht $\dot{x}$, mit dem Quadrate seiner Entfernung von der Schwingungsaxe D O C multiplicirt $a^2 \dot{x}$ wird, wovon der Fluent $a^2 x$ ist, und dieser Fluent durch a x dividirt, giebt den Quotienten a; das ist O G als die Entfernung von dem Mittelpunkte der Schwingung.

Viertes Beyspiel. Man uehme an, daß das Pendel aus einem gleichseitigen Dreyecke A B C, Fig. 8. Taf. V. bey dem Punkte A aufgehängt, bestehe, und daß die Schwingungsaxe parallel mit B C sey. Die Höhe setze man A D = a; die Grundlage oder Basis B C = b und A F = x. Durch F ziehe man G H mit der Basis parallel. Dann : a : b :: $x : \frac{bx}{a} = GH$ und $\frac{b\dot{x}x}{a}$ ist dessen Fluxion, welche, wenn sie mit dem Quadrate von A F, nämlich mit x^2 mul-

der Beobachter vermittelst einer Sekundenuhr die Schwingungen, und wo möglich, sogar die Theile einer Schwin-

tiplicirt wird, $\frac{b\,x^3\,\dot{x}}{a}$ wird. Der Fluent dieser Formel ist $\frac{b\,x^4}{4\,a}$.

Das Dreyeck ABC $= \frac{a\,b}{2}$ und die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere desselben von A ist $= \frac{2\,a}{3}$; daher ist das Produkt des Dreyecks durch diese Entfernung: $\left(\frac{a\,b}{2} \cdot \frac{2\,a}{3}\right) = \frac{a^2\,b}{3}$. Man dividire also den obigen Fluenten $\frac{b\,x^4}{4\,a}$ durch $\frac{a^2\,b}{3}$; so bekömmt man $\frac{3\,x^4}{4\,a^3}$ als Quotienten, der, wenn x der Höhe AD $=$ a gleich ist, $\frac{3\,a}{4}$ wird; so daß die Entfernung des Mittelpunkts der Schwingung von A, $\frac{3}{4}$ der Höhe des Dreyecks gleich ist.

Fünftes Beyspiel. Das Pendel bestehe aus einem kugelförmigen Körper, der bey O Fig. 9. Taf. V. vermittelst einer Schnur OD, die in Bezug auf den Körper so wenig wiege, daß ihr Gewicht als $=$ o betrachtet werden kann, aufgehängt sey. Man nehme an, daß DERD ein Segment der Kugel durch ihre Axe, und senkrecht auf die Axe der Schwingung KL sey. GE ist der Halbmesser und senkrecht auf DR; G sey der Schwerpunkt, und V der Mittelpunkt der Schwingung.

SFPS sey ein concentrischer Kreis; man setze die Ordinate PM $=$ Y; GP $=$ x; c $=$ dem Umfange eines Kreises, dessen Halbmesser Eins ist, und ziehe NM parallel mit GK. Dann nehme man an, daß eine cylinderförmige Oberfläche auf dem Umfang SFPS stehe, und durch die Oberfläche der Kugel begrenzt werde, dann ist der Umfang SFPS $=$ cx und die eben erwähnte cylinderförmige Oberfläche wird $=$ 2cyx seyn.

Die Entfernung der Theilchen in jedem Abschnitte dieser cylinderförmigen Oberfläche, von dem Schwerpunkte des

gung zählen, die von jenem Pendel in einer Minute verrichtet werden, und die Anzahl derselben aufschreiben.

Schnittes, oder der durch G mit KL parallel gehenden Linie ist GP = x; daher ist die Flurion des Gewichtes oder der Oberfläche $2cyx\dot{x}$, welche, wenn sie mit dem Quadrate der Entfernung GP, nämlich mit x^2 multiplicirt wird, die Flurion $2cyx^3\dot{x}$ giebt, deren Fluent $\frac{cyx^4}{2}$ ist.

Um einen der veränderlichen Buchstaben aus dieser Formel zu vertilgen, muß man bemerken, daß sich bey einem kreisförmigen Bogen der Sinus zu dem Cosinus verhält, wie sich die Flurion des letzteren zu der Flurion des ersten verhält. Denn Fig. 10. Taf. V. wo BE = y der Sinus ist, ist AE = x der Cosinus. Wenn man CF unbestimmbar nahe und parallel zu BE zieht, und BD parallel mit AG, so wird $B\dot{D}$, $\dot{x}$ oder die Flurion des Cosinus und $\dot{CD}$ wird $\dot{y}$, oder die Flurion des Sinus. Und da die rechtwinkligen Dreyecke ABE, BCD gleichwinklig, (da die Winkel CBD, EBA gleich sind, weil jeder von ihnen der Ergänzungswinkel von ABD zu einem rechten Winkel ist,) und ähnlich sind: so haben wir: AE verhält sich zu EB, wie sich CD zu DB verhält: also: $x : y :: \dot{y} : \dot{x} = \frac{y\dot{y}}{x}$. Auch wenn der Halbmesser a genannt wird, da das Quadrat von AB oder a^2 gleich ist, mit $x^2 + y^2$; $x = \sqrt{(a^2 - y^2)}$. Nun wird durch Substitution der Fluent $\frac{cyx^4}{2}$, $\frac{2}{3}ca^2y^3 - \frac{2}{5}cy^5$ (denn die Flurion des vorigen, nämlich: $2cyx^3\dot{x} = 2cyx^3 \cdot \frac{y\dot{y}}{x} = 2cyx^3 \cdot \frac{y\dot{y}}{\sqrt{(a^2 - y^2)}} = 2cy\dot{y} \cdot \overline{a^2 - y^2}|^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{yy}{\sqrt{(a^2 - y^2)}} = 2cy^2\dot{y} \cdot (a^2 - y^2) = 2ca^2y^2\dot{y} - 2cy^4\dot{y}$; und der Fluent dieser letzteren Formel ist: $\frac{2}{3}ca^2y^3 - \frac{2}{5}cy^5$). Und wenn $y = a =$ dem Halbmesser, so wird dieser Fluent: $\frac{2}{3}ca^5 - \frac{2}{5}ca^5 = \frac{4}{15}ca^5$.

Der körperliche Inhalt einer Kugel, deren Halbmesser a ist, wird durch $\frac{2}{3}ca^3$ ausgedrückt, welches, multiplicirt mit der Entfernung GO = d Fig. 9, $\frac{2}{3}ca^2d$ wird.

Hiebey ist wohl zu merken, daß, wenn etwa das Pendel aufhören sollte zu gehen, ehe noch die Minute abgelaufen wäre, ein sanfter und geschickt angebrachter Stoß

Endlich dividire man den obigen Fluenten durch das letzte Produkt; man dividire nämlich $\frac{4}{15}$ c a^5 durch $\frac{2}{3}$ c a^3 d, dann ist der Quotient $\frac{2a^2}{5d}$ die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung V von dem Mittelpunkte der Schwere G, und folglich $OV = d + \frac{2a^2}{5d}$.

Sollte der Aufhängepunkt ganz nahe an der Oberfläche liegen, etwa bey D, dann würde die Entfernung zwischen den Mittelpunkten der Aufhängung und der Schwere dem Halbmesser gleich werden, nämlich: $d = a$, und in diesem Falle wird die Entfernung zwischen den Mittelpunkten der Schwingung und der Schwere $\frac{2a}{5}$ seyn, und die Entfernung zwischen den Mittelpunkten der Schwingung und der Aufhängung $\frac{7a}{5}$, das ist $\frac{7}{10}$ des Halbmessers der Kugel.

Aus den vorstehenden Erläuterungen und Beyspielen erhellet deutlich, daß, wenn die Schnur eines Pendels kürzer gemacht wird, und übrigens alles unverändert bleibt, der Mittelpunkt der Schwingung seine Stelle verändert, wenn man nicht annimmt, daß das Gewicht des Pendels oder der Linse in Einen Punkt verdichtet werde, welches aber blos in der Einbildung geschehen kann.

Folglich muß alles, was in Bezug auf ein radlinigtes Pendel ist gesagt worden, blos als Gegenstand einer nützlichen Spekulation betrachtet werden, weil wir nach einem solchen Pendel die Zeit ableiten, in welcher ein kugelförmiges Pendel seine Schwingungen vollendet. Ein wirkliches radlinigtes Pendel aber würde nicht alle seine Schwingungen in gleichen Zeiten machen, weil bey der, bey den radlinigten Pendel gebrauchten Schnur der freye Theil derselben verkürzt werden, und der Mittelpunkt der Schwingung seine Stelle beständig verändern würde.

mit dem Finger an dasselbe, die Schwingungen ein wenig vermehren und die Wirkung desselben verlängern wird, ohne die Zeit der Schwingung zu verändern. — Der größeren Genauigkeit wegen wird der aufmerksame Beobachter wohlthun, die Zahl der Schwingungen länger, etwa während zweyer, dreyer oder vier Minuten zu zählen, und dann die Hälfte, oder den dritten oder vierten Theil derselben zu nehmen; denn dieser Theil wird die Zahl der Schwingungen seyn, die eine Minute ausmachen.

Mit dieser in einer Minute vollendeten Anzahl von Schwingungen, wird nun die Entfernung des Mittelpunkts der Schwingung von dem Aufhängepunkte durch folgende leichte Art der Berechnung bestimmt.

Man dividire sechzig Sekunden durch die Zahl der Schwingungen, welche das erwähnte Pendel in Einer Minute gemacht hat, so ist der Quotient die Zeit einer Schwingung. Diese Zeit quadrire man (indem man sie mit sich selbst multiplicirt, und multiplicire das Quadrat derselben mit der Länge des Sekundenpendels, nehmlich mit 39,1196 Zoll, und das letzte Produkt giebt nach Zollen die Entfernung des Mittelpunkts der Schwingung oder des Stoßes von dem Aufhängepunkte des erwähnten Pendels.

Erstes Exempel. Man hänge einen cylinderförmigen Stab AB Fig. 3, Taf. V. ohngefähr einer Elle lang bey A auf und lasse ihn Schwingungen machen. Hat man bemerkt, daß er in einer Minute 76 Schwingungen macht, so soll dadurch die Entfernung seines Mittelpunks der Schwingung von dem Aufhängepunkte A gefunden werden.

Man dividire 60 Sekunden durch 76 Schwingungen, so ist der Quotient 0″,79 beynahe (nehmlich 79 Hunderttheile auf eine Sekunde) die Zeit, in welcher das erwähnte Pendel eine Schwingung macht. Denn da sich die Längen der Pendeln verhalten wie die Quadrate der Zeiten der Schwingung, so sage man: wie sich das Quadrat einer Sekunde, welches Eins ist, zu dem Quadrate von 0,79 Hunderttheilen einer Sekunde, nämlich 0,6241 verhält, so verhält sich die Länge eines Sekundenpendels, nämlich 39,1196 zu der gesuchten Länge; das ist: 1:0,6241 :: 39,1196; wo man, da die erste Zahl eine Einheit ist, blos, zufolge der vorhergehenden Regel, 39,1196 mit 0,6241 zu multipliciren braucht, und wovon das Produkt 24,4 die gesuchte Entfernung ist; so daß der Mittelpunkt der Schwingung C in dem Stabe AB 24 Zoll und $\frac{4}{10}$ von dessen äußerstem Ende A, also zwey Drittheile seiner Länge entfernt ist.

Zweytes Exempel. Man soll gefunden haben, daß ein, an dem einen Ende aufgehängter Körper in einer Minute 20 Schwingungen gemacht hat, so fragt sich's: welches ist die Entfernung seines Centrums der Schwingung, von dem Aufhängepunkte?

Hier ist die Zeit einer Schwingung ($\frac{60}{20}$) 3 Sekunden; das Quadrat davon ist 9 und 39,1196 mit 9 multiplicirt, giebt 352,0764 Zoll, oder beynahe 29 Fuß, als die gesuchte Entfernung.

Dreyzehntes Kapitel.

Von den mechanischen Potenzen.

In den vorhergehenden Kapiteln ist vielleicht die Lehre von der Bewegung zu weitläuftig für ein für Anfänger bestimmtes Werk abgehandelt worden, und der abstrakte Vortrag möchte vielleicht manchen von dem Studio der Physik abschrecken, und man hat wahrscheinlich erwartet, daß nach einem jeden theoretischen Kapitel zur Erholung die praktische Anwendung der Lehrsätze sogleich möchte gezeigt werden. Allein, wäre das mein Plan gewesen, so würde entweder das Werk zu einer unmäßigen Stärke angewachsen seyn, oder ich hätte manche nützliche Theile der Theorie ganz weglassen müssen.

Die Wichtigkeit der Lehre von der Bewegung, und die Betrachtung, daß in der Bewegung der Grund fast aller Naturerscheinungen liegt, haben mich bewogen, diese Lehre an die Spitze meines Werkes zu stellen, und nun ist es vielleicht meinen Lesern angenehm, daß ich ihnen sage, daß, wenn sie die leitenden Grundsätze der vorhergehenden Theorie richtig gefaßt haben und verstehen, ihnen bey dem Studio der folgenden Theile der Physik, nur noch wenig Schwierigkeiten aufstoßen werden. Sie werden finden, daß die Lehre von der Bewegung, die sie vielleicht vorher als einen schweren und wohl gar unnützen Gegenstand der Speculation betrachtet haben, eine allgemeine und ausgebreitete Anwendung leidet. Jedes Werkzeug, jede Kunstmaschine, jede Maschine des Ackerbaues, alle Werkzeuge der Hauswirthschaft und der Schif-

fahrt, selbst die Himmelskörper u. s. w. sind nach den Gesetzen der Bewegung, und ihnen gemäß verfertiget und gebaut.

Die Kenntniß dieser Lehre hat einen großen Einfluß besonders auf zwey Gegenstände. Sie befördert die Erklärung der Naturerscheinungen, und verschafft dem Menschen nützliche Werkzeuge und Maschinen, die ihn in den Stand setzen, Wirkungen hervorzubringen, die, ohne jenen Beystand, seine Kräfte schlechterdings übersteigen würden. — Die Anwendung derselben auf die Naturerscheinungen, wird fast jedes Kapitel dieses Werkes bestätigen. — Aber zur näheren Betrachtung des anderen Gegenstandes, wenden wir uns unmittelbar.

Die Mechanik — das Wort in seiner vollen Bedeutung genommen — ist die Wissenschaft, die sich mit Größe, Ausdehnung und Bewegung beschäftiget. Sie betrachtet daher den Zustand der Körper entweder als Ruhe oder als Bewegung. Derjenige Zweig derselben, der die Körper im Zustande der Ruhe betrachtet, wohin das Gleichgewicht derselben, wenn sie mit einander verbunden sind, ihr Druck, ihr Gewicht u. s. w. gehört, wird die Statik genannt, so wie derjenige, der von der Bewegung handelt, die Dynamik heißt. Indessen werden diese beyden Ausdrücke doch nur gebraucht, wenn von festen Körpern die Rede ist, denn die Mechanik der Flüßigkeiten wird durch zwey andere, jenem ersteren ähnliche Ausdrücke näher bestimmt. Sie heißet nämlich Hydrostatik, wenn sie von dem Zustande des Gleichgewichts, oder der Ruhe der flüssigen Körper spricht, und Hydrodynamik oder Hydraulik, wenn sie von der Bewegung derselben handelt.

Dasjenige, was die Flüßigkeiten ausschließlich angeht, wird in dem zweyten Theile dieser Anfangsgründe

abgehandelt werden. Ueber das Gleichgewicht fester Körper verbreitet sich die vorstehende Untersuchung hinlänglich, und auch in der Folge werde ich noch mehrmals darauf zurückkommen, wenn von der Bewegung, von Wirkungen, von Kräften u. s. w. die Rede seyn wird, da leicht einzusehen ist, daß, wenn diese Kräfte einander entgegengesetzt und gleich sind, nothwendig ein Gleichgewicht entstehen muß.

Die praktische Anwendung der Lehre von der Bewegung besteht in der Zusammensetzung von Maschinen zur Beseitigung von vorkommenden Arten des Widerstandes, oder um einen Körper in Bewegung setzen zu können. So bedient sich ein Mann, der einen Stein von mehreren Centnern von einem gewissen Platze wegzuschaffen wünscht, und seine Kräfte nicht hinreichend dazu fühlt, dazu einer langen Stange, die, wenn sie auf eine gewisse Art angewendet wird, ihn wirklich in den Stand setzt, den Stein fortzubewegen. Und eben so bedient sich ein anderer, der einen schweren Körper auf das Dach seines Hauses zu bringen wünscht, einer dazu eingerichteten Winde oder eines Flaschenzugs, und erreicht dadurch seine Absicht ohne Schwierigkeit.

Die Zahl und die Art der Maschinen ist unendlich, aber alle bestehen sie aus gewissen Theilen, oder einfachen mechanischen Stücken, die auf mannichfaltige Art zusammengefügt und mit einander verbunden werden. Dieser einfachen Maschinen kennt man nicht mehr als 6 bis 7, nämlich: den Hebel; das Rad an der Axe, oder Welle; die bewegliche Rolle, oder der Flaschenzug; die geneigte Ebene; den Keil und die Schraube *).

*) Die Schriftsteller, die über die Mechanik geschrieben haben, stimmen in Ansehung der Zahl der mechanischen Kräfte nicht

Die Wirkung oder der Erfolg aller dieser mechanischen Kräfte beruht auf einem und demselben Grundsatz, der auch in dem vierten, fünften und sechsten Kapitel bereits hinlänglich erklärt worden ist. Da er aber zum besseren Verstehen des folgenden unumgänglich nothwendig ist, so will ich auf die Wiederholung desselben einige der folgenden Seiten verwenden, auf welchen der aufmerksame Leser die Grundsätze oder die Analyse aller Arten von Maschinen finden wird.

Die Kraft oder das Moment eines Körpers, der sich in Bewegung befindet, kann nicht blos von der Größe seiner Materie abgeleitet werden, und eben so wenig blos von seiner Geschwindigkeit, sondern von beyden zusammen; denn je schwerer ein Körper ist, eine desto größere Kraft oder Gewalt wird erfordert, ihn zu bewegen oder aufzuhalten. Und wieder: je geschwinder er sich bewegt, desto größer ist seine Kraft, oder ein desto kräftigerer Widerstand muß ihm entgegengesetzt werden, wenn er soll aufgehalten werden. „Die Kraft, oder das Moment ist also das Produkt des Gewichtes oder der Größe der Materie durch die Geschwindigkeit." Wenn daher ein Körper, der zehn Pfund wiegt, sich in der Zeit einer Sekunde zwölf Fuß fortbewegt, und ein anderer Körper von fünf Pfunden bewegt sich in einer Sekunde vier und zwanzig Fuß fort, so werden sich ihre Momente einan-

mit einander überein. Einige schließen die geneigte Ebene davon aus, da sie wieder andere für eine der vorzüglichsten derselben halten, und den Keil und die Schraube für bloße Arten derselben erklären. Man hat auch die Wage für eine besondere mechanische Kraft angenommen. Andere aber haben sie als solche verworfen und gesagt, sie sey nichts anders als ein Hebel, und sie vermehre überdies keine Kraft; da doch wirklich eben dieser Vortheil der Kraftvermehrung eine charakteristische Eigenschaft einer mechanischen Kraft sey.

der gleich seyn; das heißt: sie werden an ein Hinderniß mit einer gleichen Kraft stoßen, oder es muß gegen beyde eine gleiche Kraft angewendet werden, um sie aufzuhalten, denn das Produkt von 10 durch 12, nämlich 120, ist dem Produkte von 5 durch 24 gleich.

Die Kräfte der Körper, die vermittelst einer Maschine auf einander wirken, werden nach eben diesem Grundsatze beurtheilt. So sind, zum Beyspiele, die beyden Körper A und B, Fig. 11. Taf. V. dadurch mit einander verbunden, daß zwischen ihnen eine unbeugsame Ruthe AB, (die einfachste aller Maschinen) die auf einer Stütze oder einem festen Punkte F ruht, angebracht ist. Bewegt sich diese Stütze aus ihrer horizontalen Lage, und nimmt die schiefe Richtung CFE an, so wird der Körper A genöthiget, den Bogen AE zu beschreiben, indes der Körper B den Bogen BC beschreibt; und diese Bogen stellen, da sie in einerley Zeit beschrieben werden, die respektiven Geschwindigkeiten dieser Körper dar, und dem zufolge verhält sich das Moment von B, wie sich das Gewicht von A, mit dem Bogen AE multiplicirt, zu dem Gewichte von B, mit dem Bogen BC multiplicirt, verhält.

Die Geschwindigkeiten von A und B, werden ebenfalls durch ihre Entfernungen von F dargestellt; denn die Bogen AE, BC verhalten sich wie ihre Halbmesser FA, FB. Diese Geschwindigkeiten werden auch noch durch die Senkrechten EG, CD dargestellt; denn, da die Dreyecke EFG und CDF gleichwinklig und ähnlich sind, (da die Winkel bey G und D rechte Winkel, und die bey F gleich sind) so verhält sich EF zu FC, wie sich GE zu CD verhält. Daher können die respektiven Momente von A und B entweder durch A, AE, und

B . BC, oder durch A . AF, und B . BF, oder endlich durch A . EG und B . CD dargestellt werden.

Anmerkung. Die letzte Formel wird gebraucht, wenn die Bewegung der, unter den beschriebenen Umständen befindlichen Körper, eine Wirkung der Schwere ist, nämlich, wenn ein Körper sich von dem Mittelpunkte der Erde entfernt, indes der andere sich diesem Mittelpunkte nähert; weil die Schwere in dieser Richtung wirket.

Dies ist der Grundsatz, nach welchem alle Arten von Maschinen sich richten, so daß man bey jeder Maschine folgende besondere Stücke nothwendig antreffen muß:

Erstlich: Ein oder mehrere Körper müssen nach einer Richtung bewegt werden, indes ein oder mehrere Körper in der entgegengesetzten Richtung bewegt werden. Einer von diesen Körpern, oder diesen Reihen von Körpern, wird das Gewicht oder Last, und der andere die Kraft genannt, oder man kann sie auch entgegengesetzte Kräfte nennen.

Zweytens: Wenn das Produkt des Gewichtes einer dieser Kräfte, multiplicirt mit dem Raume, durch den sie sich in einer bestimmten Zeit bewegt, dem Produkte der entgegengesetzten Kraft, multiplicirt mit dem Raume, durch den sie sich in der nämlichen Zeit bewegt, gleich ist, dann wird, da die entgegengesetzten Momente einander gleich sind, die Maschine unbeweglich bleiben. Wenn aber eins dieser Produkte oder dieser Momente das andere übertrifft, so sagt man: daß es das Uebergewicht über dasselbe habe, und die Maschine wird sich in der Richtung der Kraft, die die Ueberwucht hat, bewegen, indes die andere Kraft wird genöthiget werden, sich in

der entgegengesetzten Richtung zu bewegen. Dieses Uebergewicht wird durch den Ueberschuß, den das eine Moment vor dem anderen hat, dargestellt; so, zum Beyspiele, sagt man, wenn eins der obenerwähnten Produkte oder Momente 24 ist, und das andere 12, daß das erstere das doppelte des letzteren, oder dieses zweymal genommen sey; oder daß das erstere sich zu dem letzteren, wie zwey zu Eins verhalte.

Durch eine genaue Beobachtung dieser beyden besonderen Punkte, wird sich der aufmerksame Leser in den Stand gesetzt sehen, die Kraft und die Wirkung einer jeden Maschine zu schätzen, jedoch so, daß man die durch die Unvollkommenheit des Materials und der Bearbeitung desselben, entstehende Störungen, (Stockungen) wie aus dem folgenden hinlänglich erhellen wird, mit in Anschlag bringen muß.

Bey der Erklärung der Eigenschaften der mechanischen Kräfte, werden die Räder, Stangen, Ebenen, Seile, Schnuren u. s. w. alle als gänzlich gewichtlos, völlig glatt und von aller inhärirenden Kraft, und überhaupt von jeder Unvollkommenheit frey, angenommen. Und erst dann, wenn wir die Eigenschaften dieser Kräfte ausgemacht und aufgestellt haben, wollen wir auch dasjenige bestimmen, was wegen der Reibung, der Unregelmäßigkeit der Gestalt u. s. w. abgezogen werden muß.

Der Hebel.

Ein Hebel ist eine Stange von Holz, Metall oder irgend einer anderen festen Masse, von der ein Theil von einer unbeweglichen Stütze unterstützt wird oder darauf

ruht, welche die Unterlage genannt wird, und um welche, als um den Bewegungspunkt, der Hebel sich bewegen kann *).

Die Anwendung, die man von dieser Maschine macht, hat die Absicht, ein gegebenes Hinderniß vermittelst einer gegebenen Kraft zu überwinden. — Wenn, zum Beyspiele, der Stein A Fig. 12. Taf. V, welcher tausend Pfund wiegen soll, auf die Art sollte aufgehoben werden, daß man ein Seil darunter bringen könnte, oder auch in einer andern Absicht, und zwar durch die Anwendung der gewöhnlichen Kraft eines Mannes, die man hundert Pfund gleich rechnen könnte, so wird eine Stange oder Hebel CE mit dem einen Ende unter dem Steine bey E angebracht, welche Stange oder Hebel auf einem Steine oder einem anderen unbeweglichen Körper bey B ruht, indem ihn der Mann bey C niederdrückt. — In dem angenommenen Falle ist die Kraft des Mannes, dem zehnten Theile des Gewichtes des Steines gleich, seine Geschwindigkeit muß also auch zehnmal größer seyn, als die Geschwindigkeit des Steines; das heißt: der Theil des Hebels BC muß noch zehnmal so lang seyn, als der Theil BE, um zu bewirken, daß die Kraft oder Potenz

*) Bestimmter ausgedrückt, ist ein Hebel: eine feste unbeugsame Verbindung von Körpern, an welcher man drey Punkte bemerkt, um deren einen (den Ruhepunkt oder auch Bewegungspunkt) die ganze Verbindung sich drehen läßt, indem an den beyden andern Punkten zwey Kräfte einander entgegen wirken. Setzt man die Materie des Hebels und der Gewichte (Kräfte) ganz bey Seite, und denkt sich die genannten drey Punkte blos durch mathematische Linien verbunden, so heißt diese Verbindung ein mathematischer Hebel, zieht man aber die Materie und das Gewicht des Hebels selbst mit in Betrachtung, wie das bey der Ausübung natürlich geschehen muß, so hat man den physischen Hebel.

T.

und das Gewicht einander das Gleichgewicht halten können. Und wenn nun CB ein wenig mehr, als zehnmal länger ist, als BE, so wird der Stein aufgehoben werden. — Zwar in dem angenommenen Falle ist es nicht nöthig, daß der Theil CB wirklich so lang sey; denn da der Stein nicht ganz von dem Boden soll aufgehoben werden, so ist bey dem Theile der Kraft bey C ein geringeres Moment erforderlich.

Um die jedesmal nöthige Länge des Hebels zu finden, darf man überhaupt nur das Gewicht durch denjenigen Theil des Hebels, der zwischen ihm und der Unterlage befindlich ist, multipliciren und das Produkt durch die Potenz oder Kraft dividiren; denn der Quotient wird die Länge BC geben, welche nothwendig ist, um ein Gleichgewicht herzustellen, und folglich wird nur ein wenig mehr, als diese Länge erforderlich seyn, um das Hinderniß überwinden zu können.

Ist die Länge des Hebels gegeben und man wünscht nun die Kraft zu finden, welche nöthig ist, ein bekanntes Hinderniß oder Gewicht zu überwältigen, so multiplicire man das Gewicht mit demjenigen Theil des Hebels, der zwischen ihm und der Unterlage befindlich ist, dann dividire man das Produkt durch den anderen Theil des Hebels, so giebt der Quotient die gesuchte Kraft.

Es giebt nicht mehr als dreyerley mögliche verschiedene Lagen der Last, der Unterlage und der Kraft, auf welche sich aber die vorstehenden Berechnungen ohne Unterschied anwenden lassen. - Diese drey Arten sind folgende: 1) Wenn die Unterlage zwischen der Last und der Kraft angebracht ist — welche Art bereits beschrieben worden: 2) Wenn die Unterlage an dem einen Ende, die Kraft aber an dem anderen ist, wie Fig. 13. Taf. V. Und

3) Wenn die Unterlage an dem einen Ende, die Last an dem anderen, und die Kraft zwischen beyden befindlich ist, wie Fig. 14. Taf. V.

Einige Schriftsteller fügen noch eine vierte Art, nämlich den gebogenen Hebel, hinzu; da jedoch dieser von den anderen Arten nur in Ansehung der Gestalt abweicht, so kann man ihn nicht füglich eine besondere, von jenen verschiedene Art nennen.

Bey den vorstehenden Angaben habe ich immer angenommen, daß die Last und die Kraft in senkrechten Richtungen auf die Arme des Hebels wirken. Wenn aber dies nicht der Fall ist, so müssen die Entfernungen der Kraft und der Last von dem Mittelpunkte der Bewegung, nicht durch die Entfernungen des Aufhängepunktes von jenem Mittelpunkte berechnet werden, sondern durch die Längen der senkrechten, welche man von dem Mittelpunkte der Bewegung auf die Linien der Richtung der Kräfte fallen läßt. Fig. 15. Taf. V. zum Beyspiele, wirkt die Kraft bey P vermittelst der Schnur PB an dem Endpunkte des Hebels B in einer schiefen Richtung PB auf den Hebel. Will man nun das Moment der Kraft berechnen, so muß man die Kraft, welche auf die Schnur verwandt wird, nicht mit der Länge CB, sondern mit der Länge der senkrechten Linie CD, die man von dem Mittelpunkte der Bewegung C, auf die Linie BP fallen läßt, und welche die Direktionslinie der Kraft ist, multipliciren.

Und eben so geben, bey dem Hebel ABC, Fig. 16. Taf. V. dessen Mittelpunkt der Bewegung bey B ist, die Momente von D und E die Gewichte von D multiplicirt mit BG und das Gewicht von E multiplicirt mit BF. Der Grund dieser letzteren Bemerkung kann man leicht

von der Zusammensetzung und der Auflösung der Kräfte (man sehe das achte Kapitel) ableiten. Man kann also im allgemeinen sagen: „daß bey jeder Art von Hebeln, die Kräfte, wenn ihre Größen sich umgekehrt wie die Perpendicularen, welche man von dem Bewegungspunkt auf ihre respektiven Richtungen fallen läßt, verhalten, sie mögen in welcher Richtung sie wollen auf denselben wirken: im Gleichgewichte sind, das ist: daß sie einander das Gleichgewicht halten."

Es ist wohl kaum nöthig zu bemerken, daß, wenn der Hebel mit verschiedenen Gewichten, in verschiedenen Entfernungen von dem Bewegungspunkte belastet wird, das Moment an jeder Seite des Bewegungspunktes der Summe der Produkte aller an dieser Seite befindlichen Gewichte, jedes mit seiner Entfernung von dem Bewegungspunkte multiplicirt, gleich ist. So ist Fig. 17. Taf. V. das Moment der Seite AD, der Summe der Produkte von E, multiplicirt mit DA; von F multiplicirt mit GA; und von H multiplicirt mit OA, gleich. Und das Moment der Seite AB, ist der Summe von C, mit BA und von K mit LA multiplicirt, gleich.

Die Anwendung des Hebels ist so allgemein und ausgebreitet, daß man Hebel von allen Arten und Verschiedenheiten, fast bey jedem Mechanismus, sowohl in den Werken der Natur, als des menschlichen Scharfsinns findet.

Die Knochen des menschlichen Arms AC, Fig. 18. Taf. V., und in der That der größte Theil der beweglichen Knochen der Thiere, sind Hebel von der dritten Art. Von Fig. 18 ist D der Mittelpunkt der Bewegung; die Kraft (nämlich die Einfügung der Muskel BC, deren Zusammenziehung den Arm bewegt,) ist bey C und

die Wirkung, nämlich die Aufhebung des Gewichtes, wird bey A hervorgebracht.

Bey diesem natürlichen Hebel liegt die Kraft nicht vortheilhaft; denn da sie sehr nahe an dem Mittelpunkte der Bewegung liegt, muß sie viel größer als das Gewicht seyn, das bey A in die Höhe gehoben werden soll. Allein der Verlust, den die Kraft leidet, wird überflüßig durch andere Vortheile, von welchen die Dichtigkeit oder Festigkeit des Gliedes die vornehmste ist, ersetzt.

Das Brecheisen, Fig. 19. Taf. V. das gewöhnlich von Zimmerleuten, Grobschmiedten, Maurern u. s. w. gebraucht wird, ist ein gebogener, bey A abgeplatteter Hebel. Er ist ein wenig gebogen, um zu verhüten, daß das Gewicht nicht so leicht abgleite; und abgeplattet ist er, damit er leichter in enge Spalten gebracht werden könne.

Die gewöhnliche Wage, Fig. 20. Taf. V. oder mit zwey Wagschalen, ist ein Hebel, dessen Unterlage oder Bewegungspunkt in der Mitte befindlich ist, und an dessen beyden Endpunkten die Gewichte hängen. Da nun diese beyden Endpunkte gleich weit von der Unterlage abstehen, so sind sich die Geschwindigkeiten der Gewichte gleich, und folglich müssen sich auch die entgegengesetzten Gewichte, wenn kein Endpunkt des Wagebalkens die Ueberwucht bekömmt, gleich seyn. Ist aber ein Gewicht schwerer als das andere, dann wird derjenige Arm, an welchem das schwerere hängt, sinken u. s. w. und dies ist auch der ganze Nuzzen, den man von der Wage haben kann, nämlich zu finden, ob sich zwey Gewichte einander gleich oder ungleich sind*).

*) Gewöhnliche Wagen sind vielen Unvollkommenheiten unterworfen, von welchen die hauptsächlichsten folgende sind:

Die Schnellwage (oder die römische Wage), die Fig. 21. Taf. V. abgebildet ist, ist ein Hebel von der ersten Art, dessen Unterlage oder Bewegungspunkt bey A ist. Das Ge-

1. Oft bleibt eine Wage im Gleichgewichte, wenn die einander entgegengesetzten Gewichte in ihren Schaalen ungleich sind. Dies ist der Fall, wenn die Aufhängepunkte nicht gleichweit von dem Mittelpunkte der Bewegung entfernt sind*). In diesem Falle kann man zwar machen daß sich die leeren Schalen einander daß Gleichgewicht halten, allein wenn man gleiche Gewichte in sie legt, werden sich diese nicht auch das Gleichgewicht halten, denn da sie in ungleichen Entfernungen von dem Bewegungspunkte aufgehängt sind, sind sich ihre Momente wirklich einander ungleich.

2. Der Wagebalken wird gewöhnlich zu dünn gemacht; und in diesem Falle kann er mehr oder weniger, durch die in seine Schalen gelegte Gewichte, gebogen werden; und folglich kann man sich nicht auf das anscheinende Gleichgewicht mit Sicherheit verlassen.

3. Die Wagen sind selten empfindlich, oder bewegbar genug. Dieser Mangel entsteht aus mehreren Ursachen, zum Beyspiele: von einem zu großen Gewichte des Wagebalkens; von unebenen Stellen und Reibungen bey dem Aufhängepunkte; wenn der Schwerpunkt des Balkens zu tief unter dem Bewegungspunkte liegt u. s. w. **).

Man hat in England und auch in anderen Ländern Wagen von einer außerordentlichen Empfindlichkeit verfertiget; man hat nämlich dergleichen, deren Gleichgewicht durch $\frac{1}{1600000}$ Gewicht in einer Wagschale mehr, schon gestöhrt wird. Man

*) Also die Arme eine ungleiche Länge haben. T.

**) Sind die Balken sehr feiner und empfindlicher Wagen von Stahl, wie dieses gewöhnlich bey den Probierwagen der Fall ist, so wird er leicht magnetisch, und dadurch unrichtig. Balken von einer Composition aus Silber und Platina würden die zweckmäßigsten seyn. T.

wicht (das ist: was gewogen werden soll) B wird immer in der nämlichen Entfernung von dem Mittelpunkt der Bewegung A C angehängt; das Gegengewicht aber kann längs dem Arme A D, von einem Punkte zu dem andern geschoben werden, so daß auf diese Art eine große Mannigfaltigkeit von Gewichten, mit dem nämlichen Gegengewichte E, dessen Moment im Verhältnisse zu seiner Entfernung von A wächst, gewogen werden kann*). Die ganze Länge des Armes A D ist mit numerirten Abtheilungen bezeichnet, von der jede das Gewicht von B anzeigt, welches durch das Gegengewicht E gewogen und bezeichnet wird, wenn E in jene besondere Abtheilung gehängt wird. Die Abtheilungen werden nach Proben bestimmt, denn da die beyden Arme der Schnellwaage einander an Schwere nicht gleich sind, so können ihre Momente, wenn sie mit den Gewichten B und E belastet sind, nicht blos nach den Produkten jener Gewichte mit eines jeden Entfernung von A multiplicirt, bestimmt werden.

Die Schnellwaage ist von Martin, einem denkenden und sehr geschickten Instrumentmacher, sehr verbessert worden. Er befestigte nämlich an dem kurzen Ende des Waagebalkens, (man sehe Fig. 22. Taf. V.) ein Gewicht C, das dem entgegengesetzten Arm A D gerade das Gleichgewicht hält. Dadurch werden nun die Momente von E und B, ihren Gewichten, multiplicirt mit den respektiven Entfernungen von A, gleich und so können folglich die Abtheilungen an dem Arme A D leicht durch Ausmessung bestimmt werden.

sehe Nicholsons Journal der Physik B. 33. und die philosophischen Transactionen vom Jahre 1798. S. 148. Ja, ich habe von Waagen gehört, die noch einen größeren Grad der Empfindlichkeit beweisen.

*) Last und Gewicht verhalten sich also bey der Schnellwaage umgekehrt, wie ihre Entfernungen vom Ruhepunkte. T.

Wenn ein Hebel bey seinen beyden Endpunkten A und C, Fig. 23, Taf. V. unterstützt und das Gewicht W bey dem Punkte B zwischen A und C angehängt wird, so können diese Punkte wechselsweise, einer als die Kraft und der andere als die Unterlage angesehen werden. Aus dieser Bemerkung folgt dann, daß das Verhältniß desjenigen Gewichts, das durch eine von diesen Stützen unterstützt wird, das umgekehrte Verhältnis der Entfernungen A B, B C, in Ansehung des anderen ist. Wenn daher ein Gewicht von zwey Menschen vermittelst einer Stange, nach einer gewöhnlichen Art getragen wird, so kann man dadurch, daß man es dem einen näher als dem andren bringt, machen, daß einer schwerer als der andere trägt.

Das Rad an der Welle, oder die Radwinde.

Das Rad an der Welle oder die Radwinde (von einigen Axis in peritrochio genannt), besteht aus einem Cylinder A B, Fig. 1. Taf. VI. und einem an dem Cylinder befestigten Rade D F, welche sich beyde um die gemeinschaftliche Welle, die an ihren beyden Endpunkten B und G unterstützt ist, bewegen können.

Bey dieser mechanischen Kraft wird das Gewicht C durch ein Seil, das sich um die Welle windet, gehoben und die Potenz oder Kraft E wird an dem Umfange des Rades angebracht. Hiebey ist es klar, daß sich die Geschwindigkeit des Gewichtes zu der Geschwindigkeit der Kraft verhält, wie sich der Umfang der Welle, zu dem Umfange des Rades verhält, oder, (weil sich die Kreise wie ihre Durchmesser verhalten), wie sich der Durchmesser der Welle zu dem Durchmesser des Rades verhält. Das Gleichgewicht hat also in diesem Falle statt, wenn sich das Gewicht E zu dem Gewichte C verhält, wie sich der

Durch-

Durchmesser der Welle zu dem Durchmesser des Rades verhält.

Will man die Kraft E nicht anwenden, so kann man an dem Rade auch kleine Handhaben oder Speichen, wie sie auf der Figur abgebildet sind, anbringen, so daß man es durch die Hand bewegen kann. Oder man kann auch, statt des Rades, lange, durch die Axe oder Welle gehende Speichen an derselben befestigen, wie Fig. 2 abgebildet sind und dadurch die Welle mit der Hand drehen; die Wirkung wird dieselbe seyn, die das Rad hervorbringt*). Die Sache ist so einleuchtend, daß sie keiner weiteren Erläuterung bedarf.

Die Kranen zur Aufwindung großer Lasten; die Haspeln nnd die Schiffsspindeln sind Maschienen dieser Art.

Die dritte Figur der sechsten Tafel, stellt auch eine sehr wirksame Maschiene dieser Art dar. ABKI und CIDH, sind zwey Cylinder von ungleichen Durchmessern, deren Unterschied jedoch nicht sehr groß seyn darf. Sie sind fest mit einander verbunden und lassen sich vermittelst der Handhabe F, um ihre gemeinschaftliche Welle EG, deren äusserste Endpunkte auf zwey Stützen ruhen, herumdrehen. Bey D ist ein Seil mit dem einem Ende befestigt und dann um den kleinen Cylinder CD herumgewunden, wo es niedersteigt und um die Rolle Z, an deren Einfassung das Gewicht W angehängt ist, herumgeht, indem das andere Ende desselben bey A an dem größeren Cylinder befestiget ist. Wenn man nun diese Cylinder umdreht, so wird sich das Seil von dem kleineren abwinden und sich um den größeren herumwinden, so wie die vierte Figur die Sache deutlich vorstellt, indem hier die Cylinder so gezeichnet sind, wie sie sich, der

*) Diese Vorrichtung heißt: der Kreuzhaspel. T.

Welle gegenüber angesehen, zeigen. Wären die Durchmesser der beyden Cylinder einander gleich, so würde der untere Theil des Seiles Z, oder das Gewicht W, das an demselben hängt, nicht bewegt werden. Denn in diesem Falle würde sich, bey jeder Umdrehung, von dem Seile gerade eben so viel auf den einen Cylinder aufwinden, als sich von dem anderen abwinden würde. Da aber die Cylinder ungleiche Durchmesser haben, so ist es einleuchtend, daß bey einer jeden Umdrehung der Handhabe F, sich ein größeres Stück des Seiles um den Cylinder ABIK winden muß, als von dem Cylinder CDIH losgewunden wird, und folglich muß das Gewicht gehoben werden.

Die bewegliche Rolle oder der Flaschenzug.

Die Rolle ist ein dickes, kreisförmiges Stück Holz oder Metall oder andere feste Masse, das sich um einen Mittelpunkt, einen Zapfen oder eine Welle bewegen läßt, der in einem Klotz oder Gestelle, wie es durch A, Fig. 5. Taf. VI. dargestellt wird, befestigt ist. Bey dieser Abbildung ist das Gestelle an einem unbeweglichen Baume befestiget; über die Rolle läuft ein Seil, an dessen einem Ende das Gewicht W hängt und an dessen anderem Ende die Kraft P angebracht ist. In diesem Falle ist es einleuchtend, daß sich die Kraft P, um das Gewicht zu heben, eben so weit abwärts bewegen müsse, als sich das Gewicht aufwärts bewegt; oder, mit anderen Worten: daß ihre Geschwindigkeiten gleich sind. Durch diese Vorrichtung gewinnt man also keinen anderen Vortheil, als die Bequemlichkeit, die Richtung der Bewegung verändern zu können, so daß die Wirkung dieser Rolle genau der Wirkung der Wage ähnlich ist. Daher wird auch die dritte mechanische Kraft nicht blos die Rolle schlechthin,

sondern die bewegbare Rolle genannt, wie sie Fig. 6, 7 und 8. Taf. VI abgebildet ist, denn in diesen Fällen wird offenbar an Kraft gewonnen.

Bey Fig. 6. ist das Seil an dem Haken bey F befestiget, läuft um die Rolle BD herum nach dem Klotze hin, an welchem das Gewicht W hängt und wird dann von der Kraft bey E gehalten. Wenn die Kraft an dem Seile zieht, so wird der Klotz und das Gewicht gehoben, und das Seil wird an beyden Seiten verkürzt. Zum Beyspiele: Wenn die Rolle, der Klotz u. s. w. sich beym Ziehen der Rolle, in der durch die Punkte vorgestellten Lage befänden, so ist das Seil in der Länge von AB und CD, also um das Doppelte der Höhe mD verkürzt worden, und dies ist die Quantität oder Größe des Seils, welche durch die Kraft ist gezogen worden. Um also das Gewicht von seiner Lage W bis zu der durch die Punkte vorgestellten Lage in die Höhe zu ziehen, hat sich die Kraft durch das Doppelte dieses Raumes bewegen müssen, das heißt mit der doppelten Geschwindigkeit des Gewichtes. In diesem Falle hat also das Gleichgewicht dann statt, wenn sich die Kraft zu dem Gewichte wie Eins zu Zwey verhält.

Fig. 7. stellt denselben Fall dar, blos ausgenommen, daß in diesem Falle die Richtung der Kraft E durch die Einfügung einer festen Rolle F verändert wird, so daß, wenn W zwey Pfund wiegt, die Kraft, oder das entgegengesetzte Gewicht E, um ihm das Gleichgewicht zu halten, ein Pfund wiegen muß, und wenn dann der Kraft E nur ein wenig Gewicht mehr zugesetzt wird, so wird das Gewicht W gehoben werden.

Fig. 8. ist ein Klotz oder Gestelle mit drey Rollen, an dessen Haken das Gewicht W befestiget ist. Dann ist

auch noch ein anderes Gestelle an einem unbeweglichen Baum befestiget, das noch drey Rollen enthält. Ueber alle diese Rollen läuft ein und dasselbe Seil, das mit dem einen Ende an das obere Gestelle befestiget ist, da an dem anderen sich die Kraft E befindet. In diesem Falle ist es einleuchtend, daß, um das Gewicht zu heben, das Seil bey a, b, c, d, e, f, nämlich um sechsmal so viel als das Gewicht gehoben wird, verkürzt werden, und daß sich folglich die Kraft E mit der sechsfachen Geschwindigkeit des Gewichtes bewegen muß. Das Gleichgewicht findet also statt, wenn E der sechste Theil von W ist; das heißt: wenn W sechs Pfund wiegt, braucht E, um mit dem Gewichte W im Gleichgewichte zu seyn, nur ein Pfund zu wiegen; und wenn also E ein wenig über ein Pfund wiegt, so wird das Gewicht W gehoben werden*). Eben diese Art zu schließen läßt sich auch auf jede beliebige Zahl von Rollen anwenden.

*) Der Umfang der Rollen wird gewöhnlich ausgehölt, oder gekehlt, um das Seil aufzunehmen, und an sich zu behalten. Die Welle oder der Mittelpunktswirbel, wird zuweilen an die Blöcke befestigt, so daß sich die Rolle um ihn her bewegt, zuweilen wird dagegen die Welle in der Rolle befestigt und ihre beyden Endpunkte bewegen sich in zwey in den Block gemachten Aushöhlungen.

Der Hauptfehler, dem diese mechanische Kraft unterworfen ist, ist, daß ein großer Grad der Friktion dabey statt findet, der von dreyerley Ursachen herrührt, nämlich von dem Durchmesser der Welle, der mit dem der Rolle in einem beträchtlichen Verhältnisse steht; von dem Anstreichen der Rolle an den Seiten des Gestelles; und von dem Mangel einer genugsamen Beugsamkeit der Seile.

Von den Versuchen, die man gemacht hat, die Ursachen dieser Hemmung zu vermindern, sollen die hauptsächlichsten in dem folgenden Kapitel erwähnt werden.

Bey der Beschreibung dieser mechanischen Kraft, habe ich die Seile durchgängig als auf dem Horizont senkrecht laufend,

Durch Fig. 9. Taf. VI. ist eine andere Abart dieser mechanischen Kraft abgebildet. Sie besteht aus einer festen und aus einer beweglichen Rolle. In der That aber thut jede dieser Rollen, die Dienste von dreyen, denn jede besteht aus drey Einkerbungen von ungleichen Durchmessern wie die von der Seite abgebildete Figur einer derselben bey R zeigt. Dasselbe Seil, welches mit dem einen Ende an das eine der Gestelle befestigt ist, geht nach und nach über die sechs Auskehlungen und die Kraft ist bey E angebracht.

Um die Wirkung dieser Zusammensetzung einzusehen, muß man bedenken, daß bey der Verbindung von Fig. 8, wo die Rollen alle einerley Durchmesser haben, sich jede Rolle geschwinder als die vor ihr befindliche bewegen müsse, weil von dem Seil ein größeres Stück über diese als über die vorhergehende Rolle gehen muß, wie man leicht einsehen wird, wenn man die siebente Figur betrachtet, bey welcher es einleuchtet, daß, wenn das Gewicht um einen Fuß bewegt wird, die Seile jedes um einen Fuß müssen verkürzt werden, nämlich einen Fuß von B bis A und einen Fuß von D bis C; daher muß, während die Länge AB über die Rolle BD geht, dieselbe Länge zweymal genommen über die Rolle F gehen; so daß die Rolle F, wenn sie mit BD von gleichem Durchmesser ist, zwey Umwälzungen machen muß, indeß die Rolle BD nur eine macht. Eben so einleuchtend ist es, daß, wenn der Umfang der Rolle F, oder, welches einerley ist, ihr Durchmesser noch einmal so groß wäre, als der der Rolle BD, beyde Rollen

angenommen. Wenn aber dies nicht der Fall ist, wenn, zum Beyspiele, wie Fig. 7. Taf. VI. der Haken S und die Rolle F in einer größeren Entfernung von einander angebracht sind, dann muß die Geschwindigkeit des Gewichtes nicht durch die Länge des Seils, die ist gezogen worden, sondern durch die senkrechte Höhe, zu der das Gewicht ist aufgezogen worden, bezeichnet werden, und eben das gilt auch in Beziehung von der Richtung der Kraft.

nur einerley Zeit zu jeder ihrer Umwälzungen brauchen würden. — Um nun wieder auf den Mechanismus der neunten Figur zu kommen, so ist leicht einzusehen, daß sowohl die drey Einkerbungen der obern Rolle, als auch die drey Einkerbungen der unteren da sie zu einerley festen Körper gehören, sich auch in einerley Zeit umwälzen müssen. Ihre Durchmesser, oder ihr Umfang muß also ein Verhältnis zu der Größe des Seils haben, das in einerley Zeit über sie gehen muß. Es müssen daher, wenn von der Länge des Seils über die erste Einkerbung a ein Fuß geht, über die zweyte b zwey Fuß und über die dritte c drey Fuß von der Länge des Seils gehen, u. s. w. Der Durchmesser der zweyten Einkerbung b, muß also den Durchmesser der ersten Einkerbung a zweymal enthalten und der Durchmesser der dritten, dreymal und der Durchmesser der vierten d viermal u. s. w. oder mit anderen Worten: Die Durchmesser der Einkerbungen a, b, c. d, e, f machen eine arithmetische Progression, da die Differenz der Glieder dem Durchmesser der ersten oder kleinsten Einkerbung gleich ist.

Es ist einleuchtend, daß bey diesem Mechanismus, sechs Seile müssen verkürzt werden, um das Gewicht zu heben, und daß sich folglich die Kraft sechsmal durch den Raum bewegen müsse, durch den sich das Gewicht bewegt, so daß also das Gleichgewicht dann statt hat, wenn die Kraft dem sechsten Theile des Gewichtes W gleich ist.

Als den vorzüglichsten Vortheil, den man dieser Art des Mechanismus zuschreibt, nennt man die verminderte Friction, indem sich dabey nur zwey Wellen und vier Oberflächen an den Blöcken reiben, da im Gegentheile bey dem Fig. 8, wo die Rollen alle getrennt oder einzeln sind, sechs Wellen und zwolf Oberflächen dieser Reibung ausgesetzt sind. Allein, nach meiner Meinung wird dieser

Vortheil weit durch die Unvollkommenheiten überwogen, die dieser Art des Mechanismus eigen sind. Denn erstlich; wenn die Auskehlungen nicht genau in arithmetischer Progression gemacht sind, oder wenn diese durch Unreinigkeiten, die sich in die Kehlen gelegt, geändert wird, so muß das Seil zum Theil über sie heraustreten, wodurch ein beträchtlicher Grad von Friction verursacht werden muß; und zweytens: selbst wenn die Auskehlungen nach den gehörigen Dimensionen gemacht sind, tritt doch gewöhnlich der Fall ein, daß das Seil an der einen Stelle mehr als an der andern ausgedehnt wird und auch davon ist dann Uebertreten des Seiles und Friction die Folge.

Die geneigte Ebene.

Eine andere mechanische Kraft, ist eine gegen den Horizont geneigte ebene Oberfläche. Der Nutzen derselben besteht darin, daß man durch sie Lasten von einem Hebel zu dem andern durch einen geringeren Kraftaufwand heben kann, als nöthig seyn würde, wenn man sie in senkrechter Richtung heben wollte. So stellt bey der zehnten Figur der sechsten Tafel A B eine gegen die horizontale Ebene A C geneigte Ebene vor, welche bewirkt, daß, wenn die Last D aufwärts von A nach B zu sollte gerollt werden, ein viel geringerer Kraftaufwand dazu erforderlich seyn würde, als wenn man sie gerade und senkrecht von C nach B aufheben wollte.

In diesem Falle besteht die Wirkung darin, daß die Last von dem Hebel A C aus, nach dem Hebel von B soll gehoben werden. Um aber dies zu bewirken hat sich die Kraft von A nach B bewegen müssen; (denn sie wirkt in dieser Richtung, da das Gewicht oder die Schwere

des Körpers in der Richtung der Perpendiculare CB wirkt;) da also die Geschwindigkeit der Last bey dieser Maschiene sich zu der Geschwindigkeit der Kraft verhält, wie sich die senkrechte Höhe der Ebene BC zu ihrer Länge AB verhält, so hat das Gleichgewicht statt, wenn sich die Last zu der Kraft verhält, wie sich die Länge der Ebene zu ihrer senkrechten Höhe verhält.

Diese Eigenschaft kann durch folgenden Versuch deutlich gezeigt werden. — AB Fig. 11. Taf. VI. sey eine auf der horizontalen Ebene AC, bewegliche andere Ebene die so eingerichtet ist, daß sie nach jedem erforderlichen Neigungswinkel kann gerichtet werden, welches leicht vermittelst eines Charniers, das bey A angebracht wird und einer zwischen den beyden Ebenen aufgestellten Stütze geschehen kann. Um den oberen Theile der Ebene muß eine Rolle angebracht werden, über die eine Schnur mit Leichtigkeit laufen kann. Die Last D sey so eingerichtet, daß sich ein Cylinder mit Zapfen in dem Gestelle F drehen läßt, in welchem der Haken e mit einer Schnur eBH befestiget ist, der, indem er über die Rolle läuft, das an seinem anderen Ende hängende Gewicht hält. Die Rolle muß so gestellt seyn, daß die Schnur eB zu der Ebene parallel seyn kann.

Diese Ebene kann in jedem beliebigen Neigungswinkel befestiget werden und man wird immer finden, daß, wenn sich das Gewicht des Körpers E zu dem Gewichte des Körpers D und dem Gewichte seines Gestelles zusammengenommen verhält, wie sich die senkrechte Höhe der Ebene CB zu ihrer Länge AB verhält, die Kraft E eben hinreicht, den Cylinder D und sein Gestelle F auf der Ebene zu erhalten, und daß schon die geringste Berührung mit einem Finger machen wird, daß der Cylinder D entweder auf oder abwärts geht, indem sich das Gegen

gewicht oder die Kraft E zu der nämlichen Zeit in der entgegengesetzten Richtung beweget.

Es ist einleuchtend, daß eine desto geringere Kraft erforderlich ist, die Last D aufwärts zu ziehen, je kleiner der Neigungswinkel ist, und daß folglich, wenn dieser Winkel verschwindet, oder Null wird, schon die kleinste Kraft hinlänglich seyn werde den Körper zu bewegen; das heißt: Wenn die Ebene AB mit dem Horizont parallel wird, oder auf einer horizontalen Ebene, würde der schwerste Körper durch die kleinste Kraft in Bewegung gesetzt werden können, wenn die, durch die Unregelmäßigkeit der aneinander liegenden Oberflächen verursachte Friktion oder Reibung nicht wäre*).

*) Die obenstehende Erklärung der Eigenschaft der geneigten Ebene ist blos auf eine Richtung der Kraft anwendbar, nämlich wenn die Kraft in einer mit der Ebene parallelen Richtung wirkt; die allgemeine Theorie aber enthält folgender Satz.

„Wenn ein Körper oder eine Last W auf einer Ebene gehalten wird, die nach dem Horizont geneigt ist, also, wenn die Kraft P gerade hinreicht der Last auf dieser Ebene das Gleichgewicht zu halten, dann verhält sich die Kraft zu der Last, wie sich der Sinus der Neigung der Ebene zu dem Sinus verhält, welchen die Kraft mit einer auf die Ebene senkrechten Linie macht.“

Man nehme an, AB, Fig. 12. Taf. VI. sey die nach dem Horizont AC geneigte Ebene und bey O werde eine Last, theils durch die Ebene und theils durch eine Kraft, die in der Richtung OV wirkt, unterstützt. Durch O ziehe man EOC senkrecht auf AB und bey C, wo EC mit der horizontalen Ebene zusammentrifft, errichte man CV senkrecht auf den Horizont, die mit der Richtung der Kraft ohngefähr bey V zusammentreffe.

Der Keil.

Man hält den Keil mit Recht für eine Art von geneigter Ebene; denn er besteht aus zwey ebenen Flächen,

So wird nun der, in O liegende Körper W durch drey Kräfte im Gleichgewichte, oder in Ruhe erhalten, die (man sehe den vierten Satz des achten Kapitels) das nämliche Verhältniß zu einander haben, welches die geraden, mit ihren respektiven Richtungen parallel laufenden, und bey dem Punkte ihres gegenseitigen Zusammentreffens sich endenden Linien haben, nämlich durch die Kraft, die wie OV ist; durch die Schwerkraft, die wie VC ist, und durch die Gegenwirkung der Ebne, die wie OC ist. Daher verhält sich die Kraft zu der Last, wie P: W :; OV: VC; oder (da sich die Seiten ebener Dreyecke wie die Sinus ihrer entgegengesetzten Winkel verhalten,) P: W :: Sin. OCV, oder *B*AC (denn diese Winkel sind sich gleich, da die rechtwinkligen Dreyecke BOC und BAC (einen gemeinschaftlichen Winkel bey B haben,): Sin. VOE, oder VOC, denn diese Winkel haben, weil jeder die Ergänzung des andern zu einem rechten Winkel ist, einerley Sinus.

Aus diesem Satze ergeben sich offenbar folgende Corollarien.

1. Da P: W :: Sin. *B*AC: Sin. VOC, so ist P: $\frac{1}{\text{Sin. VOC}}$ :: W: $\frac{1}{\text{Sin. } B\text{AC}}$. Wenn daher die Last W und die Neigung der Ebene oder der Sinus BAC immer die nämlichen bleiben, so muß die Kraft umgekehrt wie der Sinus von VOC vermehrt oder vermindert werden. Wenn also die Richtung der Kraft senkrecht auf EC ist, oder parallel zu der Ebene AB, dann ist der Sinus VOC, da er der Sinus eines rechten Winkels ist, der größte welcher möglich ist und foglich ist in diesem Falle die Kraft P, die erforderlich ist, die Last W zu halten, die möglichst kleinste, oder, welches eben das ist, dann kann die größte Last durch eine gegebene Kraft gehalten werden. Wenn die Richtung der Kraft mit OC zusammentrift, nämlich, wenn die Kraft in

deren Basen verbunden sind, wie Fig. 1. Taf. VII. zeigt, wo AB oder GC die Dicke des Keils an seinem Rücken,

einer auf die Fläche senkrechten Richtung wirket, dann verschwindet der Winkel VOC und die Kraft muß unendlich groß seyn.

2. Wenn die Richtung der Kraft parallel auf die Ebene ist, oder mit ihr zusammentrift, so hat dann das Gleichgewicht statt, wenn sich die Kraft zu der Last verhält :: OB: *BC*: (Euklid. S. 8. B. VI.) BC: BA; nämlich wie sich die Erhöhung der Ebene zu ihrer Länge verhält; oder wie sich der Sinus ihrer Neigung zu dem Halbmesser verhält.

3. Wenn die Richtung der Kraft OR ist, das heißt: parallel dem Horizont, dann tritt das Gleichgewicht ein, wenn sich die Kraft zu dem Gewichte verhält :: OR: CR :: (da die Dreyecke ORC und *BAC* ähnlich sind,) BC: CA; also wie sich die Erhöhung der Ebene zu ihrer Basis verhält.

4. Die Kraft muß die ganze Last halten, wenn ihre Richtung senkrecht auf den Horizont ist.

5. Die Kraft verhält sich zu dem Drucke auf die Ebene :: OV; OC :: Sin. OCV: Sin. OVC :: Sin. BAC: Sin. OVC.

6. Das vorstehende Verhältniß wird durch Versetzung P: Sin. BAC :: Druck: Sin. OVC. woraus erhellet, daß, wenn die Kraft und die Neigung der Ebene, oder der Winkel BAC unverändert bleiben, der Druck auf die Ebene in demselben Verhältnisse zunehmen oder abnehmen müsse, in welchem der Sinus von OVC zunimmt oder abnimmt; wenn daher die Richtung der Kraft parallel auf die Basis ist, und OVC ein rechter Winkel wird, dessen Sinus der größeste ist, so wird auch der Druck auf die Ebene am größesten seyn.

7. Wenn die Richtung der Kraft parallel mit der Ebene ist: P: Druck :: OB: OC :: *BC*: AC,

8. Wenn die Richtung der Kraft parallel mit der Basis AC ist, dann verhält sich P: zu dem Druck :: OR: OC :: BC; BA.

auf welchen die Kraft (es mag nun ein Hammer oder irgend ein anderer Druck seyn,) wirkt. Die mittlere Linie FD, ist die Axe oder Höhe des Keils; DG und DC ist die Länge seiner Querseiten und OD ist seine Spitze, die in Holz oder einen anderen festen Körper getrieben wird. Da man dieses Werkzeug zum Spalten des Holzes, der Steine und anderer festen Substanzen braucht, oder überhaupt zur Trennung zweyer aneinander liegender Oberflächen, so ist die Anwendung desselben sehr ausgebreitet und wirklich sind Scheeren, Messer, Nägel, Meissel, Aexte u. d. g. m. nichts anders als Keile nur unter einer anderen Gestalt.

Wenn man bestimmt sprechen will, so ist, nach der Geometrie, der Keil ein dreyeckiges Prisma, denn man erkennt leicht, daß er durch die Bewegung eines ebenen Dreyecks in einer zu ihm selbst parallelen Richtung, wie die des Dreyecks GCD, von GCD nach ABO, bewirkt wird. Er wird ein gleichseitiges oder auch ungleichseitiges Dreyeck genannt, je nachdem das erzeugende Dreyeck, oder die Vorderfläche GCD, gleichseitig oder ungleichseitig ist.

Die Wirkung des Keils ist offenbar von der geneigten Ebene abgeleitet worden; allein mehrere Umstände haben die Untersuchung der Kraft des Keils schwieriger gemacht als die Untersuchung irgend einer andern mechanischen Kraft*).

Die gründlichste Theorie zeigt 1) „daß, wenn die Drucke auf die Seiten des gleichseitigen Keiles gleich sind

*) Das Verhältniß zwischen der Kraft, die auf den Rücken des Keils angewendet wird und die Wirkung, die an den Seiten hervorgebracht wird, ist von mehreren Schriftstellern auf verschiedene Weise bestimmt worden.

und in Richtungen, die auf diese Seiten senkrecht sind, wirken, das Gleichgewicht statt habe, wenn sich die Kraft an dem Rücken des Keils zu der Summe der Drucke an den Seiten verhält, wie sich GF, also die Hälfte der Stärke des Rückens zu einer der beyden Querseiten desselben GD oder CD, verhält.

2) „Daß, wenn die Drucke gleich sind, aber in Richtungen, die gleich nach den Seiten des gleichseitigen Keiles geneigt sind, das Gleichgewicht dann statt hat, wenn die Kraft an dem Rücken sich zu der Summe des Widerstandes an den Seiten verhält, wie sich das Produkt des Sinus des halben Vertikalwinkels des Keils, multiplicirt mit dem Sinus des Winkels, den die Richtungen des Widerstandes mit den Seiten machen, zu dem Quadrate des Halbmessers verhält.

3. „Daß, wenn bey einem ungleichseitigen Keile, drey, auf seine drey Seiten senkrecht wirkende Kräfte, einander im Gleichgewichte halten, diese Kräfte mit den Seiten in einem respektiven Verhältnisse stehen."

Den Beweis dieser drey Behauptungen findet der Leser in der Anmerkung*).

*) Um die erste der obigen Behauptungen zu beweisen, lasse man AKD Fig. 2. Taf. VII. die Gestalt eines gleichseitigen Keiles darstellen. B und E sollen zwey Hindernisse seyn, welche senkrecht auf die Seiten desselben drücken. Dann nehme man an, daß der Keil so weit abwärts getrieben worden sey, als die punktirte Figur GLF zeigt, und daß folglich die Hindernisse an die Stellen von O und M getrieben worden. Durch O und M ziehe man OI und MQ parallel mit der Mittellinie oder Axe des Keils CD, so daß diese Linien sich in den zwey Punkten I und O vereinigen. Dann verbinde man I und Q und auch O und M durch die Linien IQ und OM. Dann giebt der Parallelismus der Linien, daß OM

Aus dem obigen folgt, daß, wenn man auf den Rücken des Keils noch ein wenig mehr Kraft legt, als

mit IO gleich ist, und daß der Theil des Keiles IQ bis nach OM fortgerückt seyn müsse. YN, oder IO, oder QM stellt also die Geschwindigkeit des Keils, (das ist: die Kraft dar,) da *B*O und EM die Geschwindigkeiten der Hindernisse bezeichnen.

Nun sind die Dreyecke IOB und ACD gleichwinklig, (da die Winkel bey C und B rechte Winkel sind und der Winkel BIO mit CDA gleich ist, nach Euklids Geometr. S. 29 und 32 B. I.) und folglich ähnlich: (Euklid. S. 4. B. VI.) wenn man also die Hälfte des Keils und ein Hindernis in Anschlag bringt, so verhält sich OB: OI :: AC: AD; das heißt: die Geschwindigkeit des Hindernisses *B* verhält sich zu der Geschwindigkeit der Kraft wie sich die Hälfte der Stärke oder Dicke des Keils zu seiner Querseite verhält. Und aus eben dem Grunde verhält sich auch die Geschwindigkeit des drückenden Hindernisses E zu der Geschwindigkeit der Kraft, wie sich die Hälfte der Dicke des Keils zu seiner Querseite verhält. Wenn man also diese proportional Größen zusammen addirt, so verhält sich die Geschwindigkeit des Hindernisses B + der Geschwindigkeit des andern Hindernisses E, zu der Geschwindigkeit zweyer Hälften des Keils, (also des ganzen Keils,) wie sich die ganze Länge des Rückens AK zu der Summe der Seiten AD und DK, oder wie sich die Hälfte der Länge des Rückens zu einer Seite verhält.

Wenn aber entgegengesetzte Kräfte, die auf einander wirken, sich umgekehrt wie ihre Geschwindigkeiten verhalten, so stellen sie ein Gleichgewicht her. Wenn sich also die Kraft an dem Rücken des Keils zu der Summe des Widerstandes an den Seiten verhält, wie sich die Hälfte der Länge des Rükkens zu einer Querseite verhält, so bleibt der Keil ohne Bewegung. — Dies dient zur Erklärung des ersten Punktes der Behauptung.

Um den zweyten Punkt zu beweisen, lasse man ABC. Fig. 3. Taf. VII. die äußere Fläche eines gleichseitigen Keiles seyn; HC dessen Höhe oder Mittellinie, und E und

nöthig ist, ein Gleichgewicht herzustellen, der Widerstand überwältiget werden muß u. s. w.

zwey Hindernisse, die auf ihn pressen, oder entfernt werden sollen, und zwar in den Richtungen EF und ef die gleich nach den Seiten des Keiles geneigt sind. Die durch die Linie EF vorgestellte Kraft, (oder Widerstand) sey in zwey andere Kräfte aufgelöst, nämlich FD parallel und DE senkrecht auf AC; dann kann die erstere dieser Kräfte, nämlich FD, da sie parallel auf die Seiten des Keils ist, keine Kraft auf ihn äußern; der ursprüngliche Widerstand EF wird also genau eben die Wirkung auf den Keil haben, als die geringere senkrechte Kraft DE, da jene sich zu dieser verhält, wie sich der Sinus des Neigungswinkels der Kraft EF zu der Seite AC verhält. Nach dem ersten Punkte dieses Satzes aber verhält sich diese senkrechte Kraft DE zu der Kraft auf dem Rücken des Keils, die ihr das Gleichgewicht hält, wie sich AC zu AH, oder, wie sich der Halbmesser zu dem Sinus des Winkels ACH verhält, (nämlich wie sich der halbe Winkel zu dem Scheitelpunkte des Keils verhält). Wenn man also diese Verhältnisse verbindet, so verhält sich: EF . ED: der Potenz an dem Rükken . ED :: die Kraft EF: der Potenz an dem Rücken :: das Quadrat des Halbmessers: dem Sinus der Hälfte des Vertikalwinkels . dem Neigungssinus des Widerstandes.

Da die schiefe Kraft ef, an der anderen Seite des Keils mit EF gleich ist, so erfordert sie eine andere, der vorigen an dem Rücken des Keils gleiche Potenz, um mit ihr ins Gleichgewicht zu kommen. Daher verhält sich die Summe des Widerstandes an den Seiten des Keils zu der ganzen Potenz an dem Rücken, wie sich das Quadrat des Halbmessers zu dem Produkte des Sinus des halben Vertikalwinkels multiplicirt mit dem Neigungssinus des Widerstandes gegen die Seiten des Keils verhält.

Um den letzten Punkt der Behauptung zu beweisen, lasse man GD, GF und GE, Fig. 4. Taf. VII. die Richtungen der drey auf die Seiten des ungleichseitigen Keils ABC senkrecht wirkenden Kräfte bezeichnen. Man lasse EG gerade gegen O fallen, und durch F ziehe man FO parallel mit DG. Da nun diese drey Kräfte einander das Gleichgewicht halten,

Es ist ebenfalls leicht einzusehen, daß, je kleiner der Winkel GDC ist, desto weniger Kraft müsse erforderlich seyn, den Keil in irgend eine feste Substanz zu treiben.

Endlich muß ich noch bemerken, daß, wenn das Holz unterhalb der Spitze des Keils spaltet, wie Fig. 5. Taf. VII. vorgestellt und gewöhnlich der Fall ist, die Seite des Keils dann als gleich mit einer von beyden Seiten des Spaltes müsse angesehen werden. Denn, in der That, wenn man annähme, daß der Keil abwärts bis ganz an das Ende des Spaltes sey verlängert worden, so würde die Wirkung dieselbe seyn.

---

so müssen sie (nach dem vierten Satze des achten Kapitels) auch respektive mit den drey Seiten des Dreyecks GOF im Verhältnisse stehen; dieses Dreyeck aber, ist gleichwinklig und folglich (nach Euklid. S. 4. B. VI.) ähnlich mit dem Dreyecke ABC, die drey Kräfte stehen daher ebenfalls mit den drey Seiten des Dreyecks oder des Keils ABC im Verhältnisse.

Die Dreyecke GOF und ABC sind gleichwinklig, denn die vier Winkel der vierseitigen Figur AEGF sind, nach Euklid. S. 23. B. I.), vier rechten Winkeln gleich, und da die Winkel bey E und F rechte Winkel sind, so müssen die zwey Winkel FAE und FGE zwey rechten Winkeln gleich seyn, daß heißt gleich mit FGE + FGO. Wenn man also den gemeinschaftlichen Winkel FGE wegnimmt, so bleibt der Winkel FAE gleich FGO. Auf gleiche Art wird auch bewiesen, daß der Winkel DBE mit dem Winkel OGD und (nach Euklid. S. 29. B. I.), eben so dem Winkel FOG gleich ist. Und da die beyden Winkel bey O und G des Dreyecks FGO respektive den zwey Winkeln von A und B in dem Dreyeck ABC gleich sind, so muß der dritte Winkel des ersten Dreyecks dem dritten Winkel des letztern gleich seyn.

Die Schraube.

Die Schraube ist die letzte mechanische Potenz, die noch zu beschreiben übrig ist. Sie wird gleichfalls als eine Art der geneigten Ebene betrachtet, da sie in der That nichts anderes ist, als eine, um einen Cylinder sich herumlegende geneigte Ebene, und die Schraubenmutter, oder der ausgehöhlte Körper, der eine Schraube aufwärts oder abwärts bewegt, in einer kreisförmigen, statt einer geradlinigten Richtung auf der geneigten Ebene auf = oder abwärts steigt.

Man kann entweder die Schraube A vorwärts oder rückwärts in einer festen Schraubenmutter, wie Fig. 6. Taf. VII. bewegen, oder die Schraube A bleibt fest, und die Schraubenmutter B C bewegt sich um die Schraube, wie Fig. 7. — Um beyde Fälle unterscheiden zu können, nennt man A die männliche Schraube, und die Nuß B, mit ihrer, wie eine hohle Schraube gestalteten Oeffnung, wird die weibliche Schraube oder die Schraubenmutter genannt. — Die spiralförmig gewundenen hervorstehenden Theile der Schraubenwalze e, f, g u. s. w. nennt man die Schraubengänge.

Die Potenz, welche diese höchst nützliche und wirksame Maschine in Bewegung setzt, ist entweder an dem einen Ende der Schraube, das gewöhnlich mit einer Art von Kopf oder Vorsprung versehen ist, oder an dem Ende eines Hebels angebracht, der entweder in dem Kopfe der Schraube, wie Fig. 6, oder in der Nuß B C, wie Fig. 7 befestigt ist. Und so könnte man in der That diese Maschine, mit mehrerem Rechte eine aus einer Schraube und einem Hebel zusammengesetzte Maschine nennen.

In allen Fällen hat das Gleichgewicht zwischen der Wirkung, die an dem Ende der Schraube, oder an dem

Ende der Nuß hervorgebracht wird, und zwischen der Potenz statt, wenn sich die Wirkung zu der letzteren verhält, wie sich der Umfang, den die Potenz bey einer Umdrehung beschreibt, zu der Entfernung zwischen zwey einander nahe liegenden Schraubengängen verhält. Man nehme also an, daß die Entfernung zwischen den Schraubengängen einen halben Zoll, die Länge des Hebels CD aber zwölf Zoll betrage, so wird der, von dem Ende des Hebels D beschriebene Kreis, ohngefähr 76 Zoll betragen, oder die Entfernung eines Schraubenganges von dem anderen 152mal ausmachen. Wenn also die an dem Ende des Hebels D befindliche Potenz einem Pfunde gleich ist, so wird sie einem Drucke von 152 Pfund, der gegen das Ende der Schraube Fig. 6. wirkt, gleich kommen, oder sie wird eine, auf dem oberen Brete B, Fig. 7. liegende Last von 152 Pfund heben.

Der Grund davon läßt sich so einleuchtend aus den Eigenschaften der geneigten Ebene herleiten, daß es nicht nöthig ist, hier noch etwas darüber zu sagen.

Wenn man auch nur flüchtige Betrachtungen über das, was bisher zur Erklärung der Natur und der Eigenschaften der mechanischen Potenzen ist gesagt worden, anstellt, so wird man doch auf die Bemerkung geleitet werden, daß, wenn man sich bestimmt ausdrücken wollte, man sagen müßte, daß es nur zwey wirkliche und ursprüngliche mechanische Kräfte gebe, nämlich: den Hebel und die geneigte Ebene, so daß alle übrigen im Grunde nur Abarten von diesen beyden seyen. Die Wage, das Rad an der Axe und die Rolle sind Arten des Hebels, und der Keil und die Schraube sind Arten der geneigten Ebene. Indessen ist es gleichgültig, ob man

diese Potenzen, jede als eine ursprüngliche und von den anderen unabhängige Kraft oder nicht annehmen will, da die Theorie in jedem Falle richtig und die nämliche bleibt. Der einzige Vortheil, den man etwa davon haben möchte, daß man nur zwey ursprünglich mechanische Potenzen annähme, wäre der, daß man ihre Eigenschaften viel kürzer erklären könnte; allein man muß dagegen auch bemerken, daß Theorien, wenn sie in Ansehung der Kürze eine gewisse Gränze überschreiten, in eben dem Verhältnisse dunkel und verwirrt werden, in welchem sie zusammengedrängter und kürzer vorgetragen werden.

Ehe ich dieses Kapitel endige, halte ich es für nothwendig, um irrigen Begriffen, die sich der Leser etwa von den Kräften der in demselben erwähnten Maschinen machen möchte, vorzubeugen, noch folgende Bemerkung beyzufügen.

Anfänger in der Wissenschaft der Naturlehre bilden sich gewöhnlich ein, daß durch die mechanischen Potenzen eine wirkliche Vermehrung der Kraft oder ein Zuwachs zu derselben erhalten werde; allein das ist nicht wahr. Wenn, zum Beyspiele, ein Mensch gerade im Stande ist, eine Last von hundert Pfunden von der Flur seines Hauses bis auf den Boden unter dem Dache desselben in der Zeit von einer Minute zu tragen, so wird ihn keine mechanische Kraft in den Stand zu setzen vermögen, eine Last von dreyhundert Pfunden in der nämlichen Zeit bis zu der nämlichen Höhe zu bringen; aber die Maschine wird ihn in den Stand setzen, dreyhundert Pfund in drey Minuten dahin zu schaffen; welches eben so viel gesagt ist, als sagte man: der Mensch könne die dreyhundert Pfund ohne Maschine auf den Boden des Hauses schaffen, wenn er den Weg dreymal gienge, und jedesmal hundert Pfund trüge, vorausgesetzt, daß sich die

Last auf diese Art theilen ließe. Die Maschine vermehrt also die Wirkung einer gegebenen Potenz dadurch, daß sie die Zeit, in welcher die Wirkung vollbracht wird, verlängert, oder, (da gleichförmige Geschwindigkeit mit der Zeit im Verhältniß steht) durch die Vermehrung der Geschwindigkeit dieser Potenz.

Eben so: wenn eine wirkende Kraft fähig ist, eine Last von zehn Pfunden mit einer gegebenen Geschwindigkeit zu heben, so wird man durch keine Maschine vermögend seyn zu bewirken, daß dieselbe Kraft eine Last von zwanzig Pfunden, oder überhaupt eine Last von mehr als zehn Pfunden, mit der nämlichen Geschwindigkeit hebe, wohl aber kann durch Hülfe der Maschine bewirkt werden, daß die Last von zwanzig Pfunden mit der Hälfte dieser Geschwindigkeit gehoben werde, oder, welches dasselbe ist, es kann bewirkt werden, sie in der nämlichen Zeit bis zur Hälfte der Höhe zu heben, denn es ist nicht die Potenz oder die Kraft, sondern das Moment, (das heißt: das Produkt der Kraft durch die Geschwindigkeit,) was den Nutzen dieser Maschinen vermehrt oder vermindert.

Es fehlt so viel daran, daß die Potenz, oder die wirkende Kraft durch irgend eine Maschine könnte vermehrt werden, daß vielmehr immer ein gewisser Theil von ihr bey der Ueberwältigung des Widerstandes des Mediums, der Friktion und anderer unvermeidlicher Unvollkommenheiten der Maschinen, verlohren geht. Und dieser Verlust ist bey gewissen zusammengesetzten Maschinen sehr beträchtlich.

Dreyzehntes Kapitel.

Von zusammengesetzten Maschinen. Von den bewegenden Potenzen, und von der Friktion oder Reibung.

Alle die Werkzeuge oder Maschinen, die eine wirkende Kraft mit einer gewissen Wirkung in Verbindung bringen, werden, so zusammengesetzt sie auch seyn mögen, wenn man sie genauer untersucht, als Zusammensetzungen der bereits beschriebenen mechanischen Potenzen gefunden werden. Diese einfachen Bestandtheile eines Mechanismus sind zwar oft verschieden an Gestalt, und auch ihre Verbindung ist unendlich verschieden, aber ihre Natur und ihre Eigenschaften bleiben unveränderlich die nämlichen.

Mannichfaltig sind die Potenzen, die man als Grund der Bewegung der Maschinen angewandt hat, aber die hauptsächlichsten davon sind folgende: 1) Die natürliche Kraft eines oder mehrerer Menschen. 2) Die Stärke von Thieren, und besonders der Pferde. 3) Die Kraft des fließenden Wassers. 4) Die Kraft des Windes. 5) Die elastische Kraft des Dampfes von kochendem Wasser. 6) Die Kraft des springenden Wassers. 7) Das bloße Gewicht schwerer Körper.

Ein großer Theil von den meisten Maschinen besteht aus Mitteln, die zur Erzeugung, zur Anwendung, zur Erhaltung und zur Erneuerung der wirkenden Potenz oder Kraft nöthig sind. Die Wirkung, welche von dieser wirkenden Kraft hervorgebracht werden soll, ist eine Folge der rechten und zweckmäßigen Anwendung der oben

erwähnten einfachen mechanischen Potenzen, welche die ursprüngliche Kraft theilen, oder konzentriren, oder ordnen. Was aber die Wirkungen, welche von Maschinen hervorgebracht werden, betrifft, so ist es unmöglich, ihre Anzahl zu bestimmen, oder sie auch nur unter allgemeine und umfassende Benennungen zu bringen.

Die zur Hervorbringung irgend einer besonderen Wirkung beste Maschine ist diejenige, welche (alle Umstände der Lage, der Materialien u. s. w. in Anschlag gebracht,) diese Wirkung auf die einfachste, unveränderlichste, sicherste und leichteste Art hervorbringt.

Ich habe nicht die Absicht, die vornehmsten der bey den kultivirten Völkern gebräuchlichen Maschinen zu beschreiben, weil dies mit der Absicht und den Gränzen des gegenwärtigen Werkes nicht verträglich seyn würde. Diejenigen, welche die besondere Einrichtung der mancherley zu den Künsten, den Manufakturen, der Schiffahrt, der Haushaltung u. s. w. unentbehrlichen Maschinen kennen zu lernen wünschen, können ihr Verlangen durch eine Menge, ausdrücklich über diesen Gegenstand, in allen europäischen, besonders aber der französischen und deutschen Sprache geschriebener Bücher befriedigen.

In dem gegenwärtigen Kapitel will ich kurz die Methode angeben, die Potenzen und die Wirkungen der Maschinen überhaupt zu berechnen, und die Beschreibung einiger weniger blos beyspielsweise zur Erläuterung der Methode und zur Erleichterung der Anwendung derselben beyfügen, wodurch der Leser in den Stand gesetzt werden wird, auch die Kraft und Wirkung anderer Maschinen, die er etwa untersuchen möchte, zu beurtheilen.

Eine zusammengesetzte Maschine besteht entweder aus einer einfachen mechanischen Potenz, die mehr als einmal

hinter einander in Thätigkeit gesetzt wird, oder sie besteht aus mehreren einfachen, auf mannichfaltige Weise mit einander verbundenen und vereinigten mechanischen Kräften. In beyden Fällen muß die Potenz oder Kraft und die Wirkung nach dem Resultate der Wirkungen aller integrirenden einfachen mechanischen Kräfte, jede einzeln genommen, beurtheilt und geschätzt werden, welches auf folgende Art geschieht.

Man finde das Verhältniß der Potenz zu der Wirkung jeder einfachen mechanischen Kraft, und setze diese Verhältnisse alle untereinander und summire sie, so wird diese Summe das Verhältniß zwischen der Potenz und der Wirkung der ganzen zusammengesetzten Maschine geben *). Wenn man, zum Beyspiele, annimmt, daß eine Maschine aus drey einfachen mechanischen Kräften, nämlich einem Hebel, einer geneigten Ebene und einem Flaschenzuge zusammengesetzt sey, und daß eine an dem einen Ende des Hebels angebrachte Potenz, eine doppelte Wirkung auf das andere Ende desselben thue, so daß, zum Beyspiele, ein Pfund zwey Pfunden das Gleichgewicht halte, so ist dann das Verhältnis der Potenz zu der Wirkung, wie Eins zu Zwey. Dann nehme man ferner an: daß bey der geneigten Ebene die Potenz zu der Wirkung sich wie drey zu sieben verhält, und endlich: daß bey der Rolle die Potenz sich zu der Wirkung, wie eins zu zwey verhält.

*) Die Summe zweyer oder mehrerer Verhältnisse bekömmt man dadurch, daß man die vorderen Glieder mit einander, und dann die letzteren Glieder auch mit einander multiplicirt, da dann die beyden Produkte ein Verhältniß geben, welches die Summe der gegebenen Verhältnisse genannt wird. So ist das Verhältniß von 2 zu 3, + dem Verhältniß von 2 zu 5; + dem Verhältniß von 4 zu 7, gleich dem Verhältnisse von 16 zu 105, nämlich von: 2 . 2 . 4 zu 3 . 5 . 7.

Wenn nun diese Verhältnisse alle, wie folgt, unter einander geschrieben:

1 : 2
3 : 7
1 : 2

3 : 28

und alle Vordersätze mit einander, und auch alle Hintersätze mit einander multiplicirt werden, so werden die zwey dadurch bewirkten Produkte das Verhältniß geben, das die Potenz zu der Wirkung der ganzen zusammengesetzten Maschine hat, nämlich, daß eine Potenz von drey Pfunden einer Last von acht nnd zwanzig Pfunden das Gleichgewicht halten werde.

Die Wirkung einer zusammengesetzten Maschine kann aber auch auf andere Art dadurch berechnet werden, daß man die Geschwindigkeiten der Potenz und der Wirkung vergleicht, denn sie verhalten sich umgekehrt als ihre Geschwindigkeiten zu einander, das heißt: die Potenz verhält sich zu der Wirkung, wie sich die Geschwindigkeit der Wirkung zu der Geschwindigkeit der Potenz verhält. Wenn man also findet, daß die Potenz einer gewissen Maschine sich durch 500 Fuß bewegen muß, wenn sich die Last durch einen Raum von drey Fuß bewegt: so muß man den Schluß machen: daß bey dieser Maschine eine Potenz von drey Pfunden einer Last von fünfhundert Pfunden das Gleichgewicht halten wird, und daß also ein kleiner Zusatz zu der Potenz von drey Pfunden diese in den Stand setzen wird, eine Last von fünfhundert Pfunden zu heben.

Fig. 8. Taf. VII. ist eine Maschine, die aus drey Hebeln CD, DG, GH besteht, von denen sich jeder um einen Pfahl oder eine befestigte Axe bewegt, und die so vertheilt sind, daß sie auf einander wirken können. CA, DE und GK, sey jedes einen Fuß lang, und AD, EG,

KH jedes drey Fuß lang, so wird die Last I, welche ein Pfund schwer ist, auf G an dem Ende des nächsten Hebels, einen Druck von drey Pfunden machen, und diese Kraft wird bey dem Ende D eine Wirkung hervorbringen, die dreymal drey, oder neun Pfunden gleich ist. Und da nun das Ende D des dritten Hebels CD mit einer Kraft von neun Pfunden niedergedrückt wird, so wird es einer an dem entgegengesetzten Ende C befindlichen Last W, welche dreymal neun, oder sieben und zwanzig Pfund schwer ist, das Gleichgewicht halten, oder sie schwebend erhalten, und schon ein geringer Zusatz von Kraft an dem Ende H, wird die Maschine in den Stand setzen, die Last W aufzuheben *).

Man kann die Wirkung bey dem Ende C dadurch bis zu jedem beliebigen Grade vermehren, daß man die Zahl der Hebel oder die Differenz der Länge zwischen den beyden Theilen eines jeden Hebels vermehrt. Allein diese Maschine hat doch auch den großen Fehler, daß das Ende C mit der Last W nur sehr wenig kann gehoben werden.

*) Die Wirkung dieser zusammengesetzten Maschine kann, der vorhergehenden Regel gemäß dadurch berechnet werden, daß man das Verhältniß zwischen der Potenz oder Kraft, und der Wirkung eines jeden der drey Hebel bestimmt, und dann die Vordersätze mit einander, und die Hintersätze auch mit einander multiplicirt, da denn die Produkte die Frage beantworten. Da sich in dem oben gegebenen Beyspiele die beyden Theile eines jeden Hebels wie eins zu drey verhalten, so giebt dies:

I	:	3
I	:	3
I	:	3
1	:	27

welches zeigt, daß, um ein Gleichgewicht zu machen, die Kraft I sich zu der Last W wie eins zu sieben und zwanzig verhalten müsse. Wie es auch im Text angegeben ist. Eben so kann man auch mit andern Maschinen verfahren.

Fig. 9. Taf. VII. stellt eine Verbindung von vier Rollen dar, von denen drei beweglich sind, die eine aber befestigt ist. Allein diese zusammengesetzte Maschine kann man nicht als eine einfache mechanische Potenz ansehen, weil nicht blos ein Seil über alle Rollen läuft. Sie ist also blos eine Wiederholung einer und derselben mechanischen Potenz.

Drey Seile werden an dem Baume EF bey G, H und K befestiget. Das erste geht um die Rolle A nach dem Kloben, an welchem die Last W befestigt ist, und ist dann in den Haken des Klobens B angehängt. Das zweite Seil läuft um die Rolle B, und ist an dem Haken des Klobens C befestiget. Das dritte Seil läuft um die Rolle C, und auch um die befestigte Rolle D und hält das Gegengewicht oder die Potenz I.

Da die Rolle D an dem Baum befestigt ist, so thut sie weiter nichts, als daß sie die Richtung der Bewegung verändert. Wenn daher die Potenz I ein Pfund wiegt, so wird sie einer an dem Kloben der Rolle C befestigten Last von drey Pfunden das Gleichgewicht halten. Dann wird die Rolle C, da sie mit einer Potenz von zwey Pfunden wirkt, einer an dem Kloben der Rolle B befestigten Last von zweymal zwey oder vier Pfunden, das Gleichgewicht halten, und diese wird einer Last von zweymal vier oder acht Pfunden, die an dem Kloben der Rolle A befestigt ist, das Gleichgewicht halten, so daß die Potenz I nur um ein Geringes schwerer, als ein Pfund zu seyn braucht, um eine Last von acht Pfunden zu heben.

Allein diese Maschine hat mit der vorigen einerley Fehler; die Last W kann nur um ein sehr Weniges gehoben werden.

Fig. 10. Taf. VII. stellt eine Verbindung von fünf Rädern A, B, C, D, E dar, von denen sich jedes um eine Mittelpunktaxe dreht, die man sich in einem unbeweglichen Gestelle befestigt denken muß. Diese Räder sind auf folgende Art mit einander verbunden: An dem Rade A ist ein anderes kleines, mit ihm konzentrisches Rad oder Getriebe O befestigt. Dieses Getriebe ist mit Zähnen versehen, die, wenn das Rad bewegt wird, in die Zähne des nächsten Rades eingreifen, so wie auch dieses wieder ein Getriebe hat, das auf dieselbe Art auf das nächste Rad wirkt, und so fort die übrigen Räder, das letzte ausgenommen, das statt des Getriebes eine Axe hat, um welche herum sich ein Seil windet, an welches die Last W angehängt ist. — Die Potenz I ist an dem Umfange des ersten Rades angebracht.

Diese Maschine ist im Grunde einerley mit dem Rade an der Axe, denn das Getriebe eines jeden der einzelnen Räder ist in der That seine Axe, nur mit dem Unterschiede, daß es, anstatt unmittelbar, wie jenes, vermittelst eines Seiles auf die Last zu wirken, immer seine Kraft auf das nächste Rad vermittelst seiner Zähne ausübt.

Der Umfang eines jeden Rades sey fünfmal dem Umfange seines Getriebes gleich. Dann wird, wenn eine Last von einem Pfunde I an den Umfang des Rades A gehängt wird, das Getriebe desselben O, auf den Umfang des zweyten Rades mit einer Kraft wirken, die fünfmal der Kraft I, oder fünf Pfunden gleich ist, und diese Kraft von fünf Pfunden an dem Umfange des zweyten Rades, wird das Getriebe desselben in den Stand setzen, auf den Umfang des dritten Rades mit einer Kraft zu wirken, die fünfmal fünf, also fünf und zwanzig Pfunden gleich ist. Auf eben die Art wird der Umfang des dritten Rades sein Getriebe in den Stand setzen, auf den Umfang des vierten Rades

mit einer Kraft zu wirken, welche fünfmal fünf und zwanzig, also 125 Pfunden gleich ist, und folglich wird, wenn diese Kraft an dem Umfange des vierten Rades angebracht wird, das Getriebe desselben auf den Umfang des letzten Rades mit einer fünfmal hundert und fünf und zwanzig, oder sechshundert und fünf und zwanzig Pfunden gleichen Kraft wirken, und diese Kraft wird einer Last W von fünfmal sechshundert und fünf und zwanzig, also von dreytausend ein hundert und fünf und zwanzig Pfunden, das Gleichgewicht halten; die Potenz 1 von einem Pfunde also, wird der Last W von 3125 Pfunden das Gleichgewicht halten.

Fig. 11. Taf. VII. stellt eine Maschine dar, die aus einem Hebel, einer Schraube und dem Rade an der Axe zusammengesetzt ist. Der Hebel A B wird durch einen Menschen vermittelst der Umdrehung der Handhabe A in Bewegung gesetzt. So wie nun der Hebel A B die Axe mit der Schraube D, (welche Stücke alle an einander befestigt sind) umdreht, so bewegt die Schraube D, indem sie in die Zähne des Rades C eingreift, dieses um seine Axe E, wodurch dann die Last W, je nachdem der Hebel vorwärts oder rückwärts gedreht wird, in die Höhe gezogen oder niedergelassen werden kann. Nimmt man hiebey die Potenz, die der Maschine vermittelst der Hand mitgetheilt wird, einem Pfunde gleich, an, so wird, wenn der Umfang, welcher von der Handhabe A beschrieben wird, hundertmal der Entfernung eines Schraubenganges der Schraube D, von dem andern gleich ist, diese Schraube auf den Umfang des Rades C mit einer Kraft, welche hundert Pfunden gleich ist, wirken; und wenn sich der Durchmesser des Rades C zu dem Durchmesser der Axe E wie acht zu eins verhält, dann wird die Potenz von hundert Pfunden an dem Umfange des Rades C mit einer Kraft, welche achtmal hundert, also acht hundert Pfunden gleich

ist, auf den Umfang der Axe E, um welche sich das Seil der Last W gewunden, wirken; woraus sich ergiebt, daß man vermittelst dieser Maschine mit einer Last oder einer Potenz von einem Pfunde, einer Last von achthundert Pfunden das Gleichgewicht halten kann.

Eine Schraube, wie die Schraube D, welche so angebracht ist, daß sie sich blos um eine Axe dreht, ohne sich vor- oder rückwärts zu bewegen, und die immer in die Oberfläche eines Rades wie C eingreift, nennt man gewöhnlich eine Schraube ohne Ende.

Fig. 12. Taf. VII. stellt einen verbesserten Krahn zur Hebung von Gütern oder anderen schweren Lasten dar. Ich habe die Beschreibung desselben aus dem Anhange zu Fergusons Vorlesungen entlehnt, und habe sie andern Beschreibungen ähnlicher Maschinen aus zwey Gründen vorgezogen. Erstlich: wegen der Verbesserungen, die diese Maschine bekommen hat, die den Verfertigern von dergleichen Maschinen beweisen, daß sie ihr Augenmerk dabey auf eine Menge auf einander Bezug habender Gegenstände richten müssen, wenn sie dergleichen Maschinen verfertigen wollen, und zweytens: um den Leser mit der Bedeutung der vorzüglichsten, in der Mechanik üblichen Kunstwörter bekannt zu machen.

A ist das große Rad dieser Maschine, und B dessen Axe, um welche sich das Seil C windet. Dieses Seil läuft über eine Rolle D, welche an dem Ende des Armes, Krahnbalkens, oder des hervorragenden Queerbaums E angebracht ist, und zieht, wenn die Kurbel *) G herumgedreht wird, die Last F in die Höhe. H ist das

*) Ein Instrument mit einer gekrümmten Handhabe, um etwas herum zu drehen.

größeste von den daran befindlichen Kammrädern *), I das nach ihm folgende, und K ist die Axe des kleinsten Kammrades, das von dem aufwärts stehenden Träger L verdeckt wird. Noch ein Kammrad M, wird durch das große Rad gedreht, und an seiner Axe ist das Aushebe- oder Sperrrad **) N befestiget, in dessen Zähne der Sperrhaken O fällt. P ist der Hebel, von dem aus ein an ihm befestigtes Seil QQ, über die Rolle R zu dem Sperrhaken läuft, an dem es mit seinem anderen Ende befestiget ist. S ist ein elastischer hölzerner Riegel, der an dem einen Ende auf den Boden aufgeschraubt ist, und von seinem anderen Ende geht ein Seil, (das man aber in der Abbildung nicht sehen kann) nach dem entfernteren Ende des Hebels hin bis zu der Axe, wo es sich um den aufrecht stehenden Träger T wickelt. Der Nutzen, den dieser Riegel leistet, besteht darinn, daß er den Hebel in die Höhe hält und dadurch verhütet, daß er sich nicht an der Spitze des Rades V reibe, und auch, daß er den Sperrhaken in den Zähnen des Sperrrades erhalte. Indessen würde ein an das äußerste Ende des Hebels gehängtes Gewicht eben die Dienste thun, als dieser elastische Riegel und das Seil.

*) Ein kleines Rad, das durch die Zähne eines großen Rades gedreht wird, das, je nachdem es anders gestaltet ist, auch andere Benennungen bekömmt. Es wird Getriebe genannt, wenn es länglich ist, und die Zähne länger sind, als der innere feste Theil; und die Zähne heißen dann die Blätter des Getriebes. Ist dies Rad gestaltet wie das, was bey H abgebildet ist, so heißt es ein Kammrad, oder auch der Trilling, oder die Trommel.

**) Ein Sperrad ist ein Rad, an dem gewöhnlich die Zähne alle nach einerley schiefen Richtung stehen, zwischen welche ein fester Körper, den man den Sperrer, Sperrhaken oder Fanger nennt, beym Umdrehen des Rades fällt, wodurch bewirkt wird, daß es sich nicht rückwärts drehen kann, indem es der eingefallene Sperrer daran verhindert.

Wenn der Hebel niedergezogen wird, so hebt er den Sperrhaken von dem Sperrrade vermittelst des Seiles QQ aus, und läßt dadurch die Last F frey, daß sie niederwärts gehen kann. Wird aber der Hebel ein wenig weiter niedergezogen, als nöthig ist, um den Sperrhaken O aus dem Sperrrade N auszuheben, so wird er gegen das Rad V stoßen, und dadurch das zu schnelle Niederfallen der Last hindern, und wenn er gar zu stark niedergezogen wird, so wird er die Last ganz hemmen. Würde derjenige, der den Hebel niederzieht, ihn unvorsichtiger Weise fahren lassen, so würde ihn der elastische Riegel plötzlich in die Höhe werfen, und der Sperrhaken würde niederfallen und die Maschine hemmen.

WW sind zwey auf der Axe oder dem oberen Zapfen des Krahnbalkens E, aufrecht stehende Walzen. Ihr Zweck ist, das Seil über sie laufen zu lassen, wenn der Krahnbalken nach irgend einer Seite soll gedreht werden, um die Last dahin zu bringen, wohin man sie haben will.

Anmerkung. Die Walzen müssen so eingerichtet und angebracht werden, daß, wenn das Seil C an seinen beyden äußersten Enden straff ausgestreckt wird, die Hälfte der Stärke des Seils senkrecht über den Mittelpunkt des oberen Zapfens gehe, weil nur bey einer solchen Richtung der Walzen, die Länge des Seils zwischen der Rolle D in dem Krahnbalken und der Axe des großen Rades B in jeder Lage des Krahnbalkens immer dieselbe bleiben, und man auch den Krahnbalken in jeder beliebigen Lage, in die man ihn beym Drehen gebracht hat, erhalten könne.

Sollte etwa eins von den Kammrädern beym Umdrehen der Kurbel, wenn man den Krahnbalken in Thä-

figkeit setzen will, stocken, so kann man es abnehmen, wenn man den Zapfen an der Welle des Kammrads herauszieht und das hinter dem äußeren Träger derselben angebrachte dicke Stück Holz ein wenig aufhebt. Doch ist dies nicht immer nöthig, weil das Kammrad, da es an seiner Welle keine andere Friction leidet, als die eine Folge seiner eigenen Schwere ist, durch das große Rad ohne einen merklichen Widerstand wird umgedreht werden.

Diese Maschine muß im Inneren eines Gemaches so angebracht werden, daß der Krahnbalken von da auf die Straße herausgeht, damit man die Last nach Belieben durch Umdrehung der Kurbel G der Kammräder, in die Höhe heben könne.

Bey diesem Krahne wirken vier verschiedene Potenzen. Die drey Kammräder H I K sind, jedes mit einer von der des anderen verschiedenen Anzahl von Zähnen versehen; das größeste hat deren vier und zwanzig; das mittlere zwölf, und das kleinste sechs. Das große Rad A hat sechs und neunzig Zähne. Wenn also das größere Kammrad viermal umgedreht wird, so läuft das große Rad einmal um, das mittlere Kammrad achtmal, und das kleinste sechzehnmal. Die Kurbel G kann man, je nachdem es nöthig ist, auch an die Axe eines anderen Kammrades stecken, um immer dasjenige umdrehen zu können, dessen man nach Beschaffenheit der Umstände bedarf, und von dem man glaubt, daß es die Potenz hervorbringen werde, die eben mit der Last im Verhältnisse steht. Die Kurbel muß so lang seyn, daß ihre Handhabe bey einer jedesmaligen Umdrehung einen Kreis beschreibt, der dem Umfange der Axe oder der Welle B des Rades, diesen zweymal genommen, gleich ist; so daß die Länge der Kurbel die Potenz, die man durch jedes Kammrad gewinnt, verdoppelt.

Wird die Kurbel an die Welle des größesten Kammrades gesteckt und viermal umgedreht, so wird dadurch das Rad und die Axe einmal umgedreht; und da der Kreis, den die Potenz, welche die Kurbel dreht, beschreibt, bey einer jeden Umdrehung den Umfang der Axe zweymal genommen beträgt, wenn man die Dicke des Seils mit in Rechnung bringt, so dreht sich die Potenz durch achtmal mehr Raum herum, als die Last gehoben wird. Es kann also, (wenn man etwas wegen der Friction abrechnet,) ein Mann durch Hülfe dieses Krahns achtmal mehr Last heben, als er ohne denselben, blos durch seine natürliche Kraft heben würde; indem sich in diesem Falle die Potenz zu der Last, wie 8 zu 1 verhält.

Legt man die Kurbel an der Welle des zweyten Kammrades an, so verhält sich die Potenz zu der Last, wie 16 zu 1, weil sie sich sechzehnmal schneller bewegt, als die Last.

Wird die Kurbel an die Welle des kleinsten Kammrades gesteckt und umgedreht, so verhält sich die Potenz zur Last, wie 32 zu 1.

Sollte aber die Last auch selbst für diese Potenz noch zu schwer zu heben seyn, so kann man die Potenz dadurch verdoppeln, daß man die Last durch einen von den Theilen eines doppelten Seiles, das unter einer, in einem beweglichen Kloben, der an der Last unter dem Krahnbalken angehakt ist, laufenden Rolle herumgeht, in die Höhe zieht. Und dieser Fall ist durch die Figur vorgestellt. Dann verhält sich die Potenz zur Last, wie 64 zu 1. Während die Last in die Höhe gezogen wird, dreht sich das Sperrrad N allmählig unter dem Sperrhaken um, und dieser fällt dabey nach und nach in die Zähne desselben ein, und verhindert so das Rückwärtsge-

hen des Krahns, und hält auch die Last, daß sie nicht zurückfällt, wenn etwa derjenige, welcher die Kurbel dreht, damit von ohngefähr plötzlich inne halten oder ausruhen sollte, ehe die Last völlig in die Höhe gezogen wäre.

Will man die Last niederlassen, so drückt man das Endtheil des Hebels Z niederwärts, wodurch der Sperrhaken des Sperrrades ausgehoben wird, und also die Last abwärts gehen kann. Sollte dies aber mit zu großer Geschwindigkeit geschehen, so drückt man den Hebel noch ein wenig weiter nieder, so daß er gegen das runde Rad V stößt, wodurch bewirkt wird, daß man die Last so langsam, als man will, niederlassen kann, und drückt man ihn noch etwas stärker nieder, so kann man die niedergehende Last an jeder beliebigen Stelle aufhalten. Läßt man aber zufällig den Hebel ganz fahren, so fällt der Sperrhaken sogleich ein, und hemmt sowohl die Last, als auch die ganze Maschine.

Bey dem Bau und der Zusammensetzung von Maschinen überhaupt können mehrere Fragen aufgeworfen werden, wohin zuvörderst diejenigen gehören, welche die Wahl der Potenz und die Bestimmung der Größe derselben betreffen, nämlich: ob man die Kraft des Windes, oder des Wassers, oder eines Menschen vorziehen müsse? und dann: wie sich der Werth oder die Größe einer jeden dieser Potenzen verhalte?

Ich werde hier nur kurz die gewöhnliche Schätzung des Werthes der Kräfte derjenigen vorzüglich wirkenden Potenzen, die ich im Anfange dieses Kapitels genannt habe, angeben, und mich über die Kraft des Windes, des Wassers und der Dämpfe weiter ver-

breiten, wenn ich zur Erklärung der Eigenschaften der Luft, der Wasserdämpfe u. s. w. kommen werde.

Diejenige Potenz oder Kraft, welche auf die leichteste Art als bewegende Kraft einer Maschine kann gebraucht werden, und deren Wirkung auch am gleichförmigsten ist, ist das bloße Gewicht, wie es bey den Uhren, bey Bratenwendern und anderen Maschinen gebraucht wird. Allein diese Art der Potenz muß von Zeit zu Zeit erneuert werden, das heißt: sie muß aufgezogen oder aufgewunden werden, weshalb sie auch gewöhnlich da gebraucht wird, wo die Bewegung langsam seyn soll, und vorzüglich, wenn eine regelmäßige Bewegung erforderlich ist.

Die Kraft des fließenden Wassers und die des Windes ist, wenn die Lage des Ortes die Benutzung davon gestattet, sehr stark, und diese Elemente sind sehr vortheilhafte Beweger der Maschienen, besonders der Mühlen, der Pumpwerke, der Sägemaschienen u. s. w. Man kann sie anwenden, die größesten Maschienen in Thätigkeit zu setzen. Das Flußwasser ist dem Winde vorzuziehen, weil es anhaltender und gleichförmiger wirket.

Auch der Dampf von siedendem Wasser ist ein sehr mächtiges Agens, und die neueren Verbesserungen, welche mehrere sinnreiche Mechaniker in England in dieser Rücksicht gemacht haben, bewirkten, daß man es daselbst von den kleinsten Maschienen an bis zu den größesten anwendet. Die Benutzung dieser Kraft erfordert eine sehr genaue Einrichtung des Mechanismus, und ist mit einem beträchtlichen Aufwande von Brennmaterial verbunden, welche beyde Erfordernisse man nicht immer befriedigen kann.

Die Feder ist ebenfalls eine nützliche und bequeme bewegende Kraft. Allein auch sie muß, wie das

Gewicht, nach einer gewissen Zeit wieder aufgewunden oder gespannt werden, nämlich, wenn sie ganz abgespannt ist. Daher wird auch sie gewöhnlich in solchen Fällen gebraucht, wo nur eine langsame Bewegung, wie bey Taschenuhren, Tischuhren u. d. m. erforderlich ist. Allein diese Art von Kraft ist doch auch von dem Gewichte in Ansehung eines sehr merkwürdigen Umstandes verschieden, nämlich: daß ihre Wirkung nie gleichförmig ist. Sie ist am stärksten, wenn die Feder am stärksten gespannt ist, und wird in eben dem Verhältnisse schwächer, in welchem die Feder sich abspannt.

Man hat sich seit langer Zeit eines ganz eigenen Mittels bedient, diesem Mangel abzuhelfen und die Wirkung der Feder gleichförmiger und wirksamer zu machen, welches folgendes ist: Ein hohler Kegel mit Rinnen, die spiralförmig um ihn herumlaufen, steckt an einem festen Stücke Metalls, wie Fig. 13. Taf. VII. das mit einer Axe oder Welle AB versehen ist, um welche er sich in dem Inneren der Maschine dreht. Er steht mit einem Rade g in Verbindung, dessen Zähne auf die anderen Räder der Maschine wirken. Dieser spiralförmige Kegel wird die Schnecke genannt, und dient, die Wirkung der Feder gleichförmig zu machen. Er ist mit der Feder, die aber nicht abgebildet ist, vermittelst einer Kette F in Verbindung gesetzt, indem das andere Ende derselben, an dem untersten Theile der Schnecke d befestigt ist. Wenn diese Schnecke so umgedreht wird, daß sich die Kette auf sie windet, so wird dadurch die Feder aufgezogen oder gespannt, und überläßt man dann die Maschine sich selbst, so nöthiget die Kraft der Feder, dadurch daß sie auf die Kette drückt, die Schnecke sich um ihre Axe oder Welle, in einer der Richtung, in welcher sie aufgezogen worden, entgegengesetzten Richtung zu drehen. Wenn nun die Feder bis zu dem kleinsten Theil c der Schnecke, welcher

derjenige ist, der der Welle am nächsten ist aufgewunden worden, wo eine größere Kraft erfordert wird, um eine Wirkung hervorzubringen, so drückt die Feder mit ihrer größten Gewalt auf die Kette, weil sie dann am stärksten gespannt ist und wenn die Feder nur um den unteren und breiteren Theil der Schnecke aufgewunden ist, wo eine geringere Kraft erfordert wird, um die erwähnte Wirkung hervorzubringen, so wirkt die Feder mit einer geringeren Kraft auf die Kette, weil sie dann weniger gespannt ist. Es wird daher die abnehmende Kraft der Feder dadurch kompensirt, daß die Kette dagegen mit zunehmender Kraft auf die Welle AB wirkt, daher wirken die Zähne des Rades G immer mit einem gleichen Grade der Kraft auf das nächste Rad und so wird die Bewegung der Maschiene immer in einem gleichförmigen Gange erhalten. Diese Art des Mechanismus wird fast allgemein bey Verfertigung der Taschen- und Federuhren überhaupt angewendet.

Die letzte noch zu erwähnende Kraft ist die natürliche Stärke lebendiger Wesen; jedoch schränke ich mich in dieser Rücksicht blos auf Menschen und Pferde ein, und nur von ihnen will ich das Merkwürdigste hier beybringen.

Die Schriftsteller, die über die Mechanik geschrieben haben, sind nicht ganz einig über die Bestimmung des niedrigsten Grades der Kraft eines Menschen, und es ist auch nicht wohl möglich, wenn man bedenkt, wie verschieden die Constitution des Menschen nach der Verschiedenheit des Klima, der Nahrung und anderer Umstände ist. Ueberhaupt rechnet man, daß ein Mann von gewöhnlicher Stärke im Stande sey eine Last von sechshundert Pfunden, das Pfund zu sechzehn Unzen gerechnet, in einer Minute zehn Fuß hoch zu heben und in dieser

Beschäftigung von 24 Stunden, zehn Stunden es aushalten, oder eine andere, dieser gleiche Arbeit verrichten könne. Ich bin indessen geneigt zu glauben, daß diese Angabe eher zu hoch als zu niedrig ist.

Durch eine verständige Anwendung der menschlichen Kraft, kann in einigen Fällen die Wirkung erhöht werden, so wie im Gegentheile eine ungeschickte Anwendung derselben, die Wirkung schwächt. Wenn, zum Beyspiele, zwey Menschen an einem Haspel oder einer Welle vermittelst Handhaben oder Hebel drehen, so werden sie im Stande seyn eine Last von siebenzig Pfunden leichter zu ziehen, als ein Mensch eine Last von dreyßig Pfunden, voraus gesetzt, daß die Handhaben oder Hebel in rechten Winkeln gegen einander stehen.

In horizontaler Richtung kann ein Mensch nicht über 70 bis 80 Pfund ziehen, weil er in diesem Falle nur die Hälfte des Gewichtes seines Körpers anwenden kann. Dies soll aber, wohl gemerkt, nicht heißen, daß ein Mensch nicht einen Karren oder Wagen, der mehr als achzig Pfund wäge, ziehen könnte; denn die Last des Karren wird durch den Boden oder die Erde unterstützt; sondern ich will hier blos sagen, daß ein Mensch nicht im Stande sey einen solchen Wagen zu ziehen, der, um fortbewegt zu werden, eine Kraft von mehr als achzig Pfund erfordere.

Wenn ein Mensch ohngefähr 140 Pfund wiegt, so kann er, um etwas in einer mit seinen Schultern horizontalen Höhe fortzustoßen, keine größere als eine 27 Pfunden gleiche Kraft anwenden.

Man rechnet im Allgemeinen, daß ein Pferd so viel thun könne als fünf Menschen.

Ein Pferd zieht dann mit dem größesten Vortheile, wenn die Direktionslinie ein wenig über den Horizont erhöht ist und die Kraft gegen seine Brust wirkt.

Man rechnet, daß ein Pferd im Stande sey, gegen einen Widerstand von 200 Pfunden drittehalb Meilen in einer Stunde zu ziehen und diese Kraft-Ausübung in vier und zwanzig Stunden acht Stunden lang fortzusetzen.

Die Stärke des Pferdes so wie des Menschen, wird mehr oder weniger wirksam gemacht, je nachdem sie geschickt oder ungeschickt; zweckmäßig oder unzweckmäßig angewendet wird. Einer steilen Anhöhe hinan können fünf Menschen eine weit größere Last fahren, als ein Pferd, ja Menschen werden sehr steilen Anhöhen hinauf immer noch einige Last zu tragen im Stande seyn, wo das Pferd nicht vermögend ist, seine eigene Last zu tragen und fortzubringen. In Mühlen und bey anderen Maschienen, bey denen die kreisförmige Bewegung eines Pferdes gebraucht wird, darf der Durchmesser der kreisförmigen Bahn nicht kleiner als 25 oder 30 Fuß seyn, sonst wird die Bewegung weder sehr vortheilhaft, noch dem Thiere angenehm seyn.

Die Größe einer Potenz oder Kraft betreffend, ist zu bemerken, daß bey der wirklichen Anwendung einer Bewegungskraft bey irgend einer Art von Maschienen es nicht genug sey, eine Kraft anzuwenden, die blos hinreichend ist, das Hinderuis zu überwinden oder die verlangte Wirkung hervorzubringen, sondern daß man dazu eine solche Kraft brauchen müsse, die die verlangte Wirkung auf die möglichst vortheilhafteste Art thut. Zum Beyspiele: Wenn eine an einer Maschiene angebrachte Potenz von Einem Pfunde, eine gewisse Wirkung in einer Stunde hervorbringen wird, und dagegen eine Potenz

von zwey Pfunden dieselbe Wirkung mit der nämlichen Maschiene in zwanzig Minuten hervorbringen würde, so ist es einleuchtend, daß die Anwendung der letztern Potenz vortheilhafter seyn würde, als die der ersteren. Denn obgleich die letztere Potenz noch einmal so schwer ist, als die erstere, so braucht sie doch weniger als die Hälfte der Zeit, welche die erstere nöthig hat, um eine und dieselbe Wirkung hervorzubringen. „So daß die zur Bewegung einer Maschiene vortheilhafteste Potenz diejenige ist, welche, wenn sie mit der Zeit, die sie braucht um eine bestimmte Wirkung zu thun, multiplicirt wird, das kleinste Produkt giebt.“

Was die Friction betrifft, so muß man besonders zwey Punkte bemerken, nämlich den Verlust an Kraft, der dadurch bewirkt wird, und die Mittel, die man angewendet hat und noch anwendet, um ihre Wirkung zu schwächen.

Auf einer horizontalen Ebene sollte eigentlich jeder Körper durch die Anwendung der geringsten Kraft auf derselben fortbewegt werden können; allein dies ist nicht der Fall. Die vornehmsten Ursachen, welche machen, daß man eine größere oder geringere Quantität der Kraft darauf verwenden muß, sind: 1) die Rauhigkeit der auf einander liegenden Oberflächen; 2) die Unregelmäßigkeit der Gestalt, die ihren Grund entweder in der fehlerhaften Bearbeitung hat, oder von dem Drucke des einen Körpers auf den andern herkömmt; 3) eine Anziehung, die nach der Natur der Körper, die auf einander wirken, mehr oder weniger stark ist; und 4) die Dazwischenkunft fremder Körper, wie zum Beyspiele Feuchtigkeit, Staub u. s. w. ist.

Es sind unzählige Versuche gemacht worden, um die Größe der Hemmung oder der Reibung, die unter gewissen Umständen statt hat, zu bestimmen. Allein die Resultate anscheinend ähnlicher Versuche, die von verschiedenen Männern sind angestellt worden, stimmen nicht überein; auch ist es nicht wahrscheinlich, daß sie dies je werden, weil der geringste Unterschied in Ansehung der Glätte oder Politur, oder der Härte, oder irgend eines der vielen dabey Einfluß habenden Umstände, ein verschiedenes Resultat giebt. Daher können keine gewissen und bestimmten Regeln in Ansehung der Friction oder Reibung angegeben werden.

Wenn ein Körper auf einen anderen Körper gelegt und bald darauf auf der Oberfläche desselben bewegt wird, so wird man dazu einen geringeren Grad von Kraft nöthig haben, als wenn der Körper, ehe er bewegt wird, eine Zeit lang darauf liegen bleibt. Der Grund davon liegt in einer wirklichen Veränderung der Gestalt, die, nach Beschaffenheit der Körper in kürzerer oder längerer Zeit bewirkt wird. So hat der höchste Grad der Anhängung zwischen Holz und Holz schon in wenig Minuten statt und zwischen Metall und Metall fast unmittelbar. Wenn man einen harten und schweren Körper auf einen weicheren legt, so nimmt zuweilen die Anhängung Tage und Wochen lang zu.

Wenn ein Kubikfuß von weichem Holz, der acht Pfund schwer ist, auf einer horizontalen Fläche in einer Sekunde drey Fuß fortbewegt wird, so beträgt die Potenz oder Kraft, die zu seiner Bewegung erforderlich und die der Friction gleich ist, zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{3}$ des Gewichtes des Würfels. — Ist das Holz hart, so beträgt die Friction zwischen $\frac{1}{7}$ und $\frac{1}{8}$ des Gewichtes des Würfels.

Je weicher oder rauher überhaupt die Körper sind, desto größer ist ihre Friction. Indessen, wenn zwey höchst fein polirte Stücken Metall mit einer großen Berührungs-Oberfläche auf einander gelegt werden, so hängen sie viel stärker zusammen, als wenn sie nicht so gut polirt sind.

Eisen oder Stahl bewegt sich am leichtesten in Kupfer; andere Metalle verursachen, wenn sie auf einander wirken, eine größere Friction.

Die Friction nimmt, wenn alles übrige gleich ist, mit der Last des oben liegenden Körpers und fast in dem nämlichen Verhältnisse zu.

Auf die Friction oder Hemmung, die von dem Umliegen der Seile um Maschienen entsteht, haben eine Menge von Umständen Einfluß, zum Beyspiele: die besondere Beschaffenheit derselben, die Temperatur der Atmosphäre und der Durchmesser oder die Krümmung der Oberfläche, auf welcher sie angewendet werden. Bleiben aber andere Umstände die nämlichen, so nimmt die Schwierigkeit ein Seil umzuschlagen, mit dem Quadrate seines Durchmessers und auch mit seiner Ausspannung zu und wird im Gegentheile in eben dem Verhältnisse geringer, in welchem der Halbmesser der Krümmung des Körpers, um den es gelegt wird, zunimmt.

Unter allen einfachen mechanischen Potenzen ist der Hebel der schwächsten Friction unterworfen.

Bey einem Rade verhält sich die Friction an der Axe wie die Last, die darauf liegt, wie der Durchmesser der Axe und wie die Geschwindigkeit der Bewegung. Diese Art der Friction ist aber im Ganzen nicht stark, vor-

ausgesetzt jedoch, daß die Maschiene gut gebaut sey. — Bey gewöhnlichen Rollen, besonders bey den kleinen, ist die Friction sehr stark. Sie nimmt in demselben Verhältnisse zu, in welchem die Axe, die Geschwindigkeit und der Durchmesser der Rolle zunimmt. Mit dem beweglichen Seilwerke oder Kloben von fünf Rollen, wird eine bloße Potenz von 150 Pfunden im Stande seyn, eine Last von 500 Pfunden aufzuziehen.

Die Schraube ist einer ziemlich starken Friction unterworfen, so daß die Potenz, die bey ihr muß angewendet werden, um eine gegebene Wirkung hervorzubringen, wenigstens noch einmal so groß seyn muß, als sie eine Berechnung angiebt, bey der die Friction nicht mit in Anschlag gebracht ist. Die Art des Baues der Schraube hat einen beträchtlichen Einfluß auf den Grad der Friction bey derselben; indem davon viel auf die Rechnung der Dicke der Schraube; der Entfernung zwischen ihren Gängen (threads) und der Gestalt dieser Gänge kömmt; da die viereckigen Gänge, wie sie bey Fig. 14. Taf. VII. abgebildet sind, viel weniger Friction machen, als die scharfen in Fig. 6 und 7. der nämlichen Tafel.

Die Friction, die mit dem Gebrauche des Keils verbunden ist, übertrifft aber überhaupt die Friction, der alle andere einfache mechanische Kräfte unterworfen sind. Ohne andere Umstände in Anschlag zu bringen, hängt die Stärke derselben so sehr von der Beschaffenheit des Körpers ab, auf welchen der Keil angewendet wird, daß es nicht möglich ist, den Grad derselben im Allgemeinen zu bestimmen.

Die Friction schwächt nicht blos die Wirkung mechanischer Maschienen, oder, welches einerley ist, sie verursacht nicht blos einen Verlust an Kraft, sondern sie ist

auch mit Durchreibung und Abnutzung der vornehmsten Theile der Maschiene verbunden und verursacht noch überdieß einen beträchtlichen Grad von Hitze und selbst wirkliches Feuer. Es ist also für die Mechanik höchst wichtig Mittel ausfindig zu machen, die Wirkungeu der Friction, wo nicht ganz hindern, doch wenigstens vermindern zu können.

Bey zusammengesetzten Maschienen kann die Hemmung, die durch die Friction oder Reibung entsteht, blos vermittelst wirklicher Versuche bestimmt werden. Man kann zwar auf jede einzelne zusammengesetzte mechanische Kraft etwas aufrechnen, allein jeder Irthum, den man bey der Berechnung der Friction der einzelnen Kräfte begeht, wird so sehr durch die anderen Theile vermehrt, daß die Berechnung meistens unrichtig ausfällt. Ueberdies kömmt dabey viel auf die Art der Ausführung des Werkes an, dessen gute oder schlechte Beschaffenheit man erst durch die Erfahrung kennen lernt. Anfänger pflegen gewöhnlich zu viel oder zu wenig von einem Mechanismus zu erwarten. — Im Allgemeinen kann man blos sagen, daß bey zusammengesetzten Maschienen wegen der Friction wenigstens ein Drittheil der Kraft verlohren geht.

Um den wichtigen Zweck der Verminderung der Friction zu erreichen, bedient man sich einer zwiefachen Methode; man bringt nämlich öhlichte oder fettigte Substanzen zwischen die Theile der Maschiene, die sich an einander reiben, oder man braucht besondere mechanische Mittel.

Baumöl ist die beste und vielleicht einzige Substanz, die bey kleinen Werken wie die Taschenuhren und anderen Uhren sind, wenn sich Metall an Metall reibt, kann gebraucht werden; bey großen Maschienen aber, ist das Oel dem Herabfließen ausgesetzt, wenn man es nicht durch

eine besondere Vorrichtung zurückhält; daher braucht man bey großen Werken meistens Unschlitt oder irgend eine andere Art von Fett, welches sowohl bey Metall als auch beym Holze anwendbar ist. Im letzten Falle bedient man sich auch oft des Theers.

Bey zarten hölzernen Werken, wo sich ein Stück Holz in oder auf Holz reibt oder eine hölzerne Axe sich in Holz drehen muß, wird die Bewegung dadurch sehr erleichtert, daß man fein gepülvertes Reisblei (black lead) zwischen die Theile, die sich aneinander reiben, streut, welches eine reinliche und dauerhafte Substanz zugleich ist.

Obgleich das Baumöl die beste und einzige Substanz ist, die man bey zarten mechanischen Werken anwenden kann, so läßt sich doch auch manches dagegen sagen. Wenn Oel mit Kupfer in Berührung kömmt, so wird es leicht ranzigt, in welchem Zustande es allmählig das Kupfer anfrißt. Es bleibt nicht unter jeder Temperatur gleich flüßig und wird immer dicker und folglich weniger geschickt die Bewegung der Theile zu erleichtern u. s. w. So gering auch diese Mängel bey dem ersten Anblicke scheinen mögen, so sind sie doch bey zarten Werken von einer so großen Wichtigkeit, daß die veränderliche Beschaffenheit des Oehls gegenwärtig, wo nicht die einzige, doch die hauptsächlichste Ursache zu seyn scheint, warum man, ohngeachtet der großen Verbesserungen und Fortschritte, die man, besonders in England, in der Uhrmacherkunst gemacht hat, die Zeitmesser noch nicht zu der gewünschten Vollkommenheit hat bringen können.

Die mechanischen Mittel, die man angewendet hat und noch anwendet, die Wirkungen der Friction zu vermindern, bestehen entweder darinnen, daß man vermeidet solche Körper, die viele Friction hervorbringen, mit einander in Berührung zu bringen, oder daß man jene zylinder-

förmige Körper, die man Walzen nennt, zwischen die sich auf einander bewegenden Theile oder ganze Körper einschiebt. Diese Cylinder bekommen nach ihrer verschiedenen Größe und Anwendung die Namen der Walzen, der Frictionsräder, und der Frictionswalzen.

So endigen sich in Mühlenwerken oder anderen großen Maschienen die hölzernen Wellen der großen Räder in eisernen Zapfen, die sich in Holz, oder noch öfterer in Eisen oder Kupfer drehen, bey welcher letzteren Einrichtung weniger Friction statt hat, als wenn sich Holz in Holz dreht. In den feinsten Uhrwerken werden die Hohlungen oder Pfannen in edle Steine gemacht; manche Zapfen der Räder u. s. w. bewegen sich nämlich in ausgehölten Rubinen, oder Topasen oder anderen harten Steinarten, die, wenn sie gut gearbeitet sind, nicht dem Abnützen unterworfen sind und auch nicht viel Oel erfordern.

Um die wahre Beschaffenheit der Walzen und den Nutzen, den ihre Anwendung gewährt, recht einzusehen, muß man sich erinnern, daß, wenn ein Körper über die Oberfläche eines anderen Körpers gezogen wird, die Ungleichheiten an den Oberflächen beyder Körper gegen einander stoßen und sich einander entgegen setzen, welches auch die Hauptursache der Friction oder Hemmung ist; wird aber ein Körper wie ein Faß (cask), ein Zylinder oder eine Kugel über einen anderen Körper gerollt, so wird die Oberfläche des rollenden Körpers nicht gegen den anderen gerieben, sondern nur nach und nach damit in Berührung gebracht, oder darauf gelegt und auch eben so nach und nach wieder aufgehoben. Beym Rollen wird also die Hauptursache der Friction vermieden, außerdem daß es auch noch andere Vortheile gewährt, daher kann auch ein Körper über einen anderen, wenn es beyder Beschaffenheit erlaubt, mit ungleich geringerer Anstrengung hin

gerollt werden, als erforderlich ist, wenn man ihn über die Oberfläche desselben hinziehen will. So kann man, vermittelst untergeschobener Walzen ungeheure Balken von Zimmerholz oder Steinblöcke leicht und sicher fortrollen, die auf eine andere Art zu bewegen fast unmöglich seyn würde.

Die Gestalt und Zusammenfügung der Frictionsräder stellt Fig. 1. Taf. VIII. dar. Das Kupfer zeigt die Vorderseite einer Welle d von einem großen Rade, das sich zwischen den Frictionsrädern A, B, C bewegt. Hier bewegt sich die Spitze d der Welle, statt in einer Pfanne zu laufen, innerhalb des Umfanges dreyer Räder, von denen jedes sich um seine eigene Axe bewegt, die aber nicht mit einander verbunden sind. Alles dies gilt auch von dem entgegensetzten Endpunkte der Welle. Würde sich nun die Spitze d der Welle in einer Pfanne oder Hohlung drehen, so müßte die Oberfläche dieser Hohlung unbeweglich bleiben und die Oberfläche der Welle sich gegen dieselbe reiben, da im Gegentheile, wenn sich die Welle innerhalb des Umfanges der Räder A, B, C, bewegt, ihre Oberfläche sich nicht an dem Umfange dieser Räder zugleich reibt, sondern nur immer den Umfang eines Rades auf einmal berührt, so daß diese Art der Bewegung denselben Vorzug für dem Umdrehen der Welle in einer Pfanne oder einem hohlen Halbcylinder hat, den die Bewegung eines schweren Körpers auf Walzen für dem Fortziehen desselben auf einem bloßen Grunde hat. Bey der abgebildeten Zusammensetzung bewegt die Berührung der Welle d die Räder A B C um ihre Wellen, wobey in der That einige Friction unvermeidlich ist, allein diese Friction ist gering, denn wenn sich der Umfang der Welle d zu dem Umfange eines jeden Rades wie eins zu zwanzig verhielte, so müßte die Welle sich zwanzigmal umdrehen, indes die Frictionsräder sich nur einmal umdrehen würden.

Vor einigen Jahren wurde dieser nämliche Grundsatz von Johann Garnett, der damals in Bristol lebte, auf eine sehr sinnreiche Art auf Rollen und andere Arten der kreisförmigen Bewegung um Wellen angewendet, so daß er ein Patent über seine Erfindung erhielt. Die Anwendung derselben hat man besonders an Schiffsboorden sehr vortheilhaft gefunden, indem vermittelst derselben drey Menschen in den Stand gesetzt werden eben so viel Last zu ziehen als fünf Menschen vermittelst einer gleichen Anzahl von Rollen von gewöhnlicher Art.

Eine dieser Rollen ist durch Fig. 2. Taf. VIII. abgebildet. Der schattirte Theil BBB ist die Rolle, A ist die Welle und c, c, c, c, c, c, sind die cylinderförmigen Walzen, die zwischen der Welle und der innern Hohlung der Rolle angebracht sind. Die Endpunkte der Welle A sind auf die gewöhnliche Art in einem Klotz befestigt. Jede Walze hat eine Welle, deren Endpunkte sich in Höhlungen drehen, die in zwey flache Ringe von Kupfer oder Eisen gemacht sind, von denen einer bey der Figur angegeben ist.

Da ich eine Erklärung von der Wirkung der Walzen überhaupt gegeben habe, so ist es nicht nöthig erst noch weitläuftig zu beweisen, wie viel Vorzüge Garnets Walzen vor den gewöhnlichen haben müssen. Das muß ich jedoch noch anmerken, daß die Friction der Zapfen einer jeden Walze in den hohlen Kupferringen sehr unbeträchtlich ist, weil diese Hohlungen oder Pfannen groß gemacht werden, da die Wellen der Walzen blos die Absicht haben, das Aneinanderstoßen derselben zu verhüten. Auch die Vermehrung des Gewichtes auf der Rolle vermehrt die Friction nicht, denn dadurch werden die Walzen blos stärker auf die Welle A gedrückt, nicht aber auf ihre ei-

ge-

genen Wellen, wie man leicht bemerken kann, wenn man die Figur betrachtet.

Vierzehntes Kapitel.

Beschreibung der hauptsächlichsten zur Erläuterung der Lehre von der Bewegung nothwendigen Maschienen und von dem besonderen Gebrauch derselben.

Die Lehre von der Bewegung ist, wie wir gesehen haben, nach allen ihren ausgebreiteten Zweigen von einigen wenigen allgemeinen Grundsätzen abgeleitet, und ihre Anwendung auf einzelne Fälle erfordert blos die Kenntniß von einigen wenigen durch Versuche bewiesenen Thatsachen, wie zum Beyspiele, das natürliche Fallen der Körper gegen die Erde, die Zeit der Schwingung eines Pendels von einer bestimmten Länge u. d. m. sind. Denn alles, was sonst noch andere zusammengesetzte Bewegungen betrifft, kann man durch genaue und unzweydeutige Folgerungen von diesen wenigen Grundsätzen und von wenigen ausgemachten Thatsachen oder Naturgesetzen, ableiten. Aber ob es gleich gewiß ist, daß ein denkendes Wesen nicht umhin kann, demjenigen, was nach diesen Grundsätzen klar und einleuchtend bewiesen werden kann, seine Beystimmung zu geben, so muß man doch auch zugeben, daß die Bestätiguug irgend eines theoretischen Satzes durch Versuche und Erfahrungen, dem Gemüthe immer eine angenehme, bleibende und befriedigende Ueberzeugung gewährt. Und obgleich die nicht zu verhütenden Unvollkommenheiten der Maschienen selten erlauben, völlig genau mit der Theorie übereinstimmende und zusammentreffende Resultate von den Versuchen zu erhalten, so ge-

währen diese doch, vorausgesetzt, daß der Irthum nicht so sehr groß ist, und zugleich mit den Unvollkommenheiten des mechanischen Baues und der mechanischen Wirkung im Verhälniß zu stehen scheint, dem Beobachter eine hinlängliche Genugthuung.

In diesem Kapitel wird der Leser die Beschreibung der vorzüglichsten Maschienen finden, die man erfunden hat, um die auf die Bewegung Bezug habenden Sätze durch Versuche zu bestätigen.

Man hat schon oft versucht, den Raum, welchen Körper, die freywillig (ungehindert) gegen die Erde fallen, zu beschreiben, so wie die Geschwindigkeit, die sie dabey erlangen, durch direkte Versuche zu beweisen; allein der Widerstand der Luft, der ihnen ein beträchtliches und fluthendes oder hin und her bewegliches Hinderniß entgegensetzt und die Schwierigkeit die Zeit des Falles, wenn fallende Körper einen großen Grad der Geschwindigkeit erlangt haben, die bald so sehr zunimmt, daß es für unsere Sinne unmöglich wird, sie zu bestimmen, zu messen, haben die Resultate dieser Versuche immer ungewiß und unbefriedigend gemacht*).

Anmerkung. Doctor Desaguliers hat die Zeit beobachtet, die eine Bleykugel von zwey Zoll im Durchmesser braucht, um von ihrem Ruhepunkte aus durch einen Raum von 272 Fuß, daß heißt: von der innern Seite der Kuppel der St. Paulskirche, in welcher der Versuch gemacht wurde, bis zur Erde zu fallen, und hat gefunden, daß dazu 4, 5 Sekunden nöthig sind, ob es gleich nur in 4, 1 Sekunden hätte geschehen sollen, weil die Kugel in Zeit von 4, 5 Sekunden eigentlich durch einen Raum von etwas mehr als 325 Fuß hätte fallen müssen. Man sehe dessen Vorlesung über Experimental-Physik.

Aber wir haben Herrn Atwood *) die Erfindung einer sehr artigen Maschiene zu danken, welche die oben erwähnten Schwierigkeiten hebt und die Erscheinungen einer beschleunigten oder verzögerten Bewegung für den Beobachter bequemer und befriedigender darstellt, oder, wie er sich selbst darüber ausdrückt: „welche die Eigenschaften der fünf „mechanischen Größen, nämlich: die Größe der bewegten „Materie, die beständige Kraft, die jene in Bewegung „setzt, den Raum, der im ruhenden Zustande beschrieben „wird, die Zeit der Beschreibung und die erlangte Ge„schwindigkeit, der Untersuchung durch Versuche unter„wirft."

Diese Maschiene ist Fig. 3. Taf. VIII. abgebildet; die Abbildung aber ist des Mangels an Raum wegen in zwey Theile getheilt, welches aber keinen Einfluß auf die Verständlichkeit der Erklärung hat, da sich der Leser blos diese beyden Theile aufeinandergesetzt und da, wo die Buchstaben EF GH an jedem Theile befindlich sind, so zusammengefügt, daß beyde nur eine Figur ausmachen, vorzustellen braucht.

Der Fuß dieser Maschiene ist in Form eines Kreuzes gemacht und mit Schrauben versehen, welche genau einpassen und dazu bestimmt sind, die Maschiene in einer festen und senkrechten Lage zu erhalten. Auf diesem Fußgestelle ist ein starker, ohngefähr fünf Fuß hoher hölzerner Pfeiler X GT gut befestigt, der das hölzerne Gestell VD, welches durch die Schraube bey D angeschraubt

*) Dem würdigen Professor Fischer in Berlin verdanken wir eine einfache Einrichtung dieser Maschiene; man s. Ernst Gottfried Fischer, einfache Einrichtung der Atwoodischen Fallmaschiene, nebst Geräthschaft zu Versuchen über das Pendel; in Gilberts Annal. der Physic. B. XIV. I. S. 1. ff. T.

ist, trägt. Auf diesem Gestelle ist wieder ein anderes befindlich, auf welchem die Radervorrichtung befestigt ist. Diese Vorrichtung besteht aus einem kupfernen Rade a, b, c, dessen horizontale stählerne Welle sich auf vier Frictionsrädern auf die Art bewegt, daß das eine Ende der Welle anf dem Umfange von zwey Frictions-Rädern und das andere Ende auch auf dem Umfange von zweyen ruht. Die Wellen der vier Frictionsräder werden von Pfannen in dem kupfernen Rahmen, der an dem obern Gestelle befestigt und dessen Gestalt auf dem Kupfer deutlich ausgedrückt ist, getragen, in welchen sie sich auch bewegen.

Der ganze Umfang des Rades a, b, c ist ausgekehlt, damit eine feine biegsame seidene Schnur darinne laufen kann, an deren Enden die Körper A. B gehängt werden. Dadurch wird bewirkt, daß die Bewegung des Rades a, b, c mit der seidenen Schnur so vollkommen frey ist, daß sich die Körper A und B, wenn sie einander gleich sind, sobald einer von ihnen sanft aufwärts oder abwärts gestoßen wird, leicht in entgegengesetzten Richtungen bewegen, indem die Frictionsräder die Friction der Welle fast gänzlich verhüten.

KEL ist eine Skale, die nach Zollen und Zehentheilen eingetheilt und so angebracht ist, daß sich einer der Körper, nämlich A sehr nahe an ihrer Oberfläche bewegen kann. C und I sind zwey kleine Gestelle, die vermittelst der Seitenschraube M oder N an jedem beliebigen Orte der Skale LEK können befestigt werden. Das Gestelle C dient, den Körper A bey seinem Abwärtssteigen, in jeder beliebigen Höhe aufzuhalten. Das andere Gestelle I hat einen Ausschnitt, der groß genug für den freyen Durchgang des Körpers A seyn muß, sein eigentlicher Gebrauch aber ist, gelegentlich ein Gewicht in Form

einer Stange, wie auf dem Kupfer abgebildet ist, darauf zu legen. — Die perspektivische Vorstellung dieses Gestelles I ist beträchtlich vergrößert, um die Einrichtung desselben desto besser ins Auge fallend darstellen zu können.

An dem Pfeiler dieser Maschiene ist ein einfacher Zeitmesser angebracht, der aus einem Sekundenpendel besteht und einige Minuten lang durch ein Rad und ein Gewicht O in Bewegung erhalten werden kann. An der Welle des Rades ist ein Zeiger, welcher die Zahl der Minuten an dem Zifferblatte Z anzeigt. Der Nutzen dieses Zeitmessers ist, durch das Schlagen des Pendels die Zeit zu bezeichnen, die der Körper A braucht, um in einem gegebenem Raume auf oder abzusteigen *).

Der Nutzen, den diese Maschiene leistet, besteht darin, die Kraft, die auf die Körper wirkt und das Fallen derselben verursacht, zu vermindern, so daß dadurch ein Körper viel langsamer fallen muß und also der Beobachter in den Stand gesetzt wird, sowohl den Raum, durch den er sich bewegt, als auch dessen Beschleunigung in einer gegebenen Zeit u. s. w. auf eine deutliche und bequeme Art zu bemerken. Ich will, ehe ich zu der Erzählung der Experimente selbst komme, erst noch versuchen, die Erklärung dieser Eigenschaft verständlicher zu machen.

*) Es ist wohl kaum nöthig zu bemerken, daß diejenigen, die eine gewöhnliche Uhr haben, welche Sekunden schlägt, jenes Pendels an der Maschine nicht bedürfen. Außerdem aber muß ich noch bemerken, daß die oben erwähnte Maschine von einigen Verfertigern physikalischer Instrumente ist verbessert, oder, um es recht zu sagen, ist verändert worden, daß ich aber, da diese Veränderungen keine wesentlichen Stücke betreffen, Herrn Atwood's ursprüngliche Art des Baues der Maschine, so wie sie in seiner sehr schätzbaren Abhandlung über die rechtlinigte Bewegung und die Rotation der Körper enthalten ist, beybehalten habe.

Wenn die beyden Körper A und B einander vollkommen gleich sind, so werden sie sich einander das Gleichgewicht halten und also ruhend bleiben. Sobald aber zu einem dieser Körper, zum Beyspiele zu dem Körper A, noch ein kleiner Zusatz von Gewicht kömmt, so wird er ein Uebergewicht über jenen bekommen und folglich niederwärts steigen, indes der Körper B in der nämlichen Zeit aufwärts steigt. In diesem Falle werden also die beyden Körper A und B, und auch die Räder durch die Schwere des kleinen hinzugekommenen Körpers in Bewegung gesetzt, so daß sich die Summe aller dieser Körper, da sie durch eine kleinere Kraft in Bewegung gesetzt werden, in einer gegebenen Zeit durch einen kürzeren Raum bewegen muß, als geschehen würde, wenn die Kraft größer wäre.

Man nehme zum Beyspiele an: daß das Gewicht der Körper A und B, sammt demjenigen, das erforderlich ist, die Räder in Bewegung zu setzen, (und welches der Trägheit der Räder gleich ist,) ohngefähr vier Unzen, so wie das Gewicht des Körpers, der noch zu A hinzugesetzt worden, eine halbe Unze betrage, so ist einleuchtend, daß eine Masse von vier und einer halben Unze, durch die Schwere eines Körpers von einer halben Unze, das heißt: durch die Schwere eines Körpers, der dem neunten Theile der in Bewegung gesetzten Masse gleich ist, in Bewegung gesetzt wird, welches eben so viel ist, als ob diese Masse von der Erde mit dem neunten Theile ihrer gewöhnlichen Anziehung, angezogen würde. Es ist aber oben gezeigt worden, daß der Raum, der von einem fallenden Körper in einer gegebenen Zeit beschrieben worden, im Verhältnisse mit der Schwerkraft steht; wenn also ein Körper auf die gewöhnliche Art von seinem Ruhepunkte aus, in der ersten Zeitsekunde durch einen Raum von 16,087 Fuß fällt, so muß der Körper

A unter den oben angegebenen Umständen durch den neunten Theil von 16,087 Fuß, das heißt durch 21,4 Zoll, in der ersten Zeitsekunde fallen. Durch Hinzusetzung kleinerer Gewichte zu dem Körper A, kann also der Beobachter denselben nöthigen, sich so langsam zu bewegen, als es ihm beliebt.

Die übrigen Eigenschaften fallender Körper läßt die Maschine unverändert. So wird man finden, daß sich die Räume, die der fallende Körper A beschreibt, wie die Quadrate der Zeiten verhalten werden; das heißt: wenn A in der ersten Zeitsekunde 21,4 Zoll beschreibt, so wird er in der zweyten viermal 21,4 Zoll, und in der dritten neunmal 21,4 Zoll beschreiben u. s. w.

Dies mag genug seyn zur Erklärung der Hauptwirkung dieser Maschine, und ich will nun noch Herrn Atwood's Berechnung und allgemeine Art, die Versuche anzustellen, beyfügen.

Zuerst bestimmte er die Trägheit der Räder, wenn die seidene Schnur und die Körper A und B waren hinweggenommen worden, und fand sie $2\frac{3}{4}$ Unzen gleich *).

*) Nachdem er die Körper A und B sammt ihrer Schnur hinweggenommen hatte, befestigte er ein Gewicht von 30 Gran an eine andere seidene Schnur, deren Schwere nicht $\frac{1}{4}$ eines Grans betrug, und folglich zu unbeträchtlich war, um einen merklichen Einfluß auf den Versuch zu haben. Da diese Schnur um das Rad a b c gelegt wurde, theilte das Gewicht von 30 Gran, bey seinem Fall von seinem Ruhepunkte aus, dem Rade Bewegung mit, und durch mehrere Versuche fand er, daß es in drey Sekunden einen Raum von ohngefähr 38,5 Zoll beschrieb. Nach diesen Datis kann die Trägheit der Räder auf folgende Art bestimmt werden.

Wenn das Gewicht von 30 Gran in drey Sekunden durch neunmal 193 Zoll gefallen wäre, wie es würde gethan

„Der von der Trägheit der Räder entstehende Widerstand gegen die Bewegung, ist also eben so zu betrachten, als wäre er gänzlich entfernt worden, und als ob eine Masse von $2\frac{3}{4}$ Unzen gleichförmig auf den Umfang des Rades a b c wäre vertheilt worden. Wenn nun dies vorher berichtiget worden, so nehme man an, daß die Büchsen A und B wieder an ihre Stellen gebracht und wieder an der über das Rad a b c laufenden Schnur angehängt worden und einander das Gleichgewicht halten. So können wir in der Beschreibung der Art, wie die Versuche ferner angestellt worden, fortfahren."

„Um beschwerliche Berechnungen bey der Bestimmung der Größen der bewegten Materie und der bewegenden Kräfte zu vermeiden, kann man ein bestimmtes

haben, wenn es sich selbst überlassen geblieben, so würde die Trägheit der Räder Null betragen haben. Da es sich aber in drey Sekunden durch 38,5 Zoll bewegte, so wurde seine Verzögerung durch die Trägheit der Räder verursacht. Die Größe dieser Trägheit werde nun x genannt: so muß die anziehende Kraft der Erde gegen die Masse $x + 30$ geringer seyn, als gegen den Körper von 30 Gran allein. Daher fällt $x + 30$ langsamer, als der Körper von 30 Gran durch sich selbst fallen würde, oder, eigentlicher zu reden, die Räume, die in der nämlichen Zeit beschrieben werden, verhalten sich umgekehrt als die Massen; denn da die Größe der Kraft dieselbe ist, so muß die Wirkung auf $x + 30$ um eben so viel geringer seyn, als die Wirkung auf 30, als 30 geringer ist denn $x + 30$, daher verhält sich bey dem gegenwärtigen Versuche, der von dem Körper von 30 Gran in drey Sekunden beschriebene Raum, zu dem von $x + 30$ in der nämlichen Zeit beschriebenen Raum, wie $x + 30 : 30$, nämlich $9 \cdot 193 : 38,5 :: x + 30 : 30$; also ist $x + 30 = \frac{30 \cdot 9 \cdot 193}{38,5} = 1353,5$ Gran, und $x = 1323,5$ Gran, oder $2\frac{3}{4}$ Unzen.

Gewicht von einer angemessenen Größe als Norm annehmen, auf die sich alle anderen Gewichtsbestimmungen beziehen. Dies Normalgewicht ist bey den folgenden Versuchen $\frac{1}{4}$ einer Unze, und wird durch den Buchstaben m vorgestellt. Da nun die Trägheit der Räder $2\frac{3}{4}$ Unzen gleich ist, so wird sie durch 11 m bezeichnet. A und B sind zwey Büchsen, welche so eingerichtet sind, daß sie verschiedene Quantitäten von Materie, je nachdem sie nach Erforderniß bey dem Versuche müssen verändert werden, enthalten können. Das Gewicht einer jeden Büchse, den Haken, an dem sie hängen, mit eingeschlossen, ist $1\frac{1}{2}$ Unze oder 6 m gleich. Diese Büchsen enthalten Gewichte von der Art, wie sie bey Q vorgestellt sind, und von denen jedes eine Unze oder 4 m wiegt. Andere Gewichte von $\frac{1}{2}$ Unze = 2 m, $\frac{1}{4}$ Unze = m und einige Theile von m können auch mit hinein gethan werden, je nachdem es nämlich die Verschiedenheit der Versuche erfordert.

„Wenn in jeder der Büchsen $4\frac{3}{4}$ Unzen- oder 19 m enthalten sind, so wird das Gewicht von einer derselben, die Büchse selbst mit dazu gerechnet, 25 m seyn, so daß, wenn die Gewichte A und B, von denen jedes 25 m beträgt, auf die oben angegebene Art mit einander ins Gleichgewicht gebracht werden, die ganze Masse derselben 50 m beträgt, welches, wenn die Trägheit der Räder 11 m dazu addirt wird, die Summe von 61 m giebt. Darauf werden noch drey kreisförmige Gewichte, wie dasjenige, das bey Y abgebildet ist, verfertiget, von denen jedes $\frac{1}{4}$ Unze, oder m gleich ist. Wenn nun eins davon zu A, und eins zu B gethan wird, so wird dadurch die ganze Masse 63 m, und zwar ist sie nun so im vollkommensten Gleichgewichte und durch den kleinsten Zusatz von Gewicht zu einer der Büchsen, (die Wirkungen der Friction nicht gerechnet) gerade so beweglich, als

wenn der nämliche Zusatz von Gewicht oder Kraft einer Masse von 63 m, im freyen Raum befindlich und ohne Schwere, zugesetzt würde, um ihr Bewegung mitzutheilen."

Von der bewegenden Kraft.

„Da das natürliche Gewicht oder die natürliche Schwere einer gegebenen Substanz beständig ist, und die wahre Größe derselben leicht und genau bestimmt werden kann, so kann man bey den folgenden Versuchen der Masse A füglich noch ein Gewicht als eine bewegende Kraft zugeben. Wenn also das Ganze, nach der vorhergehenden Beschreibung, aus einer Masse von = 63 m besteht und in einem vollkommnen Gleichgewichte ist, so wird der Zusatz von einem Gewichte von einer Viertel-Unze, oder m, wie Y ist, zu der Masse A, dem ganzen Systeme Bewegung mittheilen; da aber nun die ganze Masse = 64 ist, die bewegende Kraft blos die Schwere eines einzigen dieser Theile ist, „so ist die Kraft, welche den Fall von A beschleunigt, $\frac{1}{64}$ der beschleunigenden Kraft, durch welche Körper freywillig gegen die Oberfläche der Erde zu, fallen."

So kann man also durch Abänderung der Gewichte die bewegende Kraft verändern, oder man kann die bewegende Kraft zu jedem beliebigen Verhältnisse mit der Masse bringen.

Von dem beschriebenen Raume.

„Die Art, den von dem Ruhepunkte aus beschriebenen Raum praktisch zu bestimmen, muß nun zunächst in Betrachtung gezogen werden. Der Körper A fällt in ei-

ner Vertikallinie und eine Scala von ohngefähr 64 Zoll. Länge, und in Zolle und Zehnttheile eines Zolles eingetheilt, ist ebenfalls in vertikaler Richtung angebracht und so gestellt, daß der abwärts gehende Körper A in die Mitte des vierectigen Gestelles fallen muß, das so befestigt ist, daß es ihn am Ende seines Falles aufnehmen kann. Der Anfang des Falles wird von o der Scala an gerechnet, wenn der Boden der Büchse A von gleicher Höhe oder Ebene mit o ist. Der Fall von A hort auf, sobald die Büchse auf das Gestelle stößt, das in verschiedenen Entfernungen von dem Punkte o kann befestiget werden, so daß man durch die Veränderung der Lage des Gestelles, den von dem Ruhepunkte aus beschriebenen Raum, um jede gegebene Größe geringer als 64 Zoll machen kann."

Die Zeit der Bewegung betreffend.

„Die Zeit der Bewegung wird nach den Schlägen eines Sekundenpendels beobachtet, und die zur Erläuterung der elementarischen Sätze bestimmten Versuche konnen leicht so eingerichtet werden, daß die Zeit der Bewegung eine ganze Zahl von Sekunden seyn muß. Bey der Bestimmung der Zeit ist also ein beträchtlicher Grad der Genauigkeit möglich, vorausgesetzt, daß der Beobachter Sorge trägt, daß der Boden der Büchse A seinen Fall genau mit einem Schlage des Pendels beginnt. Dann wird das Zusammentreffen des Stoßes der Büchse auf das Gestelle mit dem Schlage des Pendels am Ende der Zeit der Bewegung zeigen, in welchem Grade der Versuch und die Theorie mit einander übereinstimmen. Man kann sich mancherley mechanische Mittel denken, um zu bewirken, daß das Gewicht A seinen Fall gerade in demselben Augenblicke beginne, in welchem das Pendel zu schlagen anfängt, allein die folgende Methode kann statt

aller anderen angewendet werden. Man lasse nämlich den Boden der Büchse A, wenn er bey o an der Scale befindlich ist, auf einem flachen Stabe ruhen, den man so in horizontaler Richtung in der Hand halten muß, daß sein Endtheil mit o zusammentrifft, wenn man nun so den Anfang der Schläge des Pendels abwartet, so wird der Stab, der die Büchse A unterstützt, in demselben Augenblicke verschoben werden, als das Pendel schlägt, so daß also der Fall des Körpers A mit diesem Augenblicke seinen Anfang nimmt.

Von der erlangten Geschwindigkeit.

„Es ist nur noch übrig zu beschreiben, wie man die Geschwindigkeit, die das fallende Gewicht A, an einem gegebenen Punkte des Raums, durch den es gefallen ist, erlangt hat, den Sinnen anschaulich darstellen kann. Da die Geschwindigkeit des Falls des Gewichtes A beständig beschleunigt wird, so ist sie sich nie an zwey Punkten des beschriebenen Raumes gleich. Diese Ungleichheit wird durch die unausgesetzte Wirkung der bewegenden Kraft bewirkt, und da die Geschwindigkeit, welche das Gewicht A in irgend einem Augenblicke erlangt hat, durch den Raum bestimmt wird, der dabey beschrieben wird, indem es sich eine gegebene Zeitlang gleichförmig mit der Geschwindigkeit bewegt, welche es in jenem Augenblicke erlangt hat, so kann man sich diese Bestimmung nicht anders durch Versuche verschaffen, als daß man die Kraft entfernt, durch welche die Beschleunigung des Falls des Körpers verursacht wird.

„Um zu zeigen, wie dies auf eine praktische Weise gemacht werden kann, wollen wir annehmen, daß, zufolge eines vorhergehenden Beyspiels, die Büchsen A und B jede = 25 m sey, so daß beyde zusammen = 50 m;

dies beträgt mit der Trägheit 11 m, der Räder 61 m. Wenn man nun m zu A thut, und ein gleiches Gewicht m zu B, so werden sich diese beyden Körper das Gleichgewicht halten, und die ganze Masse wird 63 m seyn. Wenn ein Gewicht m zu A gethan wird, so erfolgt die Mittheilung der Bewegung, da die bewegende Kraft m und die bewegte Masse 64 m ist. In einem vorigen Beyspiele bedienten wir uns des kreisförmigen Gewichtes, das m gleich, als einer bewegenden Kraft, in dem gegenwärtigen Falle aber, wo die erlangte Geschwindigkeit soll bestimmt werden, wird es besser seyn, sich eines flachen Stabes, (wie derjenige, der bey I an dem durchbrochenen Gestelle vorgestellt ist) dessen Gewicht ebenfalls m gleich ist, zu bedienen. Der Boden der Büchse A werde nun als mit o an der Scale in einer Linie mit dem Ausge angenommen, und die ganze oben beschriebene Masse 63 m, als im vollkommenen Gleichgewichte schwebend; nun lege man den Stab, dessen Gewicht = m ist, auf die obere Oberfläche von A, so wird dieser Körper genau auf die nämliche Art längs der Scale hinabfallen, als wenn die bewegende Kraft m in Gestalt eines kreisförmigen Gewichtes wäre angewendet worden. Nun nehme man ferner an, daß die Masse A durch die beständige Beschleunigung der Kraft m, in einer gegebenen Zeit und durch einen gegebenen Raum gefallen sey, und daß das durchbrochene Gestelle, an der Scale, an welcher das Gewicht ganz nahe herabfällt, so befestigt worden, daß A durch den Mittelpunkt desselben gehen, und das Gestelle den Stab m, durch den der Körper A von seinem Ruhepunkte aus beschleuniget worden, aufnehmen muß, so wird, wenn diese bewegende Kraft m, am Ende eines gegebenen Raumes oder einer gegebenen Zeit, hinweggenommen worden ist, keine, auf irgend einen Theil des Systems wirkende Kraft mehr vorhanden seyn, die die Bewegung desselben entweder beschleunigen oder verzögern könnte, und da dies der Fall

ist, so muß das Gewicht A von dem Augenblicke an, da m weggenommen worden, gleichförmig mit der Geschwindigkeit fortgehen, die es in jenem Augenblicke erlangt hat, und so wird, in dem folgenden Theile seines Falls, die Geschwindigkeit, da sie gleichförmig ist, durch den Raum bestimmt, der in einer passenden Anzahl von Sekunden beschrieben worden ist."

Von verminderter Bewegung.

„Die Art der Bewegung von Körpern, denen anhaltende Kräfte widerstehen, kann vermittelst des beschriebenen Instrumentes eben so leicht und eben so genau durch damit angestellte Versuche bestimmt werden, als die Eigenschaften der Körper von gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit. Ein einziges Beyspiel wird hinreichend seyn, dies zu zeigen.

Man lasse nämlich, wie im vorigen Beyspiele, die in den Gewichten A und B enthaltene Masse nebst den Rädern, wenn beyde im vollkommenen Gleichgewichte sind, 61 m seyn; zu B thue man ein kreisförmiges Gewicht m, und zu A zwey lange Gewichte, jedes m gleich, so wird A, durch die Wirkung der bewegenden Kraft m fallen, indem die bewegte Masse 64 m ist. Dann nehme man an, daß, wenn sie, durch beständige Beschleunigung, einen gegebenen Raum beschrieben habe, die beyden Stäbe oder m, von dem durchbrochenen Gestelle von ihr abgenommen und zurückbehalten worden, als A durch dasselbe gegangen, so ist die durch diesen Fall erlangte Geschwindigkeit bekannt, und der Körper A wird, sobald die beyden Stäbe aufgehalten worden, anfangen, sich mit der nun erlangten Geschwindigkeit zu bewegen, indem er nun durch die beständige Kraft m verzögert wird, und da die bewegte Masse 62 m ist, so folgt, daß die Kraft der Verzögerung $\frac{1}{62}$ der Kraft ist, durch welche

die Schwere der Körper verzögert wird, die in senkrechter Richtung aufwärts gezogen werden. Das Gewicht A wird also längs der mit Graden bezeichneten Scale, in seinem Falle mit einer gleichförmig verzögerten Bewegung fortgehen, und die beschriebenen Räume, so wie die Zeiten der Bewegung, und die, durch die widerstehende Kraft zerstörten Geschwindigkeiten, werden auf die nämliche Art bestimmt, wie es in den oben beschriebenen Fällen und Beyspielen von beschleunigter Bewegung geschehen ist."

Außer diesen eben beschriebenen Vortheilen gewährt Herrn Atwood's Maschine auch noch andere; wie zum Beyspiel, die durch Versuche bestätigte Bestimmung solcher Geschwindigkeiten, die durch die Verbindung elastischer und nicht elastischer Körper mitgetheilt werden; die Größe des durch Flüßigkeiten verursachten Widerstandes u. s. w. Auch zeigt Herr Atwood, welchen Nutzen sie leistet, wenn man die Eigenschaften der Kreisbewegung auf eine praktische Art ausmitteln will.

Der vorstehenden Anweisung zum Gebrauche dieses Instruments, will ich noch als Beyspiele einige Versuche beyfügen, und dann die weitere Anwendung derselben bey besonderen Fällen, dem Scharfsinn meiner Leser überlassen. Es ist jedoch nothwendig, vorher einigen Zweifeln zu begegnen, die den Lesern in Bezug auf die Wirkungsart dieser Maschine aufstoßen möchten, indem man leicht glauben könnte, daß die Genauigkeit derselben durch dreyerley Ursachen möchte unmöglich gemacht werden, nämlich durch die Friction der Wellen der Räder; das Gewicht der seidenen Schnur; und den Widerstand der Luft.

Den Wirkungen der Friction wird fast ganz durch die Frictionsräder vorgebeugt; denn wenn die Oberflächen gut geglättet und rein von Staub u. s. w. sind, wenn die Gewichte A und B in einem vollkommenen Gleichgewichte schweben, und die ganze Masse, zufolge des bereits gegebenen Beyspieles, aus 63 m besteht, so wird der Zusatz eines Gewichtes von $1\frac{1}{2}$ Gran, oder höchstens 2 Gran, zu A oder B, dem Ganzen Bewegung mittheilen, welches beweist, daß die Wirkungen der Friction nicht so groß sind, als ein Gewicht von $1\frac{1}{2}$ oder 2 Gran. Unterdessen werden doch in einigen Fällen, und besonders bey Versuchen über die verzögerte Bewegung, die Wirkungen der Friction auch merklich, aber sie können doch leicht und völlig dadurch gehoben werden, daß man dem fallenden Körper ein kleines Gewicht von $1\frac{1}{2}$ oder 2 Gran zusetzt, wobey man jedoch darauf sehen muß, daß dieses Gewicht möglichst kleiner sey, als dasjenige, das eben groß genug ist, das Ganze in Bewegung zu setzen.

Die seidne Schnur, an der die Gewichte hängen, ist 72 Zoll lang und wiegt ohngefähr 3 Gran, welches also eine Größe ist, die so klein ist, daß sie unmöglich einen merklichen Einfluß auf die Resultate der Versuche haben kann.

Auch die Wirkung des Widerstandes der Luft ist unmerklich, denn er nimmt mit der Geschwindigkeit zu; bey den mit dieser Maschine angestellten Versuchen aber, kann die größte Geschwindigkeit, welche den Körpern A und B mitgetheilt wird, in einer Sekunde nicht viel mehr, als ohngefähr 26 Zoll betragen.

Erster Versuch.

Man nehme an, daß A und B nebst den $2\frac{3}{4}$ Unzen, (welche der Trägheit der Räder gleich sind) zusammengenommen 16 Unzen oder 63 m betragen, und setze nun A ein Gewicht von $\frac{1}{4}$ Unze, das ist m zu, so wird A fallen und von seinem Ruhepunkte aus in der ersten Secunde drey Zoll beschreiben, so daß, wenn das viereckige Gestelle, an der Scale gerade drey Zoll von jenem Ruhepunkte ab, befestigt ist, und A von o aus genau mit dem Schlag des Pendels angefangen hat zu fallen, man finden wird, daß der Körper A, genau in demselben Augenblicke, da das Pendel wieder schlägt, auf das Gestelle stoßen wird. — Wiederholt man den Versuch mit der Veränderung, daß man das Gestelle bey 12 Zoll an der Scale befestigt, so wird das Gewicht A gerade in demselben Augenblicke auf das Gestelle stoßen, da das Pendel zum andernmale, nach dem Anfang der Bewegung des Gewichtes A, schlägt. Und befestigt man das Gestelle bey 27 Zoll, so wird A mit dem dritten Schlage des Pendels auf das Gestelle stoßen, und so fort.

Hieraus erhellet: daß die Größe der in Bewegung befindlichen Materie durch 64 Theile bezeichnet wird, und daß diese Größe durch die Schwere eines dieser Theile in Bewegung gesetzt wird. Da also diese bewegende Kraft der 64ste Theil derjenigen Kraft ist, welche die Erde sonst auf die ganze Masse ausüben würde, so muß sich diese Masse durch den 64sten Theil desjenigen Raumes bewegen, durch den sie sich, wenn sie frey fiele, in der nämlichen Zeit bewegen würde. Da nun fallende Körper in der Natur, in der ersten Sekunde durch einen Raum von 16,087 Fuß, oder 193 Zoll gehen, so muß, bey diesem Versuche, der Körper A durch den 64sten Theil von 193, also beynahe 3 Zoll fallen, und in zwey Sekunden durch

viermal drey, oder 12 Zoll; in drey Sekunden durch neunmal drey, oder 27 Zoll u. s. w., da sich die Räume wie die Quadrate der Zeiten verhalten.

Zweyter Versuch.

Wenn man das Gewicht von A und B und die Trägheit der Räder dazu genommen, 62 m gleich macht, und dann dem Körper A ein Gewicht von 2 m zusetzt, so wird die ganze in Bewegung befindliche Masse 64 m, und die bewegende Kraft 2 m, also $\frac{1}{32}$ der Masse betragen, und so wird also A in der ersten Zeitsekunde durch einen Raum fallen, der dem 32sten Theil von 193, also 6 Zoll gleich ist, in zwey Sekunden wird er durch viermal sechs, also 24 Zoll fallen, und so fort. So kann man die Kraft nach Belieben verändern, und immer wird man finden, daß der Raum, den ein fallender Körper in einer gegebenen Zeit beschreibt, mit der Kraft im Verhältnisse steht.

Dritter Versuch.

Die Größe der Materie sey, wie bey dem ersten Versuche, 63 m; zu A setze man einen Stab von der Schwere m, das durchbrochene Gestelle befestige man an der Scale bey zwölf Zoll, und lasse das Gewicht A anfangen zu fallen, wenn seine obere Oberfläche o an der Scale gerade gegen über steht; so wird man finden, daß in zwey Sekunden der auf dem Körper A liegende Stab auf das Gestelle stoßen und auf demselben liegen bleiben wird, und daß darauf der Körper A, da keine beschleunigende Kraft mehr auf ihn wirkt, fortfahren wird, mit einer gleichförmigen Bewegung zu fallen, und daß er, (zufolge des oben angeführten und bewiesenen Gesetzes) in der nämlichen Zeit einen Raum beschreiben wird, der

zweymal dem oben erwähnten Falle gleich ist, das ist: 24 Zoll in 2 Sekunden, und eben so kann man durch Versuche den Grad der Geschwindigkeit bestimmen, der nach irgend einer anderen Art des Fallens ist erlangt worden.

Vierter Versuch.

Man lasse A 24 ½ m und B 25 ½ m gleich seyn, und lege auf die obere Oberfläche von A zwey Stäbe, von denen jeder m gleich ist, so wird das Gewicht A das Uebergewicht bekommen, und durch die Wirkung einer bewegenden Kraft, welche m gleich ist, fallen, und die ganze in Bewegung befindliche Masse ist 63 m gleich. Man befestige das durchbrochne Gestelle bey 26,44, dann wird das Gewicht A durch seinen Fall durch 26,44 Zoll, von seinem Ruhepunkte aus, eine Geschwindigkeit erlangen, die in der Sekunde 18 Zoll gleich ist, (nämlich der Quadratwurzel von $\frac{4 \cdot 193 \cdot 26{,}44}{63}$) und da in demselben Augenblicke die zwey Stäbe, von denen jeder m gleich ist, von dem Gestelle aufgefangen werden, so wird der Körper A fortfahren, mit einer gleichförmig verzögerten Bewegung zu fallen, welches genau dieselbe seyn wird, als wenn eine Masse von 61 m, ohne Schwere, im freyen Raume, in einer Sekunde mit einer Geschwindigkeit von 18 Zoll geworfen würde, indem sich ihrer Bewegung eine Kraft oder ein Widerstand, der m gleich wäre, entgegensetzte. Dadurch wird A sammt den anderen Theilen des Ganzen, seine Bewegung gradweise verlieren, und wird, ehe seine Bewegung gänzlich aufhört, einen Raum, der 25,6 Zoll, (das ist $\frac{18 \cdot 18 \cdot 61}{4 \cdot 193}$) gleich ist, beschreiben. A wird also bey dem Versuche so tief als 52 Zoll fallen, ehe es anfängt, durch das Uebergewicht von B zu steigen.

Die nächste Maschine, die ich beschreiben will, ist: die Drehtafel (Centrifugalmaschine). Sie dienet dazu, die Natur und die Eigenschaft der Centripetal- und der Centrifugalkraft durch Versuche zu zeigen.

Die Maschine selbst ist Fig. 1. Taf. IX. abgebildet, und der dazu gehörige Apparat durch die, in ihrer Nähe befindlichen Nummern 1, 2, 3 ꝛc. angedeutet *).

Auf der feststehenden Tafel fff, sind zwey starke Pfeiler e, e unbeweglich befestigt, so wie sie auch fest in das obere Queerstück a b eingefugt oder eingeschraubt sind. Innerhalb dieses Gestelles sind zwey aufrechtstehende hohle Axen so angebracht, daß jede auf einem zugespitzten Zapfen, in einer in der Tafel befindlichen Pfanne kann herumgedreht werden, und mit dem oberen Zapfen eben so in einer, in dem Queerbalken a b befindlichen Pfanne. Der untere Theil einer jeden Axe ist unbeweglich mit einem doppelt gefalzten Rade oder Rolle K H, C Y, das mit der Tafel parallel ist, verbunden. Das gefalzte Rad B dreht sich auch, mit der Tafel parallel, um einen starken Zapfen, oder um eine Axe, die an die Tafel befestigt ist, und um dasselbe herum, so wie um den großen oder kleinen Umfang der Räder an dem unteren Theil der beyden Axen, ist eine Darmsaite auf die in der Figur deutlich abgebildete Art angebracht, so daß man leicht einsehen kann, daß, bey dieser Anordnung, wenn man das Rad B mit der daran befindlichen Handhabe bey A umdreht, sich auch die beyden Axen umdrehen müssen. Mit einer kreisförmigen kupfernen Platte

*) Fast alle Verfertiger von dergleichen Instrumenten haben größere oder kleinere Abänderungen in Ansehung der Gestalt und der Größe der Drehtafeln gemacht. Die von mir gewählte, hat beträchtliche Vorzüge in Rücksicht der Einfachheit und Dauerhaftigkeit. Der Erfinder und Verfertiger derselben ist J. B. Haas.

FG, ED, ist eine Dille, oder Röhre I, I verbunden, die, an jeder Axe frey auf- und niedergleiten kann. An der inneren einer jeden dieser Dillen oder Röhren geht ein Drath durch eine längliche Spalte der bis in die Höhlung der Axe reicht, wo er die Gestalt eines Hakens annimmt, so daß eine Schnur daran kann geknüpft werden, die aufwärts wieder durch die Oeffnung der Axe geht und so aufgezogen oder niedergelassen werden kann, daß man die Platte und die Dille an der Axe auf- oder abwärts ziehen kann. Auf diese Platte können, im erforderlichen Falle, bleyerne Gewichte oo von halbcirkelförmiger Gestalt gelegt werden. Diese Gewichte müssen durchbrochen seyn, damit sie über zwey Dräthe, die, wie es auf der Abbildung angegeben ist, von den Platten ED, FG auslaufen, können gezogen werden, um das Herabfallen der Gewichte dadurch zu verhüten.

An den oberen Theil einer jeden Axe, das heißt an denjenigen Theil derselben, der über das Queerstück ab, hinaus geht, können, sobald es nöthig, mehrere verschiedenartige Maschienen so fest angeschraubt werden, daß sie sich mit der Axe umdrehen, wenn die Hauptmaschiene in Bewegung gesetzt wird.

Die länglichen Stücken, die sowohl auf der Figur als an der Axe wirklich befestigt abgebildet sind, werden Träger genannt. — Da beyde genau von einerley Einrichtung und Bau sind, ist es genug nur einen zu beschreiben. In der Mitte des Trägers ML, ist eine durchbrochene kupferne Platte, durch eine starke Schraube, welche mit der Schraube an der Spitze der Axe zusammenläuft, befestiget, so daß, wenn der Träger an die Axe geschraubt wird, die in derselben befindliche Oeffnung mit der Höhlung der Axe zusammentrift. An der einen Seite

dieser Höhlung erhebt sich ein senkrechter Fortsatz T über die Oberfläche des Trägers und ein gleicher erhebt sich über das Ende L des Trägers: welches auf der andern Seite des in dem Mittelpunkte befindlichen Loches ist. Von dem einen dieser Fortsätze bis zu dem anderen werden zwey glatte, starke und parallel laufende Dräthe vermittelst der Schraubennüsse bey W ausgespannt. Diese Dräthe laufen durch einen, an ihnen hängenden zylinderförmigen schweren Körper V, der eben zu diesem Zwecke mit zwey seiner Länge nach durch ihn gehenden Löchern versehen ist, so daß er frey an ihnen vorwärts und rückwärts bewegt werden kann. An derjenigen Seite des Cylinders V, welche nach T zu gerichtet ist, befindet sich ein Haken, an welchem eine Schnur befestigt ist. Diese Schnur geht durch ein in T befindliches Loch und läuft von da um die gekehlte Rolle S, die sich in einem aufrecht stehenden, an dem Träger befestigten Kloben h bewegt und die so gestellt ist, daß die Schnur, bey ihrem Abfalle bey T, mitten durch das in dem Träger befindliche Loch und die Oeffnung der Axe gehen, und mit ihrem äussersten Ende an dem Haken des Drathes, der von der Dille der Platte ED ausläuft, befestiget werden kann. Nach dieser Beschreibung sieht man leicht ein, daß der Cylinder V und die Platte ED durch die Schnur zusammen verbunden werden und daß, wenn V nach W zu gezogen wird, welcher Fall auf dem Kupfer angenommen ist, die Platte ED, mit den auf ihr liegenden Gewichten, nach dem obern Theile der Axe zu wird gezogen werden, da sonst das Gewicht der Platte ED den Cylinder V nach T zu ziehen und sich selbst nach dem unteren Theile der Axe senken wird.

Von diesen Trägern nun kann auch einer von der Axe abgenommen und dagegen können folgende mechanische Stücke auf derselben festgeschraubt werden.

Numero 1. ist ein kreisförmiges Bret, dessen obere Seite nach unten gekehrt ist, und das in seiner Mitte eine starke Schraube hat, die in die Schraube an der Spitze einer von den beyden Axen der Maschiene greift. Mitten durch dieses Bret und seine Schraube geht ein Loch, das auf das Loch in der Axe paßt. Allein dies in der Mitte des Bretes befindliche Loch kann, wenn es erforderlich ist, auch mit einem Stück Holz, in Form eines Stöpsels ausgefüllt werden, der mit einem kurzen Zapfen versehen ist, der, wenn das Holz in das Loch gesteckt worden, noch ein wenig über die Oberfläche des Bretes hervorragt.

Num. 2. ist ein länglicher Träger, der, wie die anderen, auf eine von den Axen der Maschiene kann geschraubt werden. Er hat an jedem Ende einen aufrechtstehenden Körper, zwischen welchen und von einem zu dem anderen vermittelst der Schraubennüsse A, B, ein starker glatter Drath ausgespannt ist. C und D sind zwey durchlöcherte kupferne Kugeln, von ungleichem Gewichte, die durch eine kupferne Röhre mit einander verbunden sind und sich frey, von einem Ende des Drathes AB bis zu dem andern bewegen lassen. An der äußeren Seite der kupfernen Röhre, welche die beyden Kugeln verbindet, ist genau bey dem gemeinschaftlichen Schwerpunkt derselben, ein kurzer Drath E, als ein Zeiger befestiget, der die Absicht hat, anzuzeigen, wenn der gemeinschaftliche Mittelpunkt dieser Kugeln genau gegen den Mittelpunkt des Trägers gerichtet ist.

Num. 3. bildet ein Bret ab, das an seinem untern Ende C eine Schraube hat, die in die Schraube an der Spitze einer der Achsen der Maschiene greift, so daß es darauf festgeschraubt werden kann. Diese Schraube aber ist ein wenig schief gegen das Bret, so daß dasselbe, wenn es damit auf die Axe der Maschiene geschraubt

wird, darauf gegen den Horizont geneigt stehen muß, indem es mit demselben einen Winkel von 30 oder 40 Graden macht.

Auf der obern Seite dieses Bretes sind zwey Glasröhren, AG und BF, die an beyden Enden verstopft sind, befestiget. Jede dieser Röhren ist ohngefähr bis zum vierten Theile mit Wasser angefüllt. In der Röhre BF ist noch überdies ein wenig Queckſilber befindlich, das, vermöge seiner Schwere, an dem Ende B, unter dem Wasser bleibt, und in der anderen Röhre AG befindet sich noch ein Stück Kork, das, weil es leichter ist, als das Wasser, auf demselben gegen das Ende G schwimmt, das aber so klein seyn muß, daß es sich nicht in der Röhre fest klemmen kann.

Num 4. ist eine Welle, oder ein starker Drath, der in einem Brete befestigt ist und an seinem unteren Ende unter dem Brete eine Schraube hat, die in das Schraubenloch an der Spitze der einen Axe der Drehtafel paßt. Zwey kreisförmige kupferne Reifen AC und BD, die sehr dünn und biegsam, aneinander gelöthet und auch bey I an die Welle gelöthet oder geschraubt sind, haben jeder an dem obern Theile ein Loch, durch welches die Axe frey gehen kann, so daß diese Reifen, wenn man sie an ihrem obern Theile E mit der Hand anfaßt und niederdrückt bis auf den queer durch die Welle gehenden Wirbel O können zusammengedrückt werden, in welchem Falle sich ihre kreisförmige Gestalt in eine elliptische verwandelt. Da sie aber elastisch sind, nehmen sie jene wieder an, sobald der Druck entfernt wird.

Num. 5. ist eine Halbkugel, welche auf dem Brete Num. 1, wenn dieses auf eine der Wellen der Maschiene befestiget worden, auf folgende Art angebracht wird.

Ein mit einer Schraube versehener Zapfen e, der aber nicht in der Halbkugel befestiget wird, wird in der Mitte des Bretes so eingeschraubt, daß er noch ein wenig über dasselbe hervorsteht, worauf die Halbkugel, die zu dem Ende an ihrem flachen Theile mit einem Loche versehen ist, in welches der Zapfen paßt, daran gesteckt wird. Dieses Loch aber ist, wie die punktirte Linie an der Figur der Halbkugel deutlich zeigt, eine längliche Fuge, welche so eingerichtet ist, daß man der Halbkugel, wenn sie so über den Zapfen gesteckt wird, daß dieser bis an das Ende der Fuge reicht, entweder eine konzentrische oder ekzentrische Richtung mit dem Brete geben kann. Der Seitendrath C, mit der kleinen Kugel B, ist dazu bestimmt, daß er, wenn es nöthig ist, in einer, der erwähnten Fuge entgegengesetzten Richtung, an der Seite der Halbkugel A kann eingeschraubt werden.

Num. 6. zeigt einen gabelförmigen an seinem unteren Theile mit einer Schraube versehenen Draht. Diese Schraube paßt in diejenige, die in der Mitte des Bretes Num. 1. befindlich ist. Diese Gabel dient den, mit den zwey ungleichen Kugeln A und B belasteten Draht C zu unterstützen, der aber durchaus nicht mit dem gabelförmigen Draht darf verbunden seyn, sondern im Gleichgewichte auf ihm schweben, das heißt mit dem gemeinschaftlichen Schwerpunkt darauf gelegt seyn muß, welchen man leicht durch Versuche finden kann.

Num. 7. ist eine Kugel, deren Durchmesser ohngefähr zwey Zoll beträgt und durch welche ein Loch geht, wodurch man einen Drath BA so stecken kann, daß er ganz leicht durchgeht. Da wo er bey A aus der Kugel herausgeht, bekömmt er die Gestalt des Buchstabens T, von dessen beyden Hervorragungen jede länger als der Halbmesser der Kugel ist und stumpf zuläuft. An der

anderen Seite B endet sich der Draht in einen Ring, an den eine Schnur gebunden wird. —

Nach dieser Beschreibung der zu dieser Maschiene gehörigen Theile, komme ich nun zu den Versuchen, die mit Hülfe der Drehtafel und des Apparats derselben können gemacht werden.

Erster Versuch.

Man befestige das Bret Num. 1. auf eine der Axen oder Wellen der Maschiene und stecke das Stück Holz, oder den mit dem Zapfen versehenen Stöpsel in die Mitte derselben. Dann nehme man den Kugel-Apparat Num. 7. und mache an das Ende der Schnur C eine Schlinge, wobey man jedoch darauf sehen muß, daß die Länge der Schnur CA nicht größer sey als der Halbmesser des Bretes. Man hänge die Schlinge der Schnur über den Zapfen in der Mitte des Bretes und lege die Kugel auf dasselbe. Dann fasse man die Handhabe A mit der Hand und drehe das Rad B der Maschiene herum, so wird dadurch das Bret in eine drehende Bewegung gesetzt werden. Dabey wird man bemerken, daß sich die Kugel nicht sogleich mit der Umdrehung des Bretes zu bewegen anfangen, sondern wegen ihrer Trägheit versuchen wird, in dem Zustande der Ruhe zu bleiben, in welchem sie sich befand, ehe die Maschiene in Bewegung gesetzt wurde. Diese Trägheit wird aber durch die Friction an dem Brete allmählig überwältigt, so daß, wenn man fortfährt das Bret umzudrehen, die Bewegung der Kugel der des Bretes gleich werden wird, da denn die Kugel immer auf der nämlichen Stelle des Bretes bleiben wird, weil sie dann wirklich auf dem Brete in einer relativen Ruhe ist. Hält man aber das Bret plötzlich mit der Hand auf, so wird die Kugel wegen ihrer Trägheit

fortfahren, sich zu bewegen und sich umzudrehen, bis sie die Friction des Bretes, die ihre Geschwindigkeit allmählig vermindert, endlich zum stille stehen bringt. Dieses beweist nun, daß eine in Bewegung gesetzte Masse sich eben so wenig von selbst hemmen kann, als sie vermögend ist, sich selbst, wenn sie ruhend ist, in Bewegung zu setzen.

Zweyter Versuch.

Man nehme das Stück Holz mit dem Zapfen von der Mitte des Bretes hinweg und statt der Schnur mit der Schlinge in dem Ringe, knüpfe man eine längere Schnur in den Ring B der Kugel Num. 7. Diese Schnur lasse man durch das, in der Mitte des Bretes befindliche Loch und durch die Höhlung der Axe fallen und befestige sie an den Ring des Drahtes, der von der Dille der Platte F G ausläuft, deren Schwere die Kugel gegen den Mittelpunkt des Bretes ziehen wird. Man muß hiebey davor sorgen, daß die Schnur eine solche Länge habe, daß sich der Ring B von Num. 7, wenn die Platte F G ganz nieder ist, ohngefähr einen Zoll von dem Loche in der Mitte des kreisförmigen Bretes befinde. Das Gewicht der Platte F G darf nur um ein höchst weniges mehr schwerer seyn, als nöthig wäre, die Kugel zu der erwähnten Richtung zu ziehen. Deshalb müssen auch die Bleygewichte von der Platte F G weggenommen werden, da schon ihre eigene Schwere zur Erreichung der Absicht hinlänglich ist.

Wenn man die Kugel so gelegt hat, daß der Ring B ohngefähr einen Zoll von dem Mittelpunkte des Bretes entfernt ist, so setze man die Maschiene durch Umdrehung des Rades B in Bewegung und dann wird man finden, daß die Kugel, indem sie mit dem Brete rund herum-

läuft, sich allmählig immer weiter von dem Mittelpunkte des Bretes entfernen wird, indem zugleich die Platte F G in die Höhe gehoben wird; welches beweißt, daß alle Körper, die sich in Kreisen umwälzen, eine Neigung zur Flucht oder Entfernung von dem Mittelpunkte haben, so daß, um diese Flucht zu verhüten, eine gewisse Kraft von dem Mittelpunkt aus auf sie wirken muß. Wird die Maschiene plötzlich gehemmt, so wird zwar die Kugel noch eine Zeitlang fortfahren sich herumzudrehen, da aber die Friction des Bretes ihre Geschwindigkeit allmählig vermindert, wird ihre Neigung sich zu entfernen auch abnehmen und das Gewicht der Platte F G wird sie nach und nach immer näher nach dem Mittelpunkte ziehen, bis ihre Bewegung ganz aufhört.

Dritter Versuch.

Der Apparat bleibe derselbe wie bey dem vorhergehenden Versuch, blos ausgenommen, daß die Schnur von der Platte F G muß losgemacht und durch die Spalte in der Welle gezogen werden, und daß derjenige, der den Versuch anstellt, das Ende derselben in der Hand halten muß. Mit der anderen Hand aber, muß er die Kugel, ohne daß die Maschiene dabey aus ihrem Stillstande gebracht werde, in einer senkrechten Richtung zu der Schnur auf das Bret fallen lassen, worauf sie sich auf demselben verschiedene Mal umdrehen wird. Wenn man aber während der Umwälzung der Kugel das untere Ende der Schnur unter dem Brete allmählig anzieht, so wird man finden, daß sich die Kugel in eben dem Verhältnisse, in welchem sie dem Mittelpunkte der Bewegung näher kömmt und folglich kleinere Umlaufskreise macht, auch schneller umdrehen wird. Welches beweißt — sofern dieß eine Maschiene thun kann — daß eine und dieselbe bewegende Kraft einen sich umwälzenden

Körper in den Stand setzen kann, einen zirkelförmigen Kreis schneller, wenn der Kreis kleiner ist, und langsamer, wenn der Kreis größer ist, zu beschreiben. (Man sehe hiebey das achte Kapitel nach.)

Vierter Versuch.

Man nehme das kreisförmige Bret ab und lege an dessen Stelle den Träger auf die Axe; daß sich also beyde Träger auf der Maschiene befinden, welches der auf der Kupferplatte angenommene Fall ist.

Man nehme die Cylinder R, V von gleichem Gewichte an, stelle auch gleiche Gewichte auf die Platten F G, E D und richte die Länge der Schnuren, welche diese Cylinder mit diesen Platten verbinden, so ein, daß die Cylinder, wenn die Platten ganz niedergelassen sind, in gleichen aber kleinen Entfernungen von den Mittelpunkten ihrer respektiven Träger stehen können. Die Darmschnur muß entweder über beyde große, oder beyde kleine kreisförmige erhaben stehende Falze an dem Fuße der Axen gezogen werden, weshalb es auch nöthig ist, zwey Darmschnuren, nämlich eine längere und eine kürzere zu haben. Dann setze man die Maschiene in Bewegung, so wird man sehen, daß sich die beyden Cylinder R, V von den Mittelpunkten der Träger entfernen und nach den Endpunkten X und W zu gehen werden, indem sich zu der nämlichen Zeit und zu einer gleichen Höhe die Platten F G, E D in die Höhe heben. Dieser Versuch beweißt: daß, wenn sich gleiche Körper in gleichen Kreisen und mit gleicher Geschwindigkeit bewegen, ihre Centrifugalkräfte gleich sind.

Fünfter Versuch.

Statt des Cylinders R bringe man einen andern, der nur halb so schwer ist, also nur die Hälfte des Gewichtes von V hat, an die Dräthe des Trägers PN und richte die Schnuren so ein, daß, wenn die Platten FG, ED ganz unten sind, die Entfernung des Cylinders V von dem Mittelpunkt des Trägers ML die Hälfte der Entfernung des andern Cylinders von dem Mittelpunkte des Trägers beträgt, welches man leicht nach den an den Trägern angebrachten Abtheilungen beurtheilen kann. Alles übrige des Apparats bleibt wie bey dem vorigen Versuche.

Wenn nun die Maschiene in Bewegung gesetzt wird, so werden sich zwey Körper umdrehen, von denen der eine nur halb so schwer ist als der andere; jener aber dreht sich in einem Kreise, der noch einmal so groß ist als der Kreis, in welchem sich der andere dreht, und man wird finden, daß die gleichen Gewichte der Platten FG, ED gleich erhoben werden. Welches beweißt, daß die Centrifugalkräfte der sich umdrehenden Körper, welche die Platten FG, ED heben, so lange einander gleich sind, als die Produkte der Körper multiplicirt mit eines jeden Geschwindigkeit, also die Momente gleich sind.

Die Proportion der Gewichte der beyden Körper kann nach Belieben verändert werden; die Schnuren aber müssen so eingerichtet werden, daß sich ihre Entfernungen von den Mittelpunkten der Träger umgekehrt wie diese Gewichte verhalten; dann werden die Platten FG, ED, die mit gleichen Gewichten beladen sind, immer zu gleichen Höhen erhoben werden, da die Produkte der Körper durch ihre respektiven Geschwindigkeiten immer gleich sind.

Sechster Versuch.

Man wiederhole den vorigen Versuch, jedoch mit dem

Unterschiede, daß die Cylinder in gleichen Entfernungen von den Mittelpunkten ihrer respektiven Träger gelassen werden, und daß auch die Gewichte auf den Platten FG, ED, ein Verhältniß zu dem Gewichte der Cylinder haben, daß nämlich, wenn V noch einmal so viel wiegt als R, das Gewicht der Platte ED auch noch einmal so schwer ist, als das der Platte FG, u. s. w. Wenn man nun die Maschiene in Bewegung setzt, so wird man finden, daß die Platten FG, ED zu einerley Höhe gehoben werden, welches beweißt, daß, wenn sich drehende Körper mit einerley Geschwindigkeit bewegen, ihre Centrifugalkräfte im Verhältnisse mit ihren respektiven Größen der Materie stehen.

Siebenter Versuch.

Man hänge die gleich schweren Cylinder an die Dräthe der Träger PN, ML; schlage die Darmschnur um das Rad B, um das Rad Y und um das kleine Rad H; welches genau die auf der Kupferplatte abgebildete Verbindung ist. Dann richte man auch die Schnuren zwischen den Cylindern und den Axen so ein, daß, wenn die Platten FG und ED ganz unten sind, die Cylinder in gleichen Entfernungen von dem Mittelpunkte der Träger liegen. Ferner muß man, wenn der Umfang des Rades Y noch einmal so groß ist, als der des Rades H, viermal so viel Gewicht auf die Platte FG legen, als auf die Platte ED, und wenn der Umfang des Rades Y dreymal dem Umfange des Rades H gleich ist, muß man noch neunmal so viel Gewicht auf FG als auf ED legen, und mit Einem Worte: die Gewichte auf den Platten müssen sich umgekehrt verhalten, wie die Quadrate des Umfangs der Räder Y und H. — Wenn man nun die Maschiene in Bewegung setzt, so wird man finden, daß die Platten FG, ED zu gleicher Höhe gehoben wer-

den. Welches beweißt, daß, wenn gleiche Körper sich in gleichen Kreisen, aber mit ungleichen Geschwindigkeiten bewegen, sich die Centralkräfte derselben, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten verhalten.

Achter Versuch.

Die Darmschnur bleibe in der nämlichen Lage wie bey dem vorigen Versuche und der Umfang des Rades Y verhalte sich zu dem des Rades H wie zwey zu eins. (Dies ist das Verhältniß, in welchem der Umfang dieser Räder der Drehmaschienen gewöhnlich zu einander gemacht wird.) Auch die beyden Cylinder R und V sollen gleich schwer seyn, aber die Schnuren richte man so ein, daß, wenn die Platten FG, ED ganz unten sind, die Entfernung des Cylinders R von dem Mittelpunkte des Trägers PN zwey Zoll sey, die Entfernung des Cylinders V von dem Mittelpunkte des Trägers ML aber $3\frac{1}{2}$ Zoll betrage *). Da der Umfang des Rades Y zweymal dem Umfange des Rades H gleich ist, so folgt daher, daß, wenn die Maschiene in Bewegung gesetzt wird, V einen Umschwung machen müsse, wenn R deren zweye macht. Ihre periodischen Zeiten verhalten sich also wie eins zu zwey, und die Quadrate dieser Zeiten sind eins und vier, von welchen Zahlen die erste viermal in der letzteren enthalten ist. Da aber die Entfernung von R 2 ist, wovon der Würfel 8 ist, und da die Entfernung von V $3\frac{1}{2}$ ist, wovon der Würfel beynah 32 ist, welches 8 viermal enthält: so verhal-

*) Statt der Zolle kann man auch jede andere Benennung bey der Berechnung der Entfernungen annehmen, vorausgesetzt jedoch, daß immer das Verhältniß das nämliche bleibe. Die Träger werden gewöhnlich nach gleichen Theilen abgetheilt, die länger als Zolle sind, so daß die Entfernungen 2 und $3\frac{1}{2}$ dieser Abtheilungen können gleichgemacht werden.

halten sich die Quadrate der periodischen Zeiten wie die Würfel der Entfernungen. Wenn man nun annimmt, daß das Gewicht der Platte E D vier Unzen und also dem Quadrate der Entfernung 2 gleich sey und daß das Gewicht der Platte F G, 10 Unzen betrage, beynahe dem Quadrate der Entfernung $3\frac{1}{2}$ gleich: so wird man, wenn man das Rad B, welches die Axen in Bewegung setzt, umdrehen wird, finden, daß die Platten F G, E D zu einer gleichen Höhe gehoben werden.

Dieser Versuch beweißt, daß, wenn sich gleiche Körper in ungleichen Kreisen drehen, und die Quadrate ihrer Umlaufszeiten sich wie die Würfel ihrer Entfernungen von den Mittelpunkten der Kreise verhalten, sich dann ihre Centrifugalkräfte umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen verhalten.

Neunter Versuch.

Man nehme einen der Träger von der Maschiene ab, und bringe den Mechanismus Num. 3. auf die Axe. Dreht man nun das Rad B, so wird man finden, daß die in den Glasröhren A G, B F befindlichen Substanzen zufolge ihrer Centrifugalkräfte, gegen die äußersten und höchsten Endpunkte dieser Röhren laufen werden. Und da bey gleichen Geschwindigkeiten die schwersten Körper die größte Centrifugalkraft haben, so wird das Quecksilber in der Röhre B F ganz bis zu dem Ende F gehen, da sein Gewicht größer ist als das Gewicht von einer gleichen Masse Wasser; in der Röhre A G dagegen wird man das Stück Kork auf dem Boden unter dem Wasser finden, da das Wasser viel schwerer ist, als eine gleiche Masse von Kork.

Zehnter Versuch.

Man nehme den Apparat Num. 3. von der Axe und setze dargegen den Num. 4. darauf. Setzt man dann die Maschiene in Bewegung, so wird der obere Theil E der Reife gegen den Wirbel O zufallen und je geschwinder die Maschiene gedreht wird, desto näher werden die Reife dem Wirbel kommen, indem sich zu der nämlichen Zeit ihre mittleren Theile so von der Welle entfernen werden, daß sie eine elliptische Gestalt annehmen. Diese Wirkung ist eine Folge der verschiedenen Centrifugalkräfte der verschiedenen Theile dieser Reife, da die Centrifugalkräfte derjenigen Theile, welche weiter von der Axe der Bewegung entfernt sind, größer ist, als die Centrifugalkraft derer, die ihr näher sind.

Man sieht also daraus, daß wenn kugelförmige Körper, deren Materie hinlänglich nachgiebt, sich um ihre Axe bewegen, die Gestalt derselben nicht vollkommen sphärisch seyn kann, sondern die eines gedrückten Sphäroides seyn muß.

Eilfter Versuch.

Man nehme den vorhergehenden Apparat von der Axe der Drehtafel hinweg, setze das Bret Num. 1 auf dieselbe und befestige den Zapfen e der Maschiene Num. 5, in der Mitte des Bretes, und setze die Halbkugel A, jedoch ohne den Draht C, auf denselben. Wird die Halbkugel konzentrisch gegen das Bret gerichtet, so wird man, wenn man die Maschiene dreht, finden, daß die Halbkugel auf ihrer Stelle auf dem Brete bleibt, indem der Mittelpunkt der Schwere der Halbkugel mit dem Mittelpunkte der Bewegung zusammentrifft. Wird aber der Mittelpunkt der Halbkugel ein wenig nach der einen

Seite des Mittelpunkts der Bewegung gerückt, dann wird, wenn man die Maschiene dreht, der größere Theil der Halbkugel, der an der einen Seite des Mittelpunkts der Bewegung liegt, eine größere Centrifugalkraft bekommen und folglich die Halbkugel nach dieser Richtung ziehen, so daß die Halbkugel, indem sie durch die Fuge di gleitet, sich zuletzt mit dem Theile d auf dem Zapfen befinden wird.

Wenn der Draht C mit dem kleinen Körper B an die Seite der Halbkugel geschraubt und diese konzentrisch mit dem Brete, an den Zapfen gesteckt wird, so wird die nämliche, eben jetzt erwähnte Wirkung erfolgen, wenn man die Maschiene dreht. Denn obgleich die Halbkugel konzentrisch gegen das Bret gerichtet ist, so ist doch, wenn der Körper B an ihr befestigt ist, ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere verschieden von dem Mittelpunkt der Schwere der Halbkugel allein genommen.

Zwölfter Versuch.

Beynahe dieselbe Sache stellt der Apparat Num. 2 dar. Denn wenn dieser auf die Axe der Drehtafel, nach Hinwegnehmung des vorigen Mechanismus, geschraubt und der Zeiger oder Stift E, das ist, der Schwerpunkt der beyden Körper C und D gerade über den Mittelpunkt des Trägers AB angebracht wird, so wird das Umdrehen der Maschiene, die erwähnten Körper an dem Drathe AB nicht in Bewegung setzen. Wird aber der Schwerpunkt E auch nur noch so wenig nach der einen Seite des Mittelpunkts der Bewegung zu angebracht, so werden sich, wenn die Maschiene gedreht wird, die beyden Körper bis an die aufrecht stehende Hervorragung A oder B, gegen diese Seite hin bewegen.

Dreyzehnter Versuch.

Das nämliche kann auch vermittelst des Mechanismus Num. 6 geschehen. Man setze das kreisförmige Bret Num. 1. auf eine von den Axen der Drehmaschiene, befestige den gabelförmigen Draht von Num. 6 in der Mitte derselben, bringe die Körper A und B mit ihrem sie verbindenden Drahte auf der Gabel ins Gleichgewicht und setze dann, durch Umdrehung des Rades B, die Maschiene in Bewegung, so werden die Körper A und B auf der Gabel im Gleichgewicht bleiben und sich mit ihr umdrehen.

Man hat noch eine sehr große Menge anderer Maschienen zur Erläuterung anderer Zweige der Lehre von der Bewegung und von dem Gleichgewichte erfunden; da aber die Sätze, die sich auf diese anderen Zweige beziehen, sehr leicht und einleuchtend sind, so übergehe ich die Beschreibung derselben, weil sie das Werk nur vergrößern würden, ohne dem Leser besonders nützlich zu werden. Ich will daher blos noch eine kurze Nachricht von der Art geben, wie man vermittelst der Pendeln, die vorzüglichsten Erscheinungen, welche das Zusammentreffen der Körper begleiten, zeigen kann und die Beschreibung einer Maschiene hinzufügen, die dazu dient, einige der Fälle zu zeigen, die sich auf die Zusammensetzung und Auflösung von Kräften beziehen, und damit dieses Kapitel beschließen.

Die Erscheinungen, welche das direkte Zusammenstoßen von Körpern begleiten, wenn nämlich ihre Schwerpunkte in der Richtung ihrer Bewegung liegen, kann man sehr bequem vermittelst solcher Pendeln darstellen, wie sie Fig. 4. 5 und 6 der achten Kupfertafel abgebil-

det sind; denn wenn eins dieser Pendeln, etwa A, Fig. 5. bis zu einer gewissen Entfernung von der senkrechten Richtung, etwa bis in die Lage BC, zurückgezogen und dann von da aus wieder freygelassen wird, so wird der Stoß, den seine Kugel dem nächsten Pendel D giebt, dieses nöthigen sich aus seinem Zustand der Ruhe zu bewegen, und einen gewissen Bogen zu beschreiben, der länger oder kürzer seyn wird, je nachdem die Größe der Materie des Körpers, der gestoßen worden und das Moment des stoßenden Körpers ist, welches Moment durch die Erhebung des stoßenden Körpers zu einem größeren oder kleineren Winkel und durch die Veränderung der Schwere desselben, vermehrt oder vermindert werden kann. Die Pendeln können auch so angestoßen werden, daß sie gegen einander stoßen müssen, wenn sie beyde entweder in einerley Richtung, oder in einer entgegengesetzten in Bewegung gesetzt werden. Die Wirkungen des Zusammenstoßens, das heißt: die Richtungen der Körper nach dem Stoße, so wie ihre Geschwindigkeiten, können dadurch bestimmt werden, daß man die Bogen beobachtet, welche sie nach dem Zusammenstoßen beschreiben.

Auf diese Art können die Versuche sowohl mit elastischen, als nicht elastischen Körpern angestellt werden. Sollen die Körper elastisch seyn, so werden elfenbeinerne Kugeln an den Schnuren aufgehängt; sollen aber die Körper nicht elastisch seyn, so werden die Kugeln von weichem Wachs*) oder von feuchtem Thon gemacht; und

*) Weißes Wachs kann man dadurch für diesen Zweck weich genug machen, daß man es mit einem Zusatz von Baumöl von einem Viertheil seines Gewichts über einem gelinden Feuer schmilzt. Dann läßt es sich, wenn es kalt geworden, leicht in Kugeln formen, und diesen läßt sich auch ihre Kugelgestalt leicht wiedergeben, wenn sie etwa während der Versuche verändert worden.

obgleich das Elfenbein nicht vollkommen elastisch, und der Thon und das Wachs nicht vollkommen unelastisch ist, so ist doch der Unterschied, der eine Folge dieser ihrer unvollkommenen Eigenschaften ist, so gering, daß er ohne Nachtheil bey den Versuchen kann übersehen werden; und ich bemerke hierbey, daß bey solchen mechanischen Versuchen, bey denen man immer etwas wegen der Friction, des Widerstandes der Luft und der unvollkommenen Elasticität u. s. w. abrechnen muß, die Resultate nur so lang für beweisend annehmen kann, als die Wirkung etwas geringer ist, als sie nach der Theorie seyn sollte; ist aber die Wirkung größer als sie die Berechnung giebt, dann muß man einen Fehler in der Maschienerie oder in der Theorie vermuthen.

Bey den obenerwähnten Figuren sind die Faden der Pendeln als an Nägeln aufgehängt, abgebildet. Allein man kann leicht eine Maschiene oder ein Gestelle einrichten, wie man sie fast in allen Schriften über die mechanische Physik beschrieben findet, an welchen zwey oder mehrere Pendeln leicht können aufgehängt, die Längen derselben genau eingerichtet und ein mit Graden versehener Bogen, wie Fig. 5. leicht kann angebracht werden, um die Bogen, von denen aus man die Pendeln fallen läßt, oder die sie im Aufsteigen beschreiben, zu messen.

Die Leichtigkeit mit der dergleichen Maschienen können erfunden und verfertiget werden, macht eine genauere Beschreibung derselben hier überflüßig. Indessen verdient doch ein besonderer Mechanismus, diesen Punkt betreffend, erwähnt zu werden; es ist der, welcher durch Fig. 7. der achten Tafel abgebildet ist.

Wenn ein an einer besondern Schnur aufgehängtes Pendel, um es in Bewegung zu setzen, bis zu einer

gewissen Höhe gehoben wird, so ist der geringste Stoß oder die geringste Ausbeugung der Hand schon hinreichend dem Pendel eine von der eigentlichen Schwingungsebene abweichende Richtung zu geben, und in diesem Falle wird also der von diesem Pendel dem andern Pendelkörper gegebene Stoß, ihm nicht in der Richtung seines Schwerpunktes gegeben werden, und folglich die Wirkung nicht der Theorie entsprechend ausfallen. Die Art der Aufhängung nun, welche durch die siebente Figur dargestellt wird, macht diese Abweichung unmöglich, und daher ist sie auch zur Anstellung von Versuchen von der obenerwähnten Art, allgemein angenommen worden. DE ist ein kupferner Schaft, dessen Gestalt aus der Abbildung hinlänglich ersichtlich ist. Dieser ist vermittelst einer Schraube an der Kugel befestigt, und der Faden BDEC, dessen beyde Endpunkte bey B und C an einer Leiste oder horizontalen Arm der Maschiene befestiget sind, geht durch zwey in den Hervorragungen D, E des kupfernen Schaftes befindliche Löcher. Es ist einleuchtend, daß dieser Pendel sich ohne die Möglichkeit einer Abweichung in einer Ebene schwingen muß, die auf die Ebene der Figur BD, EC senkrecht ist.

Fig. 5. stellt den Fall dar, wenn von zwey sich gleichen Körpern, der eine gegen den anderen, in Ruhe befindlichen, stoßen soll, oder auch wenn sich beyde in Bewegung befinden und gegen einander stoßen. — Man kann alle diese Versuche auch mit den Pendeln der vierten Figur machen, nur daß bey diesen die Größen der Materie ungleich sind.

Fig. 6 bildet den Fall ab, da, wenn drey gleiche elastische Körper neben einander liegen und sich berühren und einer von den beyden nach außen zu liegenden Körpern, wie F, bis zu G aufgehoben wird und von da

gegen E fällt, der Stoß von dem Körper E dem Körper D mitgetheilt wird, so daß E in Ruhe bleibt und D bis zu H in die Höhe getrieben wird. — Ueber die verschiedenen Fälle des Zusammenstoßens, die vermittelst der Pendeln können dargestellt werden, sehe man das siebente Kapitel.

Man hat mancherley Maschinen zur Erläuterung der Zusammensetzung und Auflösung der Kräfte und der von schiefen Kräften getragenen Lasten erfunden. Eine der deutlichsten Methoden, die Zusammensetzung von Kräften zu zeigen, ist folgende:

Man hängt zwey Pendeln A C I, B D. wie sie Fig. 8. Taf. VIII. abgebildet sind, so auf, daß ihre Kugeln nur ein wenig über der Oberfläche einer flachen und glatten Tafel L M R K schweben. Auf die Tafel legt man eine elfenbeinerne Kugel E so, daß sie beyde Kugeln des Pendels berühren. Zieht man nun das Pendel A bis zu einem gewissen Punkte aus seiner senkrechten Richtung, und läßt es dann gegen die Kugel E in der Richtung E O fallen, so wird dadurch die Kugel E genöthiget werden, sich von E nach O zu bewegen. — Bringt man die Kugel E wieder in ihre vorige Lage und hebt das Pendel B so in die Höhe, daß es mit der senkrechten einen Winkel macht, der demjenigen gleich ist, den das andere Pendel macht, und läßt es dann auf die Kugel E fallen, so wird diese genöthiget werden, sich von E nach H zu bewegen. Bringt man endlich die Kugel E noch einmal in ihre vorige Lage, und erhebt beyde Pendeln zu gleicher Zeit und so, daß sie gerade wieder die Winkel machen, die sie vorher machten, als jedes besonders aufgehoben wurde, und läßt sie nun beyde in einem und demselben Augenblicke los, so daß sie zugleich an die Kugel E stoßen müssen, so wird die Kugel E da-

durch genöthiget werden, sich von E gerade nach G zu bewegen, welches die Diagonale des Parallelograms GHEO ist, dessen Seiten die Richtungen der von einander verschiedenen Stöße EO und EH sind.

Die Wirkung kann verändert werden, wenn man die Stoßkräfte vermehrt oder vermindert, welches dadurch geschieht, daß man das Gewicht der einen von den Kugeln A oder B schwerer oder leichter macht.

Wenn man von dieser Maschine Gebrauch machen will, so muß man sorgfältig darauf sehen, daß die beyden Pendeln die Kugel E ganz genau in demselben Augenblicke stoßen, welches freylich einen großen Grad von Uebung und Geschicklichkeit erfordert. Man würde zwar wohl zur Erreichung dieses Zweckes leicht mechanische Mittel erfinden können; allein es lohnt sich kaum der Mühe, eine so zusammengesetzte Maschine zur Erläuterung eines so einleuchtenden Satzes zu bauen. — An dieser Maschine sind die beyden Pendeln ohngefähr auf die Fig. 7. angegebene Art aufgehängt, nämlich so, daß jedes Pendel an zwey Faden hängt; blos der kupferne Schafft ist weggelassen.

Funfzehntes Kapitel.

Einige Anwendungen der vorgetragenen Lehre von der Bewegung, und Bemerkungen über die Zusammensetzung der Fuhrwerke mit Rädern.

Von allen Zweigen der Mechanik kömmt die Lehre von den Eigenschaften des Schwerpunktes am häufigsten vor, und diese Eigenschaften sind auch von der größten Wichtigkeit für die Menschheit.

Jeder Körper ohne Ausnahme, der auf einem anderen ruht, muß dies so thun, daß sein Schwerpunkt von diesem unterstützt wird; das heißt: eine Linie, die von seinem Mittelpunkte der Schwere aus gerade nach dem Mittelpunkte der Erde gezogen wird, oder, welches einerley ist, eine Linie, die von seinem Schwerpunkte senkrecht auf den Horizont fällt, muß von dem anderen Körper aufgefangen werden, oder auf ihn fallen, sonst kann der erste nicht von dem letzteren unterstützt werden.

Diese Linie, nämlich diejenige, welche von dem Schwerpunkte eines Körpers, oder eines Systems mit einander verbundener Körper, senkrecht auf die Ebne des Horizonts fällt, heißt: die Richtungslinie, da sie wirklich die Linie ist, nach welcher der Körper, bey seinem Fall gegen den Mittelpunkt der Erde, seinen Lauf nimmt und richtet, und folglich, wenn er unterstützt werden soll, einem Hindernisse auf dieser Linie begegnen muß. So wird der Fig. 9. Taf. VIII. abgebildete Körper CDOG mit seiner Basis sehr gut auf der Erde oder

einer anderen horizontalen Ebene ruhend bleiben, weil die von seinem Schwerpunkte I, senkrecht auf die Ebene des Horizonts gezogene Richtungslinie I F, auf die Basis Y G O fällt, von der jeder Punkt von der Erde unterstützt wird. Wird aber ein anderer Körper A B C D auf ihn gelegt, so wird das Ganze zu Boden fallen; denn in diesem Falle wird der Schwerpunkt höher, als bey K liegen, und die Richtungslinie K H also außerhalb der Basis fallen. — Eben so wird Fig. 10. Taf. VIII. der Körper D auf der geneigten Ebene A B hinabrollen, weil seine Richtungslinie außerhalb seiner Basis fällt; da im Gegentheile der Körper C, dessen Richtungslinie innerhalb seiner Basis fällt; blos jene Ebene hinabgleiten wird, wenn ihn nicht die Friction auch daran verhindert, in welchem Falle er in Ruhe bleibt; die Friction aber wird den Körper D nicht verhindern können, die Ebene hinabzurollen.

Es ist also einleuchtend, daß, je schmäler die Basis ist, desto leichter der Körper bewegt werden kann, und, im Gegentheile, daß der Körper desto fester steht, je breiter die Basis und je näher die Richtungslinie auf die Mitte derselben ist. Daraus ergiebt sich, daß eine Kugel, oder eine aufrechtstehende kreisförmige flache Figur, wie ein Wagenrad ist, auf einer Ebene mit größerer Leichtigkeit als eine andere Figur kann bewegt werden, denn schon die geringste Veränderung der Lage ist hinreichend, die Richtungslinie eines kugelförmigen oder kreisförmigen Körpers, aus der Basis zu bringen. Daher kömmt es auch, daß Körper, die schmal zulaufen, wie zum Beyspiele Eyer, oder Stöcke u. s. w. sind, auf einer Ebene nicht aufrecht können gestellt werden, oder daß es doch nicht ohne die größte Schwierigkeit geschehen kann.

Die Anwendung der Eigenschaften des Schwerpunktes auf den thierischen Bau, ist leicht und einleuchtend.

Wenn die Richtungslinie innerhalb der Basis unsrer Füße fällt, so bleiben wir in aufrechter Stellung, und wir stehen am festesten, wenn diese Linie gerade auf die Mitte dieser Basis fällt; fällt sie außerhalb derselben, so fallen wir augenblicklich zu Boden.

Weil die Erhaltung und die Anwendung dieses Schwerpunktes für die Bewegung der belebten Wesen so äußerst wichtig ist, hat die unendliche Weisheit des Schöpfers allen lebendigen Wesen die Neigung eingepflanzt, sich selbst in fast allen Lagen, im Gleichgewichte zu erhalten. Viele Thiere bekommen die Fertigkeit, sich auf ihren Füßen aufrecht zu erhalten, schon wenige Stunden nach ihrer Geburt, wie dies besonders der Fall bey den Kälbern ist.

Es ist wunderbar zu sehen, wie ein Kind anfängt, seine Kraft aufgerichtet zu stehen, zu versuchen und zu vermehren. Gewöhnlich setzt es seine Füße beträchtlich weit auseinander, und macht so die Basis größer, und dagegen die Gefahr, auf die Seite zu fallen, geringer. — Es macht den Versuch ganz aufrecht und mit seinem Körper unbeweglich zu stehen, um dadurch so viel ihm nur immer möglich ist, das Vor- oder Rückwärtsfallen zu verhüten, und wenn es einen Fuß aufhebt, so setzt es ihn augenblicklich wieder auf die Erde, indem es fühlt, daß es nicht fähig ist, auf so einer kleinen Basis, als nur Ein Fuß ist, zu stehen. Wenn es älter wird, so rückt es auch in Ansehung der Methoden, seinen Schwerpunkt zu erhalten und zu brauchen weiter fort, und zwar ohne die geringste Kenntniß von dem mechanischen Grundsatze zu haben, nach dem es handelt. Eben so beugt sich ein Mensch mit seinem Körper natürlich vorwärts, wenn er von einem Stuhle aufsteht, um den Mittelpunkt der Schwere nach vorne hin zu ziehen. Er beugt sich vorwärts, wenn er eine Last auf dem Rücken trägt, um die Richtungslinie, welche in diesem Falle von

dem gemeinschaftlichen Mittelpunkte seines Körpers und der Last ausfällt, auf die Basis seiner Füße fallen zu lassen; und aus der nämlichen Ursache beugt er sich rückwärts, wenn er eine Last vor sich trägt und lehnt sich auf die eine Seite, wenn er etwas Schweres auf der anderen trägt.

Aber die menschliche Geschicklichkeit kann es durch Uebung und Fleiß dahin bringen, daß sie über diese gewöhnliche Anwendung der Eigenschaften des Schwerpunktes und der Richtungslinie noch weit hinausgeht. Man sieht zum Beyspiele Menschen, die sich selbst so sehr im Gleichgewichte halten können, daß sie auf einem sehr schmalen Standpunkte lange auf einem Fuße stehen können, indeß sie den andern in die Höhe richten, oder auch auf einem Seile, ja sogar auf dem Kopfe mit in die Luft gerichteten Füßen. — Ihre ganze Kunst besteht blos darinn, daß sie verstehen, in dem Augenblick, da die Richtungslinie anfängt aus der schmalen Basis, auf der sie ruhen, zu weichen, schnell ein Gegengewicht auf die entgegengesetzte Seite ihres Körpers zu legen, so daß, wenn sie fühlen, daß sie gegen die rechte Seite zu fallen, sie den linken Arm, oder das linke Bein ausstrecken, und so umgekehrt. Denn, obgleich das Gewicht des Arms viel geringer ist, als das Gewicht des Körpers, so kann doch das Moment des Arms durch dem des übrigen Körpers gleich gemacht werden, daß es weiter von dem Ruhepunkte ab, ausgebreitet wird, da das Moment des übrigen Körpers diesem Punkte, oder der Richtungslinie unendlich näher liegt. Man sehe hierüber das sechste Kapitel.

Eben diese Erklärung läßt sich auf die lange horizontale Balancierstange, welche die Seiltänzer in den Händen zu haben pflegen, anwenden; denn da die äußersten Endpunkte dieser Stange, welche gewöhnlich mit

Bleygewichten beschwert sind, von dem Seile, welches die Unterlage ist, entfernt liegen, so muß, wenn die Stange ein wenig nach einer Seite bewegt wird, das Moment desjenigen Endpunktes derselben, der in dieser Richtung liegt, beträchtlich vermehrt werden, und zwar wird es dies in dem Grade, daß es dem Körper des Künstlers das Gleichgewicht hält, wenn er merkt, daß er sich nach der entgegengesetzten Richtung neiget.

Aber ob die Menschen gleich von Natur oder durch bloße Erfahrung den Gebrauch des Schwerpunktes lernen, so sieht man doch mehrere in vielen Fällen den Gesetzen den Gesetzen der Natur entgegen handeln, und die Folgen davon sind zuweilen sehr traurig.

So findet man oft, daß, wenn ein Boot oder ein Wagen umschlagen will, die darin befindlichen Menschen plötzlich von ihren Sitzen aufspringen, wodurch sie den Schwerpunkt des Ganzen höher bringen und folglich dadurch das Umfallen beschleunigen, welches genau der Fall ist, welcher Fig. 9. Taf. VIII. abgebildet worden ist. Sie würden dies wahrscheinlich verhütet haben, wenn sie entweder ruhig auf ihren Sitzen geblieben wären, oder noch besser, wenn sie sich so weit als sie gekönnt hätten, nach dem Boden des Wagens oder des Bootes niedergebeugt hätten.

Die natürliche Anwendung der mechanischen Gesetze hat fast bey jedem Vorfalle des Lebens statt, denn alles, was sich bewegt, muß sich diesen Gesetzen gemäß bewegen. Um nicht zu weitläuftig zu werden, will ich nur wenige besondere Beyspiele noch anführen, die dem aufmerksamen Leser leicht die Anwendung der vorgetragenen Lehre von der Bewegung auf eine Menge von Vorfällen lehren werden.

Der Mensch oder das Pferd, das auf einem kreisförmig sich richtenden Pfad läuft, beugt sich, von der Natur belehrt, gegen den Mittelpunkt des Kreises, oder gegen den konkaven Theil des krummlinigten Pfades, und dies zwar darum, um der Wirkung der Centrifugalkraft entgegen zu wirken, die es sonst aus der senkrechten Richtung ziehen würde. Und je schneller sie rennen, desto stärker beugen sie sich gegen die konkave Seite, weil die Centrifugalkraft mit der Geschwindigkeit zunimmt.

Wenn ein Mensch ein großes Gewicht in seiner Hand halten muß, so hält er, von der Natur belehrt, die Hand an den Körper, denn wenn er seinen Arm ausstreckt, so wird das Moment des Gewichtes, das sich am Ende desselben eben so befindet, als wäre es an dem Endpunkte eines langen Hebels zu groß für seine Kraft, indem der Arm ein Hebel wird, an dem die Potenz und die Unterlage an dem einen Endpunkte, nämlich an der Schulter liegen, indeß dargegen das Gewicht an dem entgegengesetzten Endpunkte liegt.

Personen, die oft den Hammer brauchen, halten denselben gewöhnlich an dem äußersten Ende des Stieles, um den Schlag so stark als möglich zu machen; denn in diesem Falle bewegt sich der Kopf des Hammers, weil er am weitesten von dem Mittelpunkte der Bewegung entfernt ist, mit der größten Geschwindigkeit, und schlägt folglich mit dem größesten Moment. Diejenigen aber, die den Hammer nicht oft zu führen pflegen, fassen ihn gewöhnlich mit der Hand nahe an dem Kopf desselben an, wodurch sie machen, daß der Schlag nur eine sehr geringe Wirkung thun kann.

Eben diese Bemerkung gilt in Ansehung des Gebrauchs fast aller andern Werkzeuge und Instrumente,

selbst diejenigen nicht ausgenommen, die am häufigsten gebraucht werden, wie Scheeren, Messer, Barbiermesser u. d. m. sind, und man kann es bald an der Art, wie diese Instrumente gebraucht werden, sehen, ob sich ihrer eine mechanische oder unmechanische und ungeschickte Hand bedient. —

Von allen den vielen Maschienen, die Luxus und Bequemlichkeit erfunden, und die unter den civilisirten Nationen im Gebrauch sind, ist keine allgemeiner angenommen worden, und in allgemeineren Gebrauch gekommen, als die Fuhrwerke mit Rädern; es ist also gewiß merkwürdig, daß, ohngeachtet des hohen Grades der Vollkommenheit der gegenwärtigen mathematischen Kenntnisse, diese Maschiene noch keinesweges auf die vortheilhafteste Art gebauet und gebraucht werden.

Könnte man die Oberflächen der Körper vollkommen glatt, flach und aller Anhängungskraft beraubt machen, so würde es eben so leicht seyn, einen Körper auf einer Ebene fortzuziehen, als ihn auf Rädern fortzubewegen, da dies aber nicht möglich ist, so sind Fuhrwerke mit Rädern unentbehrlich und der Nutzen derselben ist zu einleuchtend, als daß er erst besonders ins Licht gesetzt zu werden brauchte. Man kann in der That täglich die Bemerkung machen, daß ein einziges Pferd im Stande ist, eine auf einen Karren geladene Last von solcher Größe fortzufahren, als vielleicht zehn Pferde nicht im Stande seyn würden auf der bloßen Erde nur zu bewegen.

Wenn ein schwerer Körper auf der Erde fortgezogen wird, so ist die Friction sehr groß, weil die Erde stille steht, der Körper aber sich auf derselben bewegt, so daß alle Ungleichheiten des Bodens, die Anhäufung von Koth

und

und Steinen und der nachgebende Boden u. s. w, eben so viele Hindernisse sind, die sich der Bewegung des Körpers entgegensetzen, und die die Kraft, die ihn ziehen soll, überwältigen muß. Wird aber der Körper auf Rädern, auf einem Karren, Wagen u. s. w. gefahren, so stößt oder reibt sich die Oberfläche der Radschienen nicht auf einmal an der Erde, sondern sie berührt sie nur allmählig, wie oben bey Gelegenheit der Erwähnung der Walzen ist erklärt worden, und die Hindernisse, welche der nachgebende Boden, Steine u. s. w. den Rädern entgegen setzen, sind alle in einer schiefen Richtung gegen dieselben, die leichter zu überwinden ist, als eine direkte, und dieß desto eher, je größer der Durchmesser der Räder ist, so daß durch den Gebrauch großer Räder, die Friction an dem Boden fast ganz aufgehoben wird. Allein der Gebrauch der Räder ist dagegen mit einer andern Art der Friction verbunden, nämlich derjenigen, die das Rad auf die Axe macht; sie ist jedoch, wenn die Theile gut gebaut und gut mit Oel oder Fett eingeschmiert werden, und besonders bey großen Rädern nicht von großer Bedeutung, denn bey der Umdrehung eines Rades um seine Axe, vermindert sich die zur Ueberwältigung der Friction erforderliche Kraft, in dem Verhältnisse des Durchmessers des Rades zu dem Durchmesser der Axe.

Ein Räderfuhrwerk wird dann mit dem wenigsten Kraftaufwande gezogen, wenn die Zuglinie durch den Schwerpunkt des Fuhrwerks und zwar in einer Richtung geht, die parallel mit der Ebene ist, auf welcher es sich bewegt. Daraus folgt, daß die Höhe des Fuhrwerks nach der Potenz sollte eingerichtet werden, die bestimmt ist dasselbe zu ziehen, so daß man in dieser Rücksicht in Anschlag bringen müßte, ob es von großen oder kleinen Pferden oder von Ochsen u. s. w. soll gezogen werden.

Man muß indeß überhaupt in dieser Rücksicht bemerken, daß ein Pferd, nach der Gestalt und dem Bau seines Körpers, dann mit dem größten Vortheile zieht, wenn die Spur oder der Schaft einen kleinen Winkel mit der Ebene macht, welche durch die Axen der Erde geht. Dieser Winkel aber darf nur wenige Grade groß seyn, weil sonst ein Theil der Kraft des Pferdes darauf verwendet wird, die Räder von der Erde aufzuheben und folglich nicht die ganze Kraft angewendet wird, das Fuhrwerk fortzuziehen.

An vierrädrigen Wagen werden gewöhnlich die beyden Vorderräder kleiner gemacht, als die Hinderräder. Dieß geschieht darum, weil sie sich so leichter drehen, indem sie dazu weniger Raum bedürfen; auch verhütet ihre Kleinheit, daß sie sich nicht an der Spur reiben; diese Vortheile aber abgerechnet, sind kleine Räder bey weitem nicht so vortheilhaft als diejenigen, die einen größeren Durchmesser haben, wie ich bereits erwähnt habe, und nun durch folgende Erläuterung beweisen will.

Man nehme an, daß Fig. 2. Taf. IX, die Löcher BGC und DFO gleich groß seyen und gleich tief in die Erde gehen, so ist es einleuchtend, daß das große Rad A, nicht so tief in das Loch einsinken wird, als das Rad B, und überdies kann auch das große Rad, wenn man auch annehmen wollte, daß es eben so weit einsinken könnte, durch die weit über diesem Hinderniße wirkende Potenz leicht wieder herausgezogen werden, da dieß bey einem kleinen Rade, vermittelst eines horizontalen Zuges kaum geschehen kann, es müßte denn der Boden vor demselben ausweichen, welches aber nicht immer zu erwarten ist.

Die Vorstellung, daß die beyden großen Räder die beyden vorderen kleinen forttreiben helfen, ist ein gewöhnlicher Irthum, der auch nicht den mindesten Grund für sich hat. Man kann die Abgeschmacktheit dieser Vorstellung auf mehr als eine Art beweisen, der folgende Versuch aber thut es auf die genugthuendste Weise.

Man nehme ein wirkliches Fuhrwerk oder das Model von einem großen, das zwey große und zwey kleine Räder hat, befestige an das vordere und an das hintere Ende desselben ein Seil, so daß beyde Seile in gleicher Höhe von der Erde angebracht werden, strecke dann das eine in horizontaler Richtung aus und lasse es über eine, in einiger Entfernung von dem Fuhrwerke befindliche Rolle laufen und binde an das hinter der Rolle herabfallende Ende des Seils so viel Gewicht, als gerade hinlänglich ist, das Fuhrwerk in Bewegung zu setzen. Wenn dieß geschehen ist, so lasse man das Seil los und drehe das Fuhrwerk mit dem entgegengesetzten Ende nach der Rolle zu und wiederhole mit einem Worte den nämlichen Versuch auch mit dem vorderen Theile des Fuhrwerks, so wird man finden, daß genau das nämliche Gewicht wird erfordert werden dasselbe fortzuziehen, und zwar mit gleicher Geschwindigkeit fortzuziehen, es mögen nun die grossen oder die kleinen Räder vorwärts gerichtet seyn.

Die Gestalt, oder besser, die Breite der Felgen der Wagen, hat einen beträchtlichen Einfluß auf die Bewegung derselben. Bey einem glatten und harten Wege sind breite Räder nicht vortheilhaft, bey weichen Wegen aber sind die breiten viel vortheilhafter als die schmalen, da die letzteren in den Boden schneiden und einsinken und also in diesem Falle, so müssen betrachtet werden, als ob sie immer einer Erhöhung hinauf giengen und noch ausserdem viel von der Friction der Seiten der Geleise lei-

den, welche sie machen; da, im Gegentheile, die breiten Räder fast gerade so wirken, wie eine Gartenwalze, das heißt: sie machen den Weg eben und hart, und bewegen sich noch ausserdem mit großer Freyheit. Man muß jedoch hiebey bemerken, daß in sandigten und zähen thonigten Wegen eine geringere Kraft erforderlich ist, einen Wagen mit schmalen, als einen mit breiten Rädern zu ziehen. In Sandwegen machen sich breite Räder selbst Hindernisse dadurch, daß sie den Sand vor sich hertreiben und anhäufen und auf thonigten, lehmigten Wegen sammeln sie den Lehm auf ihre Oberflächen und werden dadurch nicht wenig aufgehalten.

Manche glauben, daß breite Räder eine verhältnißmäßig viel größere Hemmung erfahren müssen als kleinere, weil sie die Erde in viel mehr Punkten als diese berühren; allein, man muß dagegen bedenken, daß obgleich die breiten Räder die Erde mit einer größern Oberfläche als die schmalen berühren, sie doch eben nicht stärker darauf drücken als diese. Man nehme, zum Beyspiele, zwey sich in jeder Rücksicht gleiche Wagen, die auch gleich stark beladen sind, an, jedoch mit dem einzigen Unterschiede, daß die Räder des einen drey Zoll, die des andern aber zwölf Zoll breit seyen, so ist einleuchtend, daß die letzteren mit einer viermal breiteren Oberfläche auf der Erde ruhen, als die erstern, indem die Oberfläche jener, viermal der Oberfläche dieser gleich ist. Da nun aber von den Rädern beyder Wagen eine gleich große Last unterstützt wird, so trägt jede Breite von drey Zoll an der Oberfläche der breiten Räder ein Viertheil jener Last, indeß die Breite von drey Zoll der schmalen Räder die ganze Last trägt, so daß also die breiten Räder den Boden um so viel leichter berühren, als sie breiter sind als die schmalen. Aus dem nämlichen Grunde gehört auch, wenn ein schwerer Körper, der ein Parallelepipedum, wie

ein Ziegelstein, bildet, auf einer ebenen Oberfläche fortgezogen werden soll, der nämliche Grad von Kraft dazu, er mag mit seiner breiten oder mit seiner schmalen Seite auf der Ebene liegen.

„Könnten die Räder immer auf glatten und ebenen „Boden gehen, so würde es am besten seyn ihre Speichen senkrecht auf die Naben zu stellen, das heißt so: „daß sie in rechten Winkeln zu den Axen ständen, weil sie „dann die Last der Ladung senkrecht tragen würden, als „in welcher Richtung Holz am meisten tragen kann. Weil „aber der Boden gewöhnlich ungleich ist, so fällt oft ein „Rad in ein Loch oder ein Geleise, wenn dies das andere „nicht thut und trägt also dann mehr als das andere „und in diesem Falle sind konkave oder hohle Räder die „besten, weil, wenn das eine in ein Geleise fällt, das andere aber in der Höhe bleibt, die Speichen in dem Geleise senkrecht werden und folglich so die größte Stärke „haben, wenn die nun schiefgerichtete Ladung ihr größtes „Gewicht auf sie wirft, indeß die in der Höhe stehenden „ein geringeres Gewicht zu tragen haben, und folglich ihrer vollen Stärke nicht bedürfen; so daß also die gewöhnliche Art, die Räder konkav zu machen, bey weitem die beste ist."

„Die Axen der Räder müssen vollkommen gerade seyn, „damit die Felgen der Räder einander parallel seyn können, „weil sie ungehindert in gerader Linie fortgehen können. „Wie aber die Axen gewöhnlich gemacht werden, sind sie „an ihren Endpunkten niederwärts gebogen, welches die „nach der Erde zu gerichteten Seiten der Räder einander „näher bringt, als sich ihre entgegengesetzten oder höheren Seiten sind, welches nicht nur macht daß die Räder schief ziehen, wenn der Wagen fortfährt, und daß

„die Ladung eine größere Kraft bekömmt, sie zu zerbre„chen, als wenn sie senkrecht gegen einander sind, sondern „auch den Wagen der Gefahr aussetzt, umgeworfen zu „werden, wenn eins von der Rädern in ein Loch oder ein „Geleise fällt, oder wenn den Wagen in einer Spur „fährt, wo die eine Seite höher ist, als die andere, „wenn er, zum Beyspiele, an der Seite eines Hügels „hinfährt.“ Denn ein so gebauter Wagen steht auf einer schmaleren Basis, als wenn die Felgen der Räder senkrecht auf einander sind.

Auf ebenem Boden kann ein Wagen mit vier gleichen Rädern von der nämlichen Kraft mit gleicher Leichtigkeit gezogen werden, die Ladung mag an irgend einer einzelnen Stelle des Wagens angebracht, oder gleich über denselben vertheilt werden.

Auf einem zweyrädrigen Wagen wird die Last dann am vortheilhaftesten vertheilt; wenn der Schwerpunkt ihres Gewichts mit der Mitte der Axe zusammentrifft.

Ein Wagen der zwey große Hinter-Räder und zwey kleine Vorder-Räder hat, sollte, wenn er auf einer horizontalen Ebene fährt, so beladen werden, daß der größte Theil der Ladung nach hinten zu gelegt würde. Geht er aber über unebene Straßen, und Berg auf und Berg ab, und die Ladung kann nicht mit Leichtigkeit verändert werden, so ists am besten, sie hauptsächlich in die Mitte des Wagens zu bringen, oder sie gleich über den ganzen Wagen zu vertheilen.

Die gewöhnliche Art der Fuhrleute, den schwersten Theil der Ladung auf die Vorderaxe des Wagens zu legen, ist offenbar abgeschmackt: denn dadurch drücken sie diese Axe mit größerer Gewalt auf die Räder und die

Vorder-Räder tiefer in die Erde, wovon die Folge ist, daß diese Räder, die sich öfterer umdrehen als die grossen, nicht nur viel eher abgenutzt werden, sondern auch eine größere Kraft sie überhaupt und besonders über ein Hindernis fortzuziehen, erfordern.

Je niedriger der Mittelpunkt der Schwere der Ladung liegt, desto weniger ist der Wagen der Gefahr ausgesetzt umgeworfen zu werden. Die folgenden Bemerkungen sind vom Professor Anderson in Glasgow.

„In Glasgow und dessen Nachbarschaft, zieht ein einzelnes Pferd auf einer ebenen Straße 25 Zentner (cwt) „auf einem Karren, der ohngefähr zehn Zentner wiegt, „dessen Räder sechs Fuß hoch sind und dessen Axe durch „den Mittelpunkt der Schwere des Karrens und der Ladung geht; auf einem gewöhnlichen Karren aber zieht „es nur die Hälfte dieser Ladung. Zwey vor einander „(in a line) gespannte Pferde ziehen auf einem gewöhnlichen „Karren, und auf ebenem Wege, leicht 30 Zentner und „sechs je zwey und zwey zusammen gespannte Pferde, ziehen auf einem gewöhnlichen Wagen 80 Zentner."

„Sechs Pferde können auf sechs Karren mit hohen „Rädern, auf einer ebenen Straße 150 Zentner fahren, „und sechs Pferde, können auf drey Wagen, je zwey und „zwey aneinander gespannt, auf einem unebenen Wege, „90 Zentner, das ist zehn Zentner mehr ziehen, als sie, „an einen Wagen gespannt, würden thun können. Das „Gewicht, das Abnutzen und Zerreißen ist aber, wie man „sagt, bey drey Karren nicht größer, als bey einem Wagen, auch können sie mit eben der Leichtigkeit als Ein „Wagen gezogen werden und endlich kosten auch drey Karren noch nicht so viel als Ein Wagen."

Sechszehntes Kapitel.

Von geworfenen Körpern.

Jeder Körper, der von irgend einer Kraft fortgestoßen und darauf in seinem Laufe sich selbst überlassen worden, heißt ein geworfener Körper. So sind aus Feuergewehr abgeschossene Kugeln, aus der Hand, oder aus einer Schleuder oder aus einer anderen Werfmaschine geworfene Steine, dergleichen Körper.

Es ist bereits im neunten Kapitel gezeigt worden, daß alle geworfene Körper, ob sie gleich senkrecht aufwärts oder abwärts geworfen werden, eine krumme Linie beschreiben müssen, weil zwey Kräfte auf sie wirken, von denen die eine, eine gleichförmige Bewegung, die andere aber, nämlich die Anziehungskraft der Erde, eine beschleunigte Bewegung hervorbringt.

Es ist ebenfalls bewiesen worden, daß geworfene Körper solche krumme Linien beschreiben, die von den Mathematikern Parabeln genannt werden, oder besser: daß sie solche krumme Linien beschreiben würden, wenn nicht gewisse Umstände Einfluß auf sie hätten, die verursachen, daß die Bahnen geworfener Körper mehr oder weniger von wahren parabolischen Linien abweichen.

Dieß hätte genug seyn können in Bezug auf die Bewegung geworfener Körper; allein der häufige Gebrauch der so wohl in Friedens- als in Kriegszeiten von ihnen gemacht

wird, macht es nothwendig, diesen Zweig der Lehre von der Bewegung, noch besonders zu untersuchen und von der Theorie Regeln abzuleiten, die bey der praktischen Anwendung geworfener Körper von Nutzen seyn können.

Es giebt drey Ursachen, die einen geworfenen Körper nöthigen von der parabolischen Bahn abzuweichen, nämlich: 1) weil die Schwerkraft nicht in senkrecht auf den Horizont gehenden Richtungen wirkt; 2) das Abnehmen der Schwerkraft nach Verhältniß der Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde, und 3) der Widerstand der Luft.

Die Wirkungen der beyden ersten Ursachen sind zu klein und zu gering, um in Anschlag zu kommen, denn der Mittelpunkt der Erde befindet sich in einer so großen Entfernung von der Oberfläche, daß so wohl die Höhe als auch die Entfernungen bis zu welchen wir im Stande sind Körper zu werfen, im Verhältniß gegen ihn ausserordentlich klein sind. Der Widerstand der Luft macht dagegen ein beträchtliches Hinderniß der Bewegung geworfener Körper aus, und die Wirkung derselben ist so sehr schwankend, daß man der Bemühungen vieler Naturforscher und Mathematiker ohngeachtet, noch nicht im Stande gewesen ist, bestimmte und anwendbare Regeln für die Abweichung geworfener Körper von der parabolischen Bahn aufstellen zu können.

Zufolge der vorhergehenden Bemerkungen wird man leicht zugeben, daß die einzige Methode, die man dabey befolgen kann, die ist, die Theorie auf die Annahme zu gründen, daß geworfene Körper sich in Parabeln bewegen, und dann eine gedrängte Uebersicht der Resultate der vorzüglichsten Versuche zu geben, welche angestellt worden sind, um die Abweichung der wahren Bahn ei-

nes geworfenen Körpers von der paraboliſchen krummen Linie zu zeigen.

Wenn ein Körper in einer ſchiefen Richtung von irgend einer Art von Maſchinen, wie zum Beyſpiel, eine Kugel aus einer Kanone, Fig. 3. Taf. IX. in der Richtung AC geworfen wird, ſo nöthiget ihn die Schwerkraft, die in Richtungen auf ihn wirkt, die beynahe ſenkrecht auf die horizontale Ebene AB ſind, von der geraden Richtung AC abzuweichen und die Parabel ADB zu beſchreiben und zuletzt bey B auf die horizontale Ebene zu fallen, woraus ganz einleuchtend folgt, daß eine Kugel oder ein anderer geworfener Körper ſich auch nicht einen Augenblick lang in einer geraden Linie bewegen kann, ſondern daß er mehr oder weniger von der geraden Linie ſeiner urſprünglichen Richtung abweichen und unmittelbar anfangen muß ſich gegen die Erde zu neigen. Indeſſen machen doch auch davon einige beſondere Fälle eine Ausnahme, nämlich die Fälle: wenn eine abgeſchoſſene Kugel eine drehende Bewegung um ihre Axe bekommen hat, oder wenn ihre Geſtalt etwas länglicht und gebogen iſt; denn in dieſen Fällen kann ſie nicht nur ſeitwärts, ſondern auch für eine kurze Zeit ſelbſt aufwärts abweichen.

Die Entfernung AB zwiſchen der Mündung der Wurfmaſchine und der Stelle, an welcher der Schuß auf die horizontale Ebene fällt, wird die Wurfweite genannt, und DE iſt die Höhe ſeiner Bahn oder der Parabel ADB. Der Winkel CAB, welcher die Richtung des Wurfes, oder die Kanone mit der wagerechten Ebene oder Linie macht, heißt der Erhebungswinkel, die Zeit, in welcher der Schuß die Bahn ADB vollendet, heißt die Flugzeit und die Kraft, mit welcher er an einen Gegenſtand bey B ſtößt, iſt ſein Moment.

In der Anmerkung wird man den Beweis dafür finden, daß jene besonderen Punkte, nämlich die Wurfweite, die Höhe der Bahn, der Erhebungswinkel u. s. w. ein gewisses bestimmtes Verhältniß zu einander haben, so daß, wenn zwey von ihnen bekannt sind, auch dadurch die übrigen leicht können gefunden werden. Eben so ist dort bewiesen worden, daß wenn alles übrige gleich ist, die größeste Wurfweite, oder die größte Entfernung, bis zu welcher ein Schuß auf einer wagerechten Linie kann getrieben werden, dann statt hat, wenn der Erhebungswinkel der Hälfte eines rechten Winkels, oder 45 Graden gleich ist*). Ich fahre daher hier damit fort, daß ich eine Me-

*) Erster Satz. „Ein Körper der nicht in einer auf den Horizont senkrechten, sondern schiefen Richtung ist geworfen worden, wird eine Parabel beschreiben, und seine Geschwindigkeiten in irgend einem Punkte dieser Parabel, ist der gleich, die er erlangen würde, wenn er senkrecht durch einen Raum fiele, der dem vierten Theile des zu jenem Punkte als ein Scheitelpunkt gehörigen Parameters gleich wäre, vorausgesetzt, daß die Schwerkraft gleichförmig ist und in Richtungen, die auf die wagrechte Ebene senkrecht sind, wirket, wie auch daß die Luft den geworfenen Körpern keinen Widerstand entgegen setzt.“

Man nehme an, daß ein Körper von A aus, Fig. 5. Taf. IX, in der Richtung AE sey geworfen worden, und lasse AE den Raum bezeichnen, durch welchen ihn die Wurfkraft allein, in einer gleichförmigen Bewegung, in der Zeit T führen würde. Eben so lasse man AB den Raum bezeichnen, durch welchen zu fallen ihn die Schwerkraft allein in derselben Zeit T nöthigen würde. Dann ergänze man das Parallelogram ABEC, so ist es einleuchtend, daß der Körper, da er sowohl durch die Wurfkraft, als auch durch die Schwerkraft gestoßen worden, am Ende der Zeit T bey C müsse gefunden werden. Nun verhält sich aber AE wie die Zeit T, weil sie den gleichförmig beschriebenen Raum bezeichnet; AB aber verhält sich wie das Quadrat der Zeit T; folglich verhält sich AE oder die ihm gleiche BC wie das Quadrat von

thode angebe, die nützlichsten jener besonderen Punkte, wenn der Erhebungswinkel und die größte Wurfweite,

AB Und eben diese Art zu schließen kann auch auf andere gleichzeitige Entfernungen, wie die AH, AF oder FG, AF sind, angewendet werden. AE aber ist eine Tangente zu der krummen Linie bey dem Punkte A, AF ist ein Durchmesser bey dem Punkte A und BC, FG, die parallel zu der Tangente AF sind, sind Ordinaten zu dem Durchmesser AF. Und da bewiesen worden, daß die Quadrate dieser Ordinaten sich wie die respektiven Abscissen AB, AF, u. s. w. verhalten: so ist also die krumme Linie AC, GD die Parabel.

Die Geschwindigkeit des geworfenen Körpers an einem Punkte in der krummen Linie, wie etwa der Punkt A ist, ist so beschaffen, daß der Raum AE in der nämlichen Zeit gleichförmig von ihr beschrieben werden würde, die der Körper brauchen würde, wenn er durch die Schwerkraft senkrecht von A auf B fallen sollte. Auch ist die durch den senkrechten Fall AB erlangte Geschwindigkeit eine solche, die den Körper gleichförmig durch zweymal AB in der nämlichen Zeit führen würde, das heißt: in der nämlichen Zeit, in welcher AE ist beschrieben worden: Es verhält sich also die Geschwindigkeit, die durch den senkrechten Fall AB erlangt worden ist, zu der Geschwindigkeit mit welcher AE beschrieben worden, wie sich AB zweymal genommen zu AE verhält. Die durch den senkrechten Fall durch AB erlangte Geschwindigkeit aber, verhält sich zu der durch den senkrechten Fall durch ein Viertheil des zu dem Scheitelpunkt A der Parabel ACG gehörigen Parameters auch wie sich AB zweymal genommen zu AE verhält; denn dieses Parameter ist, (zufolge der Kegelschnitte) $\frac{\overline{AE}|^2}{AB}$ gleich, und ein Viertel von ihm ist $\frac{\overline{AE}|^2}{4AB}$ und zufolge der Gesetze der Schwere verhält sich die durch den senkrechten Fall AB erlangte Geschwindigkeit, zu der durch den senkrechten Fall $\frac{\overline{AE}|^2}{4AB}$ erlangten Geschwindigkeit, wie sich die Quadratwurzeln dieser Räume verhalten, nämlich wie sich $\overline{AB}|^{\frac{1}{2}}$ zu $\frac{AE}{2\,\overline{AB}|^{\frac{1}{2}}}$ verhält, oder wie sich AB

deren die Kanone fähig ist, bekannt sind, praktisch zu bestimmen.

zweymal genommen zu AE verhält; daher schließen wir, weil die nämliche Art zu verfahren sich auch auf jeden andern Punkt der paraboliſchen Bahn anwenden läßt, daß im allgemeinen die Geschwindigkeit des geworfenen Körpers, in irgend einem Punkte seiner Bahn, die nämliche ist, als er durch einen senkrechten Fall, durch einen, dem vierten Theile des Parameters, der zu diesem Punkte als ein Scheitelpunkt gehört, gleichen Raum, erlangen würde.

Erstes Corollarium. Es ist einleuchtend, daß sich der geworfene Körper auf der Ebene der zwey Kräfte bewegen muß, nämlich, auf der Ebene, welche durch AE, AB geht und folglich senkrecht auf dem Horizont ist.

Zweytes Corollarium. Aus den Gesetzen der zusammengesetzten Bewegung folgt, daß der geworfene Körper den Bogen AC in der nämlichen Zeit beschreiben wird, in welcher er durch die Schwerkraft von A zu B fallen, oder in welcher er den Raum AE gleichförmig beschreiben würde.

Drittes Corollarium. Wenn ein Körper von A aus in der Richtung AE geworfen wird, so muß, wenn der Parameter, der zu dem Scheitelpunkt A gehört, $\frac{\overline{AE}|^2}{EC}$ gleich ist, die Parabel durch den Punkt C gehen.

Viertes Corollarium. Sowohl in der nämlichen als auch in verschiedenen Parabeln, verhalten sich die zu verschiedenen Punkten gehörigen Parameter zu einander, wie sich die Quadrate der Geschwindigkeit des geworfenen Körpers an diesen Punkten verhalten. Woraus folgt: daß die Geschwindigkeit oder das Moment des geworfenen Körpers am kleinsten bey dem Scheitelpunkt der Parabel ist und daß sich die Geschwindigkeiten, oder Momente, in gleichen Entfernungen von diesem Scheitelpunkte gleich sind.

Zweyter Satz. „Die Richtung zu finden, in welcher, wenn die anfängliche Geschwindigkeit gegeben ist, ein Körper

Diese größeste Wurfweite, das heißt: die Entfernung bis zu welcher die Kanone, wenn sie mit der gewöhnmuß geworfen werden, um einen gegebenen Punkt zu treffen."

Fig. 6. Taf. IX. sey A der Punkt, von dem aus der Körper geworfen wird und C der Gegenstand, oder der Punkt welcher getroffen werden soll.

Wenn die Geschwindigkeit des Wurfs gegeben ist, so wird vermittelst der Anwendung des vorigen Satzes der Parameter der Parabel, die durch den Punkt C gehen muß, leicht gefunden werden, nämlich dadurch, daß man den Raum findet, durch welchen ein Körper von seinem Ruhepunkte aus fallen muß, um die gegebene Geschwindigkeit zu erlangen; denn dieser Raum ist dem vierten Theile des, zu dem Punkte A gehörigen, Parameters gleich.

Man verbinde also AC, ziehe die wagrechte Linie AL und bey A errichte man AP senkrecht auf die wagrechte Linie AL und gleich dem erwähnten Parameter. Man theile AP bey G in zwey gleiche Theile und ziehe durch G eine unbestimmte rechte Linie KGH parallel mit der wagrechten Linie AL; durch A ziehe man AK senkrecht auf die Richtung AC des Gegenstandes, welche Linie AK mit der KH in einem Punkte K zusammentreffen wird. Mit dem Mittelpunkte K und dem Halbmesser KA ziehe man den kreisförmigen Bogen PHEA. Durch den Punkt oder den Gegenstand C ziehe man BCI senkrecht auf den Horizont, und wenn diese senkrechte Linie mit dem kreisförmigen Bogen, wie bey E und I zusammentrifft, so ziehe man AE, AI, so wird jede dieser Richtungen dem verlangten Zwecke entsprechen.

Man verbinde PI und PE; die Dreyecke PAE, EAC sind ähnlich, da der Winkel PAE dem Winkel AEC, und der Winkel APE dem Winkel EAC gleich ist, daher PA: AE:: AE: EC, also: $PA = \frac{\overline{AE}|^2}{EC}$. Ferner: auch die Dreyecke PAI, AIC sind ähnlich, da der Winkel PAI dem Winkel AIC, und der Winkel API dem Winkel IAC gleich

lichen Quantität Pulver geladen und in einem Winkel von 45 Graden gerichtet worden, die Kugel schießen

ist. Daher ist PA : AI :: AI : IC und also: $PA = \frac{\overline{AI}^2}{IC}$. Da also PA der zu dem Punkte A der Parabel gehörige Parater ist, der von dem geworfenen Körper soll beschrieben werden, u. s. w. so muß, (nach dem 3ten Corollario des vorhergehenden Satzes) die erwähnte Parabel durch den Punkt C gehen.

Erstes Corollarium. Die Winkel-Entfernung CAP zwischen dem Gegenstande und dem Scheitelpunkte wird durch die Linie AH in zwey gleiche Theile getheilt; denn da KH gleich ist KA so ist der Winkel AHK dem Winkel HAK gleich und, (zufolge des Parallelismus von KH, AB,) auch dem Winkel HAB; aber KAC ist GAB gleich, da sie beyde rechte Winkel sind; wenn man also den Winkel GAC von beyden abzieht, so bleibt KAG gleich mit CAB, folglich ist GAH gleich HAC.

Zweytes Corollarium. Die beyden Richtungen AI, AE sind gleichweit von der Richtung AH entfernt, denn da KH auf PA und auf IE senkrecht ist, so ist der Bogen AH dem Bogen PH und der Bogen EH dem Bogen HI gleich.

Drittes Corollarium. Wenn die Richtungen AI, AE mit AH zusammenlaufen, dann ist die Entfernung AC die größeste Entfernung, bis zu welcher der Körper auf der Ebene AC mit der gegebenen Wurfgeschwindigkeit kann geworfen werden. Daraus sieht man, daß wenn der Gegenstand C auf der wagerechten Ebene wie Fig. 7. Taf. IX. gestellt ist, wo AC mit AB und AK mit AG zusammenläuft, PHA ein Halbkreis wird und HAC die Hälfte eines rechten Winkels: dann die größeste Entfernung, bis zu welcher der Körper kann geworfen werden, statt hat, nämlich, wenn der Erhebungswinkel HAB die Hälfte eines rechten Winkels ist.

Viertes Corollarium. Wenn die Wurfgeschwindigkeit bekannt ist, so ist auch die größeste Entfernung AL, bis zu welcher der Körper auf einer wagrechten Ebene kann geworfen werden, oder die größte Wurfweite, bekannt, da sie der

kann, muß bey einem jeden Feldstücke besonders durch Proben und Messungen bestimmt werdsn: oder man muß

Hälfte des Parameters AP gleich ist; denn AL ist dem Halbmesser KH oder AK gleich, welcher die Hälfte von AP ist.

Fünftes Corollarium. Wenn der Wurfpunkt A und der Gegenstand C, wie Fig. 7. beyde auf der nämlichen wagrechten Ebene liegen, dann verhält sich die Entfernung AC des Gegenstandes, wie der Sinus des doppelten Erhebungswinkels CAE oder CAI, denn CAE ist APE und ebenfalls auch der Hälfte von AKE, deren Sinus EN ist, gleich und EN ist AC gleich; EN ist ebenfalls der Sinus des doppelten Winkels CAI, denn CAI = API = $\frac{1}{2}$ AKI, und IS = NE, ist der Sinus des Winkels AKI.

Sechstes Corollarium. Wenn AE die Wurfrichtung ist, so ist die größte Höhe der parabolischen Bahn über den Horizont einem Viertheil von AC gleich und verhält sich wie der Quersinus des doppelten Erhebungswinkels CAE. Denn man theile AC bey T in zwey gleiche Theile, und errichte TR senkrecht darauf; man theile ferner TR in zwey gleiche Theile bey V, dann ist TV der Hälfte von TR und einem Viertheil von EC gleich. Es ist einleuchtend, daß AC die Ordinate zu der Axe TR der paraboliscbeu Bahn ist, und daß V der Scheitelpunkt dieser Parabel seyn müsse; denn da die Richtung AE eine Tangente zu der parabolischen krnmmen Linie ist, so ist der Theil der Axe VT (durch Kegelschnitt) dem Theile VR gleich. Ferner, CE ist AN gleich, welche der Sinus versus des Winkels AKE, nämlich des doppelten Erhebungswinkels EAC oder IAC ist, also ist TV einem Viertheile von EC gleich und verhält sich wie der Quersinus des doppelten Erbebungswinkels CAE.

Siebentes Corollarium. Die größte Höhe bis zu welcher der geworfene Körper, wenn die Wurfrichtung senkrecht auf dem Horizont ist, aufsteigen wird, ist einem Viertheile des Parameters AP gleich, denn in diesem Falle treffen AE, EC und AP zusammen, folglich wird ein Viertheil von CE einem Viertheil von AP völlig gleich.

durch wirkliche Versuche erfahren, wie weit jedes schießt und besonders muß dieß bey großen Kanonen und Mör-

Achtes Corollarium. Bey dem Falle des vorhergehenden Corollariums, ist die Zeit, während welcher ein geworfener Körper in der Luft verweilt, der Zeit gleich, die ein Körper brauchen würde, um von P zu A blos durch die Schwerkraft zu fallen, denn ein geworfener Körper wird eben so viel Zeit brauchen längs einem Viertheile von AP aufzusteigen, als er brauchen wird längs demselben zu fallen, nämlich er wird doppelt die Zeit brauchen, die erforderlich ist um von P nach A zu fallen, da sich die von fallenden Körpern beschriebenen Räume, wie die Quadrate der Zeiten verhalten.

Neuntes Corollarium. Wenn ein Körper in irgend einer Richtung, zum Beyspiele, AE geworfen wird, so verhält sich die Flugzeit wie der Sinus des Erhebungswinkels EAC, denn sie verhält sich wie die Sehne AE oder wie die Hälfte von AE, welche der Sinus des Winkels APE oder die Hälfte von AKE welche dem Erhebungswinkel ist CAE gleich ist.

Von diesen erläuterten zwey Sätzen und ihren Corollarien sind die nützlichsten Eigenschaften geworfener Körper abgeleitet worden. Man hat sie und die Resultate der Versuche, kurz in den folgenden praktischen Regeln zusammen gefaßt, die jeder Artillerist auswendig wissen sollte. Denn wenn man die größeste Schußweite kennt, die ein Artillerie-Stück, das auf die gewöhnliche Art geladen ist, erreichen kann, und die man durch wirkliche Versuche muß kennen lernen, so werden diese Regeln, wenn die von dem Widerstande der Luft enspringenden Hindernisse abgerechnet werden, für alle bey der Artillerie möglichen Fälle ausreichen.

Schuß-Regeln.

1. Wagrechte Schußweiten verhalten sich wie rechte Sinus doppelter Erhebungswinkel.

2. Höhen verhalten sich wie Sinus versus der doppelten Erhebungswinkel.

sern geschehen, weil die Kugeln derselben weit mehr von der geraden Richtung abweichen. — Der Erhebungswinkel wird vermittelst eines mit Graden versehenen Kreisinstruments und einer Bleywage oder Richtschnur bestimmt.

Man nehme an, daß die größte wagrechte Wurfweite einer Kanone oder eines Mörsers 6750 Ellen und der wirkliche Erhebungswinkel 25 Grad sey, so wird

3. Flugzeiten, oder Zeiten in der Luft, verhalten sich, wie rechte Sinus der Erhebungswinkel.

4. Die Flugzeit in einer Erhebung von 45° ist der Zeit des senkrechten Falls durch einen der wagrechten Wurfweite gleichen Raum gleich.

5. Der Anstoß ist der Hälfte der wagrechten Wurfweite bey 45° der Erhebung gleich.

6. Die Höhe ist einem Viertheil der wagrechten Wurfweite bey 45° Erhebung gleich.

7. Als die beste Erhebung beym Aufsteigen und Fallen (nämlich, wenn der Wurfpunkt und der Gegenstand nicht beyde auf der nämlichen wagrechten Ebene liegen,) nehme man die Ergänzung der Hälfte der Winkelentfernung zwischen dem Gegenstande und dem Scheitelpunkte an.

8. Die Pulverladungen verhalten sich bey dem nämlichen Geschoß, beynahe wie die wagrechten Wurfweiten.

Die Instrumente, welche zur praktischen Anwendung dieser Regeln erfordert werden, sind ein kreisförmiges, nach Graden eingetheiltes Instrument, mit einer Bleywage oder einer Richtschnur und einer Tabelle der Sinus und Sinus versus. Es giebt aber besonders ein Instrument, dessen man sich gewöhnlich bedient und welches der Tastercirkel für Constabler heißt, der seinem Zwecke vollkommen entspricht, da es einen mit Graden versehenen Kreis enthält und man auch eine Bleywage dabey anbringen kann u. s. w. Auch ist eine Sinus- und Sinus versus-Tabelle und noch andere Tabellen und Maaß- darauf.

man die übrigen Punkte finden, wenn man den Fall auf dem Papiere entwirft, wozu man blos der in einem gewöhnlichen Reißzeug enthaltenen Instrumente bedarf, nämlich ein Paar Zirkel, eines Linials mit einem nach gleichen Theilen eingetheilten verjüngten Maaßstabe und eines Gradbogens.

Man ziehe eine unbestimmte gerade Linie A K Fig. 4. Taf. IX. die eine wagerechte Ebene vorstellt, die durch den Wurfpunkt A geht, und lasse A B senkrecht auf sie fallen, und der doppelten größesten Schußweite, also 13500 Ellen gleich, welches dadurch bewirkt wird, daß man sie 13500 Abtheilungen des in gleiche Theile eingetheilten verjüngten Maaßstabes gleich macht, da diese Theile Ellen bedeuten. Auf A B, als auf einem Durchmesser, beschreibe man den Halbkreis A F B. Bey A ziehe man mit dem Gradbogen die Wurflinie A F, daß sie einen Winkel von 25 Graden mit der wagrechten Linie A K macht. Durch den Punkt F, wo A F den Halbkreis schneidet, ziehe man O F senkrecht auf den Horizont A K. Man theile A O in zwey gleiche Theile und bey dem Theilungspunkte C errichte man C D senkrecht auf die wagrechte Linie A K; man mache ferner C D gleich einem Viertheile von O F, dann wird die Bahn des Schusses durch die krumme Linie bezeichnet, welche durch die Punkte A, D, O geht. Man nehme mit den Zirkeln die Entfernung A O und trage sie auf den nämlichen Transporteur über, der vorher gebraucht wurde, so wird man sie 5170 gleich finden, die Ellen bedeuten. Trägt man die Entfernung C D auf denselben Gradbogen über, so wird man sie 603 Abtheilungen, oder Ellen, gleich finden; welches zeigt, daß die Kanone bey dem Erhöhungswinkel von 25 Graden den Schuß bis zu der wagrechten Entfernung von 5170 Ellen schießen und daß der Scheitelpunkt, oder die größte Höhe seiner Bahn A D O, 603 Ellen gleich seyn wird.

Auf dieselbe Art kann die einem jeden anderen Erhebungswinkel entsprechende Wurfweite bestimmt werden und der Grund davon findet sich in der Anmerkung.

Wenn hingegen die Entfernung des Gegenstandes und die größte Wurfweite der Kanone bekannt ist und der zum Treffen dieses Gegenstandes erforderliche Erhebungswinkel soll gesucht werden, so muß man umgekehrt wie beym vorigen Falle verfahren. Man nehme zum Bespiele an, daß die Entfernung des Gegenstandes von der Kanone 5170 Ellen und die größte Wurfweite der Kanone 6750 Ellen sey. Dann ziehe man eine gerade Linie A O., Fig. 4. Taf. IX. welche 5170 Theilen des Gradbogens von gleichen Theilen gleich sey. Man mache A B senkrecht auf A O und doppelt der größten Wurfweite der Kanone, also 13500 Abtheilungen des Gradbogens gleich. Auf A B, als einem Durchmesser, beschreibe man den Halbkreis A F B. Bey O errichte man die Linie O G senkrecht auf die wagrechte Linie A O, so wird die senkrechte Linie O G mit dem Halbkreise entweder in einem Punkte, oder in zwey Punkten, oder gar nicht zusammentreffen. Sollte diese Linie mit dem Halbkreise in Einem Punkte zusammentreffen, so müßte es bey Y, seiner Mitte seyn und dann ist der gesuchte Erhebungswinkel Y A O also von 45 Graden. Trifft O G mit dem Halbkreise in zwey Punkten zusammen, wie bey F und G, welches der Fall bey dem angenommenen Beyspiele ist, dann entspricht entweder die Richtung A F oder die A G der Absicht, und wenn die Winkel, welche diese Richtungen mit dem Horizont A O machen, mit dem Gradbogen gemessen werden, so wird man finden, daß die erstere 25 Grad und die letztere 65 Grad gleich seyn wird. Wenn aber die senkrechte Linie O G den Halbkreis gar nicht berührt, so muß man daraus den Schluß machen, daß die gegebene Kraft der erwähnten Kanone nicht hinreichend ist, die Kugel bis zu der verlangten Entfernung zu schießen.

Nach dem eben erwähnten Risse folgt, daß, je höher die Richtungslinie den Halbkreis schneidet, desto länger die wagrechte Wurfweite ist; jedoch kann sie nie den Punkt Y überschreiten, denn SY, welche dem Halbmesser des Kreises gleich ist, ist länger als jede andere Linie, die in dem Halbkreis AYB, parallel zu dem Horizont, kann gezogen werden. Daher ist die wagrechte Wurfweite am größesten, wenn der Erhebungswinkel von 45 Graden ist. Es ist auch einleuchtend, daß bey gleichen Entfernungen von dem Punkte Y, wie bey F und G, die wagrechte Wurfweite die nämliche seyn, und daß blos die Höhe der Bahn verschieden seyn wird. Wenn der Erhebungswinkel 90 Grad ist, dann coincidirt die Richtungslinie, da sie senkrecht auf den Horizont wird, mit der Linie AB und die wagrechte Wurfweite wird Null gleich, das heißt: der Schuß steigt bis zu einem Viertheil von AB und fällt dann wieder bis A.

Wenn der Erhebungswinkel ein halber rechter Winkel, das ist: 45 Grad ist, so ist die Flugzeit, oder die Zeit, die der Schuß in der Luft zubringt, der Zeit gleich, die ein Körper brauchen würde, um durch die Schwerkraft senkrecht von einer, der wagrechten Wurfweite gleichen Höhe zu fallen, und die man durch Anwendung der im fünften Kapitel gegebenen Regeln finden kann. — Um die Flugzeit bey irgend einer andern Neigung, wie zum Beyspiele die Neigung OAF ist, zu finden, sage man: wie sich AY, mit dem mehr erwähnten Gradbogen zu AF mit demselben Gradbogen gemessen, verhält, so verhält sich die Zeit, die ein Körper brauchen würde, um senkrecht durch einen Raum, welcher der größten wagrechten Wurfweite gleich wäre, zufallen, zu der gesuchten Zeit, die durch die gewöhnliche Regel de Tri gefunden werden kann.

So viel mag in Bezug auf die angenommenen paraboliſchen Bahnen geworfener Körper genug seyn und

ich will nun nur noch eine kurze Nachricht von den Resultaten derjenigen Versuche geben, die man in der Absicht angestellt hat, zu bestimmen, wie weit man sich auf die parabolische Theorie verlassen kann.

Bey der gewöhnlichen Anwendung der Kanonen, rechnet man immer nach Gutdünken etwas auf die Abweichung des Schusses von der geraden Linie, und die Uebung giebt in der That manchem Artilleristen darin eine große Geschicklichkeit, allein von ihrer praktischen Genauigkeit kann man doch nie gewisse oder solche Regeln ableiten, die auch von andern befolgt werden könnten.

Man hat ehedem den Mörsern, die überhaupt die Kugeln mit einer geringeren Geschwindigkeit schießen als Kanonen, ihre Richtung nach einem mit Graden versehenen Instrumente gegeben, indem man dabey von den beyden Richtungen, welche die nämliche Wurfweite zur Folge haben, immer diejenige vorgezogen hat, die man für die beste zur Erreichung der vorgesetzten Absicht gehalten hat. Allein in neueren Zeiten hat man in der Anwendung eine andere Methode nützlicher gefunden. — Der Mörser wird nämlich dabey auf seinem Fuße oder seiner Lavette zu einer Erhebung von 45 Graden gut und unbeweglich befestiget; er wird aber mit mehr oder weniger Pulver geladen, je nachdem der Schuß weiter oder näher gehen soll, indem er jedoch nie die größte wagrechte Wurfweite überschreiten kann, die der Mörser erreichen kann, da man gefunden hat, daß der Irthum in Ansehung der Wurfweite immer geringer bey einer Erhebung von 45° als bey jeder anderen ist, und da man nun auch gefunden hat, daß die größten wagrechten Wurfweiten, wenn alles übrige gleich ist, sich beynahe wie die Pulverladungen verhalten, das heißt nämlich, daß die Hälfte des Gewichts einer vollen Ladung die Kugel beynahe bis in die Hälfte der größten wagrechten Wurfweite schießen wird: so wird ein Viertheil des Gewichts der vollen Ladung die Kugel bis zu einem Viertheile der größten Wurfweite schießen u. s. w.

Man hat beobachtet, daß ein vier und zwanzig Pfünder, oder eine Kanone, deren Kugel vier und zwanzig Pfund wiegt, wenn sie mit sechzehn Pfund Pulver geladen und zu einem Winkel von 45 Grad erhoben wor-

den, auf einer wagrechten Ebene, 20250 Fuß weit schießt, welches nicht über ein Fünftheil der Schußweite ist, die sie nach der Theorie eigentlich erreichen sollte, daß heißt: die sie erreichen sollte, wenn die Luft könnte entfernt werden. — Diesen Widerstand der Luft hat für diesen Fall, der scharfsinnige Robins 400 Pfund gleich geschätzt. Daraus ersieht man, daß die Bahn eines Schusses sehr weit von der Parabel abweicht.

Die Verschiedenheit der Luft wird hauptsächlich durch ihre wellenförmige Bewegung, durch Temperatur, Schwere u. s. w., durch die Form des Schusses und durch die Geschwindigkeit mit der Schuß abgeschossen wird, also durch die anfängliche Geschwindigkeit bestimmt. — Ist diese Geschwindigkeit klein, so ist der Widerstand der Luft gering; ist dargegen die anfängliche Geschwindigkeit sehr beträchtlich, so wird der Widerstand der Luft so groß, daß man die Theorie auf die Praxis schlechterdings nicht mehr anwenden kann. Der Widerstand beträgt zuweilen 20 oder 30mal so viel als das Gewicht des Schusses und die wagrechte Schußweite ist oft viel geringer als der zehnte Theil von dem, was sie, nach der parabolischen Theorie, eigentlich seyn sollte.

Man hat gefunden, daß die wagrechten Wurfweiten bey einerley Erhebungswinkel sich zu einander verhalten, wie die Quadratwurzeln der anfänglichen Geschwindigkeit und daß sich die Flugzeiten wie die Wurfweiten verhalten; da doch, nach der Theorie, die Zeiten sich wie die Geschwindigkeiten und die Wurfweiten sich wie die Quadrate der anfänglichen Geschwindigkeiten verhalten sollten.

Robins fand ebenfalls, daß man nur sehr wenig Vortheil davon zu erwarten habe, wenn man einen Körper mit einer größeren Geschwindigkeit, als der von 1200 Fuß in der Sekunde werfen, wollte. Wird ein Schuß von 24 Pfund in einer Sekunde mit der Geschwindigkeit von 2000 Fuß geworfen, so hat er einen so großen Widerstand der Luft zu überwinden, daß, wenn er, in ohngefähr einer Sekunde nicht mehr als 1500 Fuß vorgerückt ist, seine Geschwindigkeit zu der von ohngefähr 1200 Fuß in der Sekunde reducirt wird. Aus dieser schnellen Reduction der Geschwindigkeit schließt Robins, daß eine gewisse Wurfgeschwindigkeit bey einerley Winkel einen Schuß weiter tragen werde, als eine größere Geschwindigkeit, denn wenn die Geschwindigkeit des mit der größeren Geschwindigkeit geworfenen Kör-

pers, der des anderen Wurfs gleich wird, so hat der Körper einen kleineren Erhebungswinkel, daher er nicht so weit von jenem Punkte ausgehen und folglich die ganze Entfernung kürzer machen wird.

Kein Geschütz, das weit schießen soll, sollte mit einer Pulverquantität, deren Gewicht mehr als ein Sechstheil oder höchstens ein Fünftheil der Schusses beträgt, geladen werden, denn bey Feldstücken wird diese Pulverquantität den Schuß mit der anfänglichen Geschwindigkeit in der Sekunde ohngefähr 1200 Fuß weit schießen. Bey einem Batteriestück sollte, wenn der Gegenstand nahe ist, das Gewicht des Pulvers ohngefähr einen Drittheil des Gewichtes des Schusses betragen.

Wenn die anfängliche Geschwindigkeit in der Sekunde größer ist als ohngefähr 1100 oder 1200 Fuß, scheint der Widerstand der Luft dreymal größer zu seyn, als er eigentlich seyn sollte, wenn er sich blos wie das Quadrat der Geschwindigkeit veränderte.

Außerdem, daß die Schüsse von der Richtungslinie ab und niederwärts gezogen werden, werden sie auch zu weilen seitwärts abgelenkt, welches dann geschieht, wenn sich der Schuß an der einen Seite der Hohlung des Geschützes reibt und dadurch eine ihn um seine Axe drehende Bewegung bekömmt und mit dieser in der Luft fortgeht. Denn in diesem Falle erfährt diejenige Seite des Schusses, die bey seinem Laufe durch die Luft vorwärts gerichtet ist, einen größern Widerstand, als die entgegen gesetzte Seite, deren Bewegung mit der Bewegung der Luft zusammen fällt. Es ist leicht einzusehen, daß, wenn die Axe der Drehung etwa mit dem Horizont parallel wird, dann die Drehung auch zur Abbeugung des Schusses beytragen werde, nur daß sie ihn nicht seitwärts, sondern abwärts abbeugen wird.

Zum Schlusse muß ich noch, als einen starken Beweis von der Schwierigkeit, die mit der praktischen Behandlung der Wurfkörper verbunden ist, die Bemerkung beyfügen: daß selbst bey einem und demselben Artilleriestück bey gleichen Ladungen, bey gleichen Gewichten der nämlichen Art des Schießpulvers und bey einerley Erhebungswinkel die Punkte, an welchen die Schüsse auf die wagrechte Ebene schlagen, oft auf mehrere Ellen von einander abweichen.

Ende des ersten Theils.

Druckfehler.

Seite 25. Z. 17. 18. statt zehnmalhunderttausend, lies: zehntausend.

S. 27. Z. 1. st. auf einem Raume, l. in einem Raume.

S. 28. Z. 11. 12. st. N l. n.

" Z. 16. st. N^3 l. n^3.

S. 43. vorletzte Zeile, l. wenn A in einer gewissen Zeit einen gewissen Raum, z. B. vier Meilen, durchläuft.

S. 44. Z. 18. l. wie viel Fuß der Körper B in der nämlichen Zeit, (nämlich in einer Minute) durchläuft.

S. 45. Z. 17. st. als die Summe der Geschwindigkeit — l. als die Geschwindigkeit.

S. 47. Z. 22. st. in dem Moment — l. mit dem Moment.

S. 48. Z. 6. st. dividirt, l. multiplicirt.

S. 50. Z. 3. 4. 5. st. wie, l. gleich.

S. 60. Anmerk. Z. 2. streich weg: diese.

" " Z. 9. st. gleichseitige, l. gleichwinkliche.

" " Z. 12. u. 15. st. gleichgestalteten, l. gleichliegenden.

" " Z. 12. st. sich gleichen, l. ähnlichen.

S. 61. Z. 6. l. können sich nicht blos wie die Zeiten des Niederfallens verhalten.

" Z. 22. l. daß die Räume sich wie die Zeiten — verhalten.

" Z. 24. l. daß die Räume sich wie die Zeiten ꝛc. — oder wie die Quadrate der Zeiten verhalten.

S. 63. Z. 5. 7. 9. 11. 13. st. der rechte Winkel, l. das Rechteck.

Seite 63. Z. 3. von unten, l. so müssen diese Räume sich wie die Quadrate der Zeiten A B und A D verhalten, denn die ähnlichen Dreyecke A B C und A D E verhalten sich wie die Quadrate ꝛc.

S. 65. Z. 2. von unten st. Viertheil, l. vierten Gliede.

S. 68. Anm. Z. 5. l. $\frac{A\,B}{S\,B \times S\,A}$.

; Z. 21. 23. 27. st. + l. ×.

S. 71. Z. 13. st. bey der Verbindung, l. durch Zusammensetzen (componendo).

; Z. 16. st. Viertheil, l. vierten Glied.

S. 72. Z. 5. von unten, l. im Durchschnitt der beyden Durchmesser.

S. 74. Anm. Z. 23. 24. lies:

H. (B C — B H) + G. (B C — B G) + F (B C — B F).

S. 76. Z. 5. v. unten statt S. x l. S x x.

S. 77. Anmerk. Z. 14. l. der Fluent von x sey x.

; ; Z. 15. st. x x l. x x.

S. 79. Z. 4. statt rechten Kegels, l. geraden Kegels.

; Z. 6. st. Durchschnitt, l. Durchmesser.

S. 84. Anmerk. Z. 14. l. B. C c — B. B b.

S. 104. Z. 5. v. unten statt A. B. l. A + B.

S. 105. Anmerk. Z. 8. st. C B. B D l. C B + B D = 8 + 20.

S. 112. Z. 22. st. gleich, l. ähnlich.

S. 123. Z. 2. l. wenn A C als Halbmesser angenommen wird, D C oder die ihm gleiche A B ꝛc.

; Z. 6. von unten l. wie sich der Sinus des Neigungs- oder Einfalls-Winkels.

S. 131. Z. 17. st. Zeilen, l. Zeiten.

; Z. 23. st. Parabola, l. Parabel.

S. 133. Z. 2. v. unten, statt gleich, l. ähnlich.

S. 134. letzte Z. st. A n + A D; l. $\frac{A\,n.\ A\,D}{\overline{A\,C}|^2}$

S. 135. Anmerk. Z. 6. l. $B\,C = \frac{\overline{A\,C}|^2}{A\,D}$

S. 137. Anmerk. Z. 10. und 12. l. $G = \frac{P}{Z}$

; ; Z. 11. l. $K = \frac{G^2}{D}$

; ; Z. 17. st. Z^2 l. z^2

S. 138. Anmerk. Z. 6. st. $\frac{d}{Z^2}$ l. $\frac{d}{z^2}$

S. 140. Anmerk. Z. 11. st. Kraft, l. Potenz.

" " Z. 12. st. G. K. l. K.

" " Z. 14. l. D^{m-1} d^{m-1}

" " Z. 18. st. die Kraft, l. der Exponent.

" " Z. 22. st. die erste Kraft, l. die erste Potenz.

S. 142. Anmerk. Z. 11. st. Kraft, l. Potenz.

S. 143. Anmerk. Z. 2. st. $\frac{n+r}{2}$ l. $\frac{n+1}{2}$

" " Z. 17. statt Durchschnitt, l. Durchmesser.

S. 151. Anmerk. Z. 14. statt kleine Axe, l. große Axe; statt große Axe, l. kleine Axe.

" " Z. 4. von unten st. $2a+x$, l. $2a \mp x$.

S. 152. Anmerk. Z. 5. st. $\frac{d}{2d|^{\frac{1}{2}}}$ l. $\frac{d}{2a|^{\frac{1}{2}}}$

" " Z. 6. st. $nnd = bb$, l. $annd = bb$.

" " Z. 7. l. zu der großen und kleinen Axe ist

" " Z. 9. st. by, l. $b : y$.

" " Z. 2. v. unten l. $\frac{d}{n^2-2}$

S. 154. letzte und vorl. Z. st. Th. l. S. (Satz.)

S. 162. Z. 3. v. u. st. beständiges, l. stetiges.

S. 167. Z. 15. st. gleich l. ähnlich.

S. 171. Z. 7. st. steife Linie, l. gerade Linie.

S. 172. Z. 11. st. Durchschnitt, l. Durchmesser.

S. 173. Anmerk. Z. 16. l. die Axe DF ist dem Durchmesser des erzeugenden Kreises gleich.

S. 174. Anmerk. Z. 23. st. gleich, l. ähnlich.

S. 183. Anmerk. Z. 16. statt $\frac{r^2\dot{x}^2 - \dot{x}^2}{y^2}$ l. $\frac{r^2\dot{x}^2}{y^2} - \dot{x}^2$

S. 184. Anmerk. Z. 1. st. BF + BD l. BF. BD.

S. 192. Z. 4. st. Quadratruthen, l. Quadratwurzeln.

S. 197. Z. 22. st. Endtheile, l. äußern Glieder, st. Mittelstheile, l. mittlern Glieder.

S. 204. Anmerk. Z. 4. v. u. st. Grundlage, l. Grundlinie.

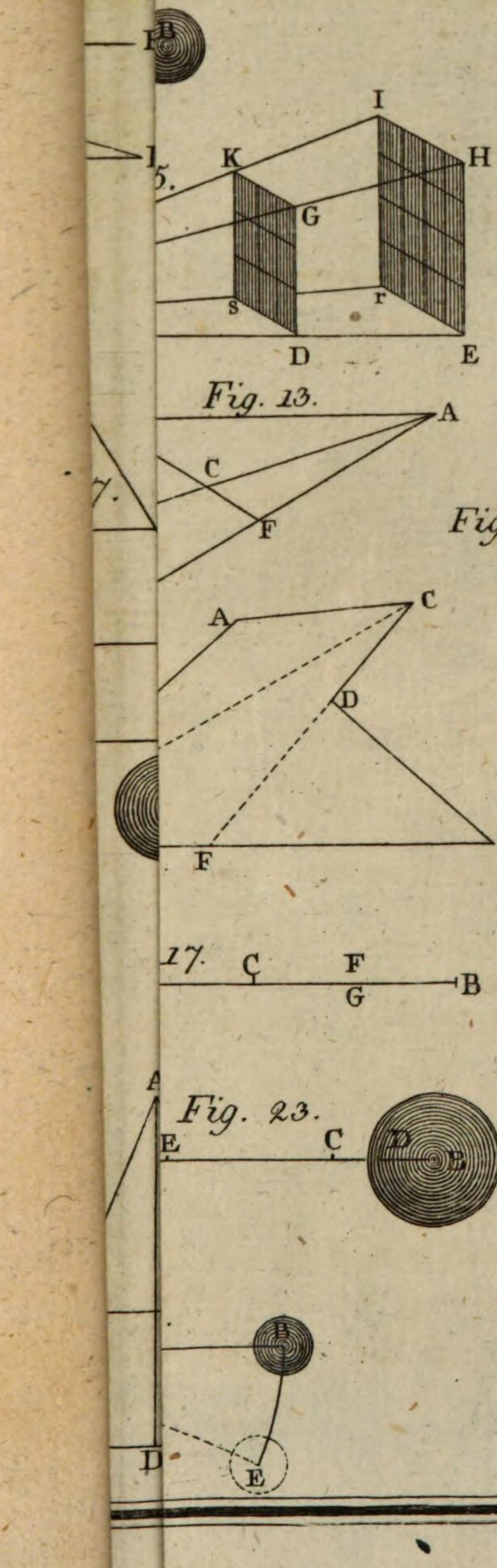
S. 206. Anmerk. Z. 5. v. u. l. $\frac{2}{3} c a^5 - \frac{2}{5} c a^5$.

S. 210. Z. 1. statt dreyzehntes Kapitel, l. zwölftes Kapitel.

S. 276. Z. 16. 17. l. die Bewegung des Rades.
S. 317. Z. 24. st. durch l. dadurch.
S. 332. Anmerk. Z. 6. v. unten l. ein Viertel von ihm ist

$$\frac{\overline{AE}^2}{4AB}$$

Plate. I.



1" 16,087

2" 64,348

Fig. 8.

3" 144,783

4" 257,392

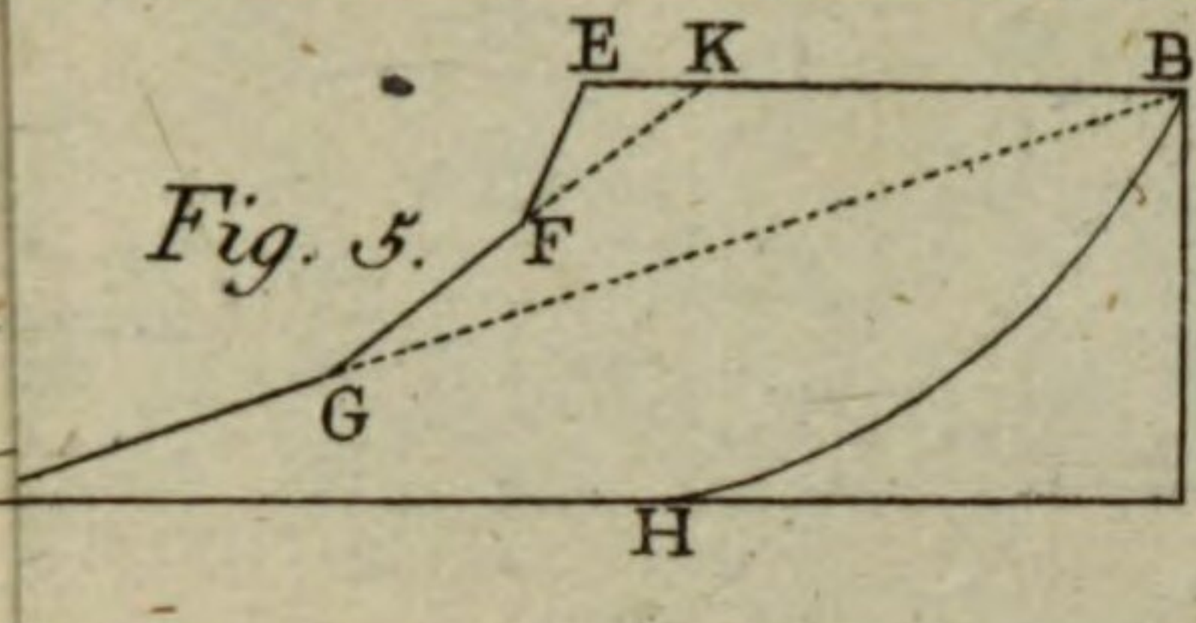


Fig. 5.

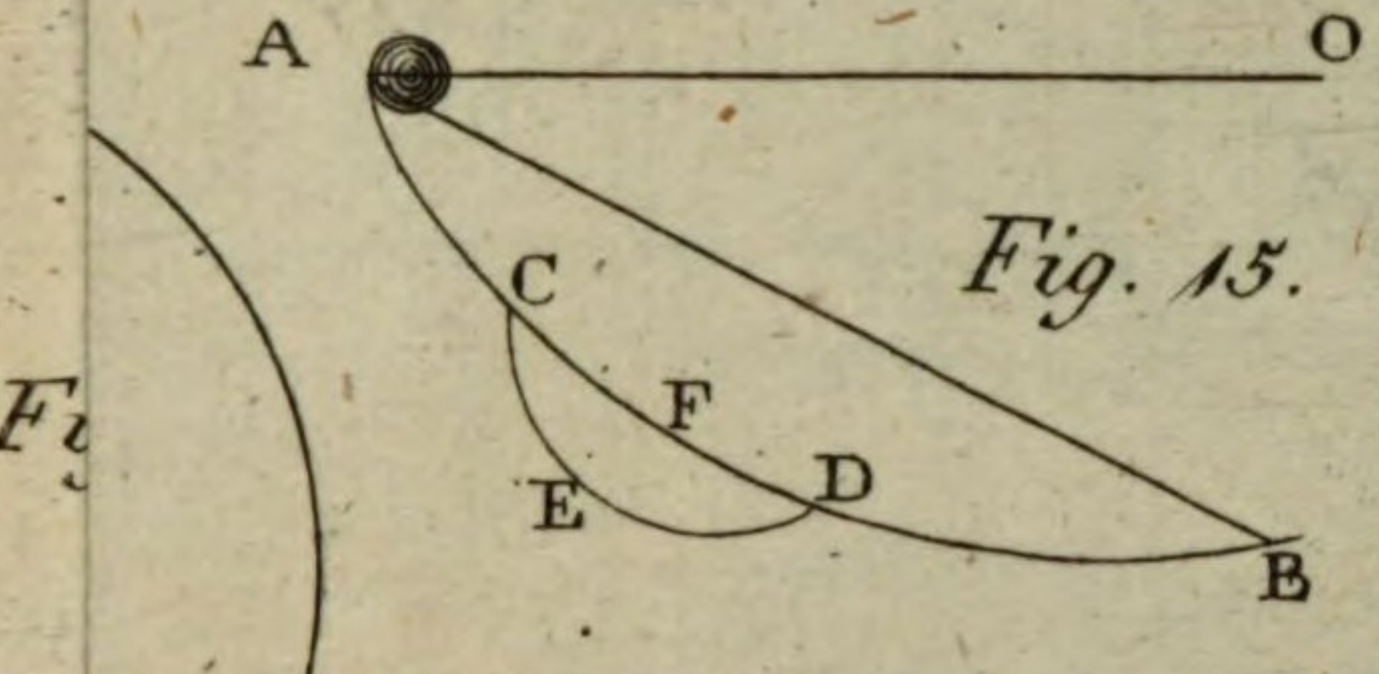


Fig. 15.

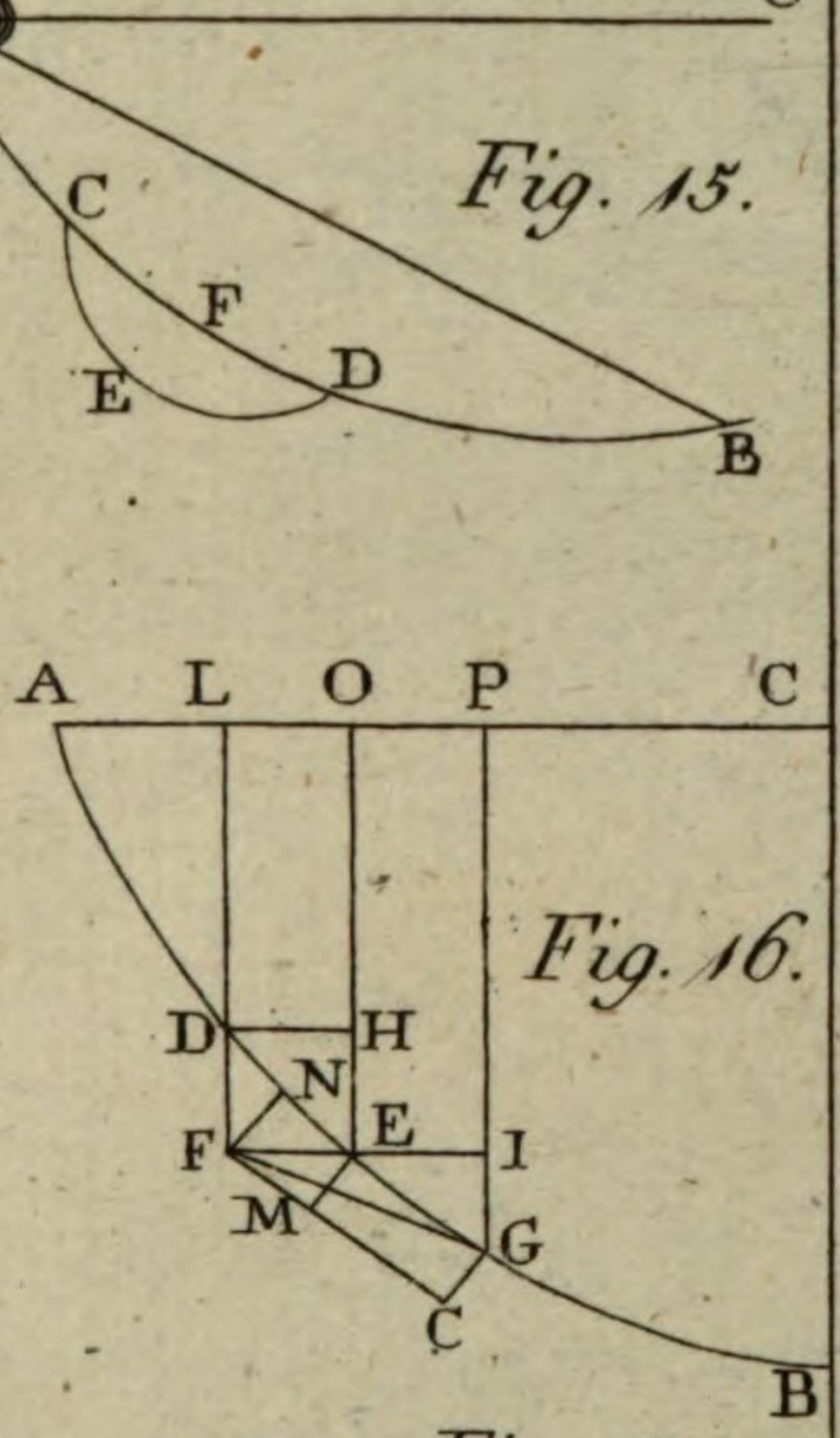


Fig. 16.

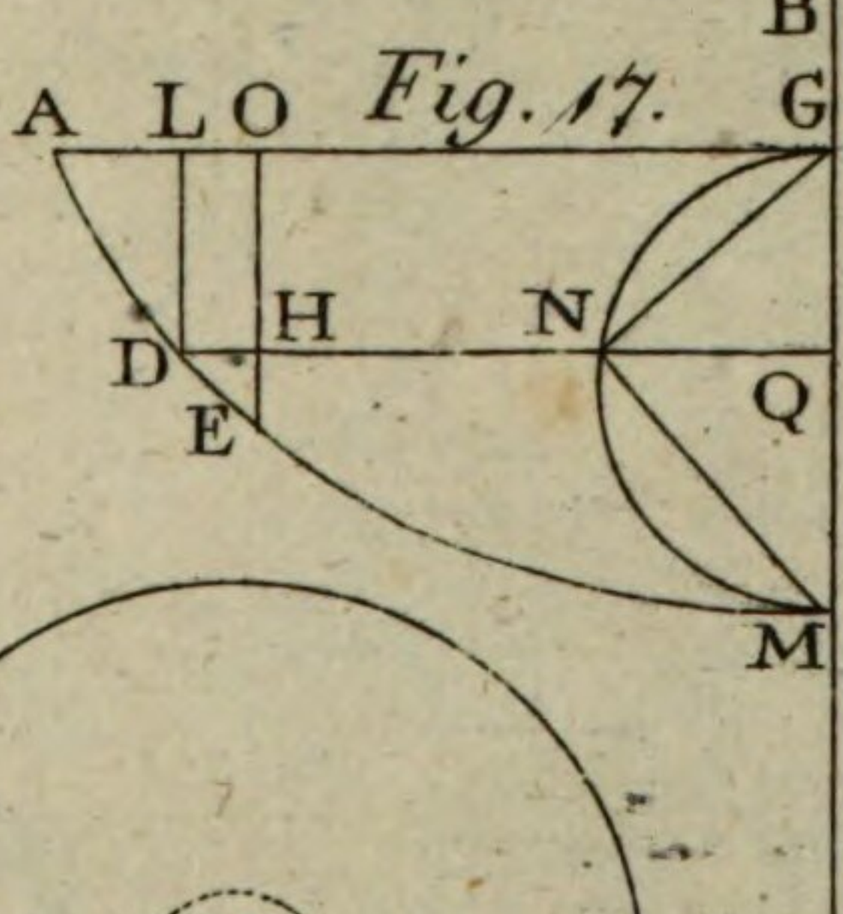


Fig. 17.

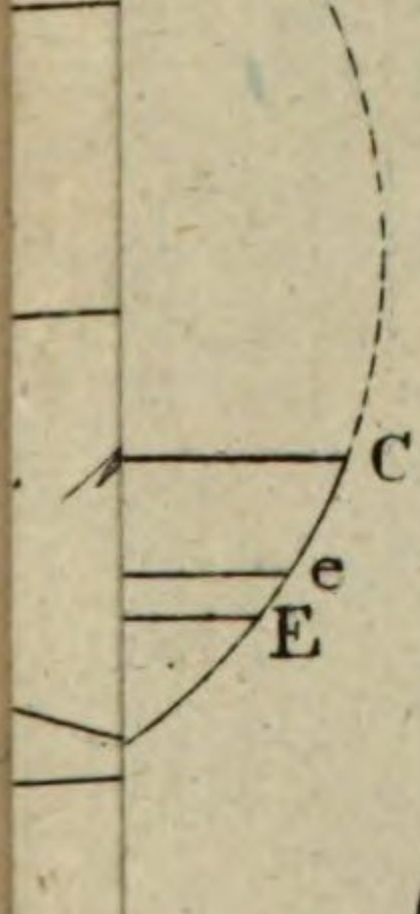


Fig. 18.

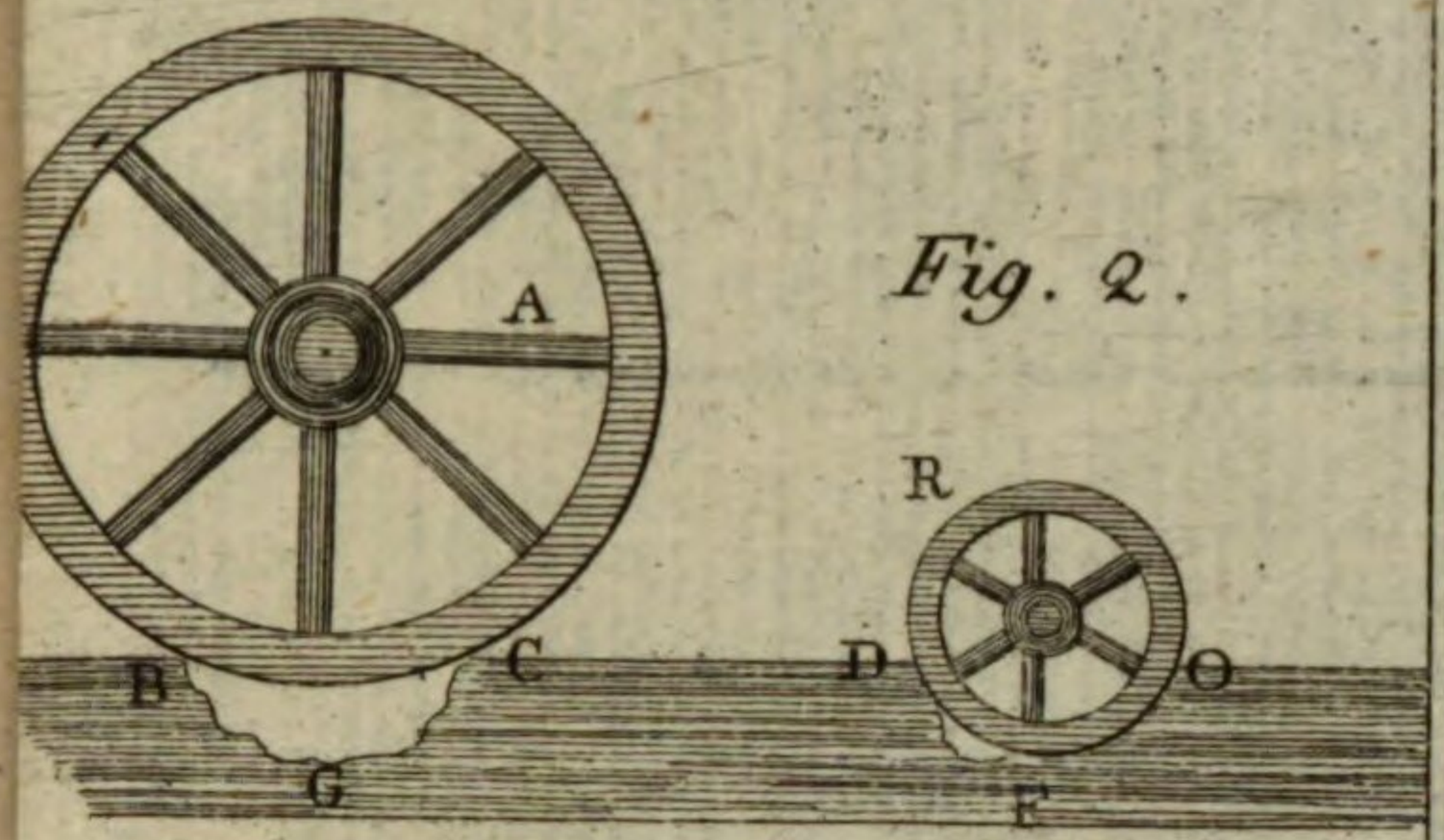


Fig. 2.

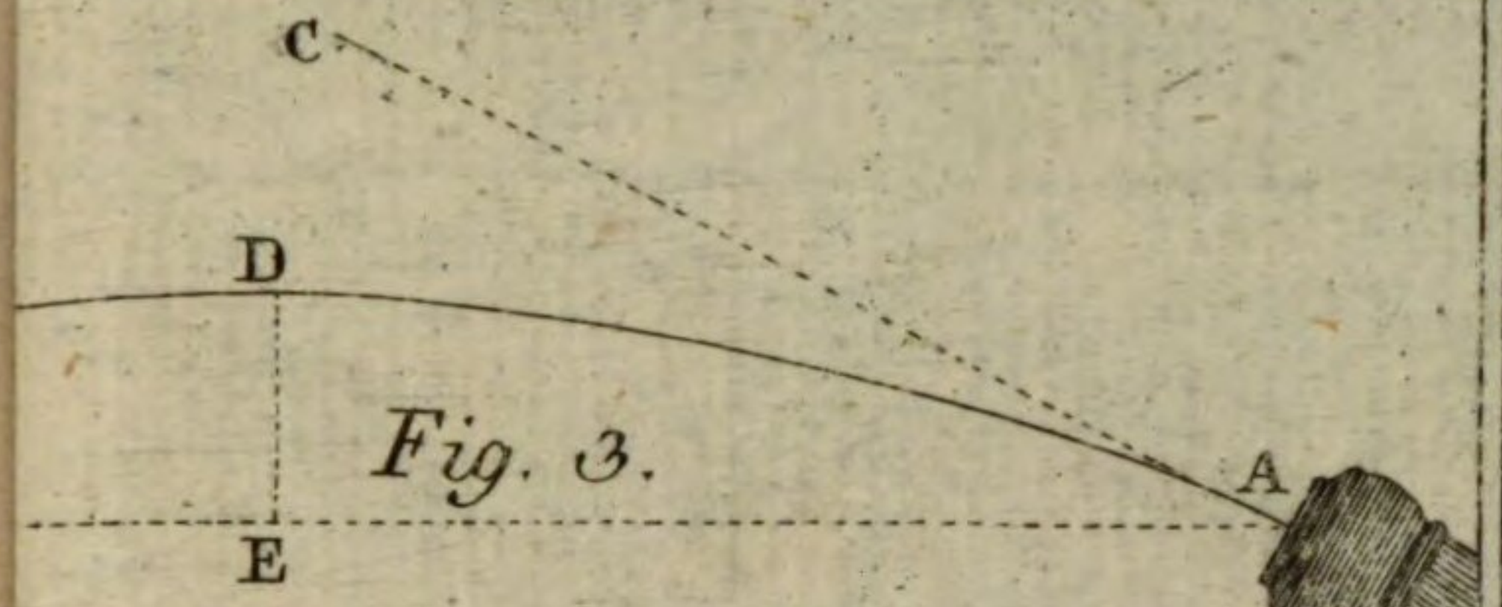


Fig. 3.

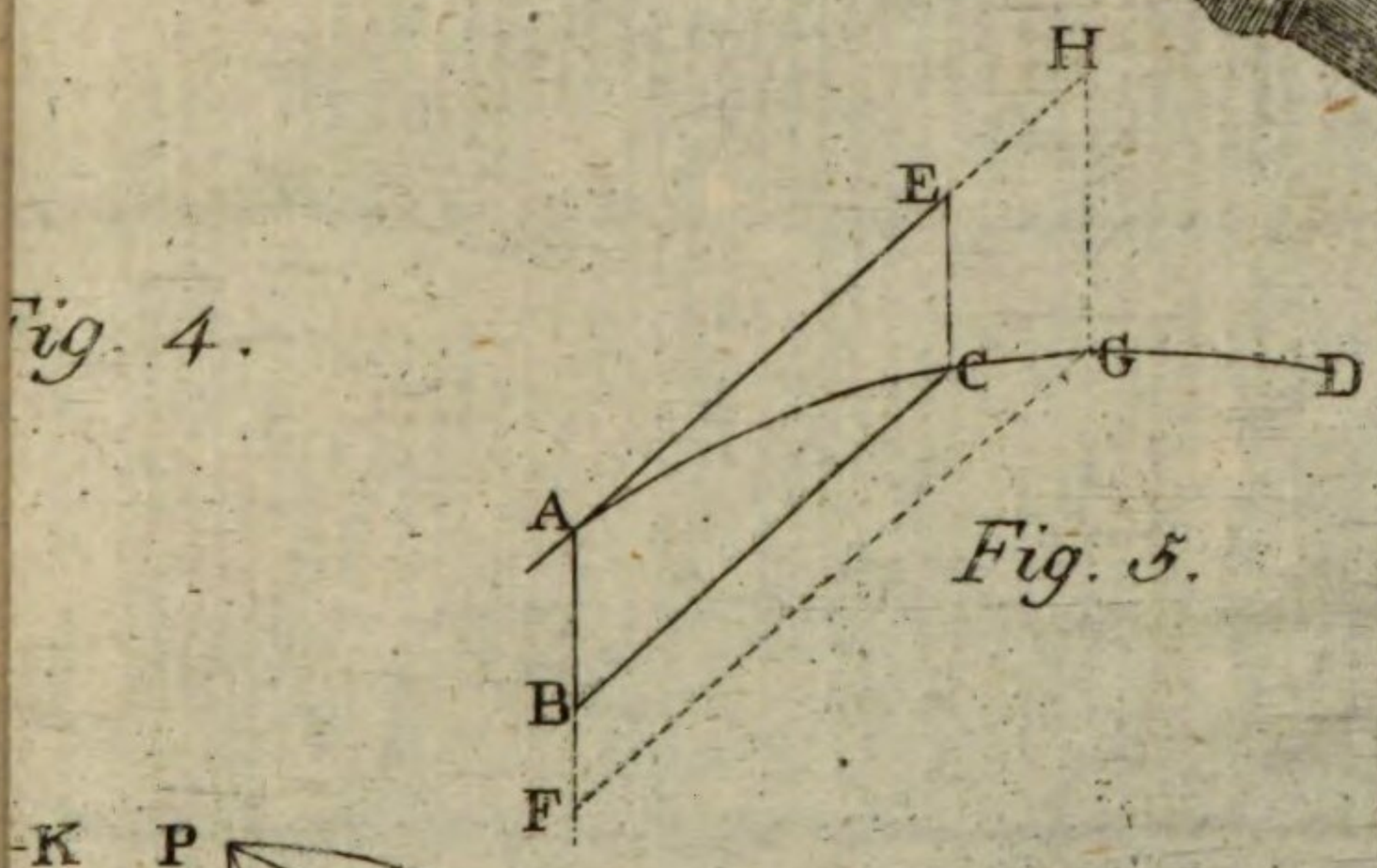


Fig. 4.

Fig. 5.

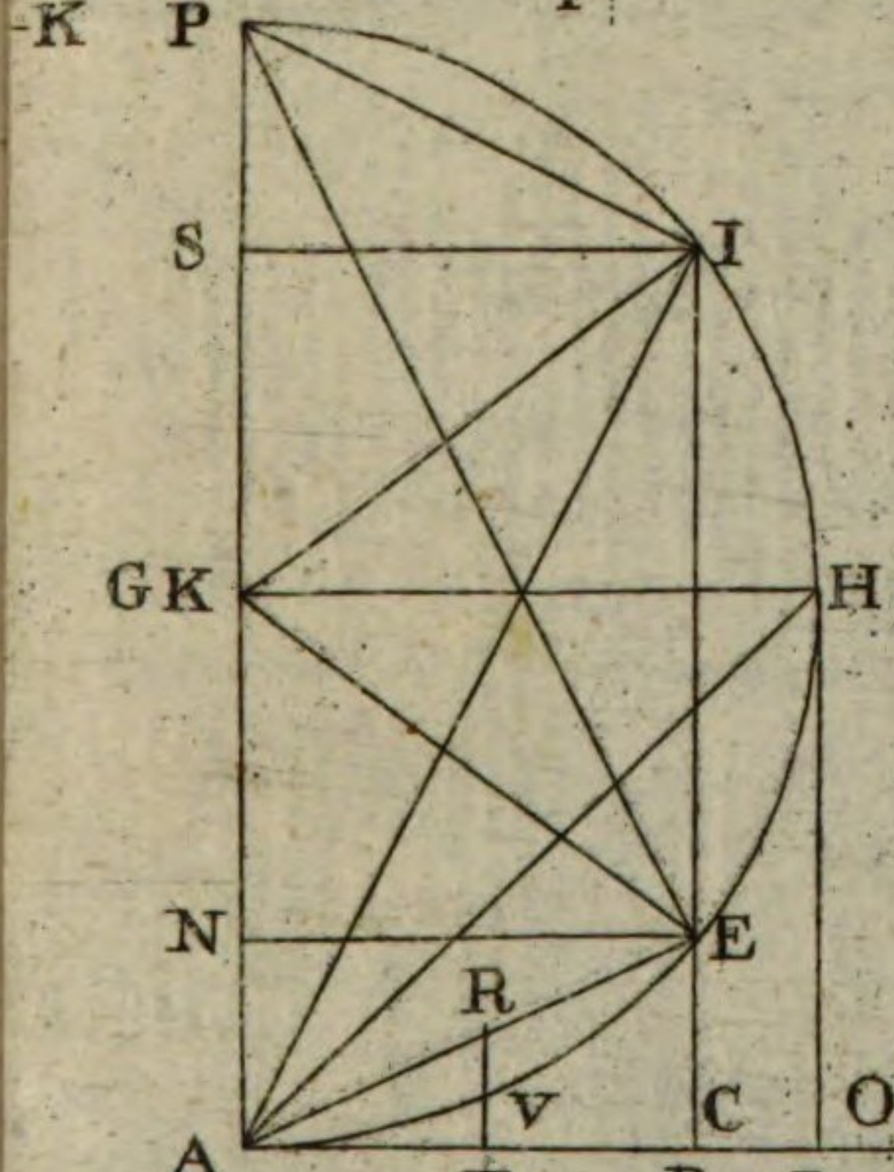


Fig. 7.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Cavallo, Tiberius,

Tiberius Cavallo's ausführliches Handbuch der Experimental-Naturlehre in ihren reinen und angewandten Theilen

Bd.: 1

Erfurt (1804)

Phys.g. 65-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10130889-4